Finanzas II

Autor: Gloria Andrea Quiroga

AREANDINA
Fundación Universitaria del Área Andina

MIEMBRO DE LA RED
ILUMNO

Finanzas II / Gloria Andrea Quiroga, / Bogotá D.C.,
Fundación Universitaria del Área Andina. 2017

978-958-5459-73-1

Catalogación en la fuente Fundación Universitaria del Área Andina (Bogotá).

Edición:
Fondo editorial Areandino
Fundación Universitaria del Área Andina
Calle 71 11-14, Bogotá D.C., Colombia
Tel.: (57-1) 7 42 19 64 ext. 1228
E-mail: publicaciones@areandina.edu.co
http://www.areandina.edu.co

Primera edición: noviembre de 2017

Corrección de estilo, diagramación y edición: Dirección Nacional de Operaciones virtuales
Diseño y compilación electrónica: Dirección Nacional de Investigación

Hecho en Colombia
Made in Colombia

Finanzas II

Autor: Gloria Andrea Quiroga

AREANDINA
Fundación Universitaria del Área Andina
MIEMBRO DE LA RED
ILUMNO

Índice

Índice

1

Unidad 1

Valor del dinero en el tiempo y relaciones de equivalencia

Finanzas II

Autor: Andrea Quiroga

AREANDINA
Fundación Universitaria del Área Andina

MIEMBRO DE LA RED
ILUMNO

Introducción

Uno de los principios básicos de las finanzas es el concepto del valor del dinero en el tiempo, por lo tanto para el éxito del desarrollo del curso de Finanzas II es necesario asentar los conocimientos de manera teórica y práctica, para que el estudiante desarrolle sus capacidades analíticas y habilidades en el ejercicio y pueda explorar conceptos avanzados como los relacionados a la valoración de proyectos, estructura y costo de capital, rentabilidad, riesgo, tasas de interés, flujos de efectivo, modelos de valoración, entre otros.

Los cimientos para desarrollar los conceptos y habilidades en el ejercicio de las finanzas, se logran a través de las matemáticas financieras, si bien no es la materia central, sí se refiere en varias ocasiones a ellas como expresiones matemáticas que permitan dar resultados en valores necesarios para el análisis de cada uno de los casos o escenarios que se estudien en los diferentes ejemplos que se presenten.

Durante este módulo se desarrollará el concepto de valor del dinero, y se analizará la importancia que tiene en el análisis financiero y se conocerán los elementos que lo conforman, mediante el uso de ejemplos prácticos que incluso se pueden identificar en el día a día; dichos ejemplos estarán relacionados con tasa de interés y rendimientos producidos por títulos de inversión (CDT, bonos, acciones preferenciales y no preferenciales).

Adicionalmente, se realizarán prácticas basadas en escenarios, representados en diagramas con flujos constantes sobre periodos definidos (préstamos y planes de ahorro) y adicionalmente se trabajará el concepto de flujos con crecimiento constante en modo finito e infinito.

A grandes rasgos estos serán los conceptos y elementos que se implementarán en las dos primeras semanas del curso.

U1

Metodología

La principal herramienta que permite identificar el tipo de ingreso o egreso y su magnitud es la elaboración de diagramas de flujo. Es por eso que la metodología para esta semana será básicamente plasmar los elementos de cada escenario, a través de dichos diagramas, con el fin de sentar las bases y adquirir las herramientas para los temas siguientes del curso. Es importante que se exalte y motive el uso de las mismas, lo cual facilitará el análisis y desarrollo de los problemas a resolver durante el curso.

Una vez realizado el diagrama de flujo, se identificará qué tipo de ecuación se debe usar para caracterizar los mismos. Finalmente, se realizará un análisis en donde el estudiante debe presentar la solución al problema.

Es de vital importancia el continuo uso del glosario financiero de tal manera que el estudiante se familiarice con los términos y los empiece a utilizar de forma regular.

U1 # Desarrollo temático

Valor del dinero en el tiempo y relaciones de equivalencia

Diagramas de flujo

Los diagramas de flujo, o también denominados diagramas de flujo de caja o diagrama de líneas de tiempo, son esquemas de línea recta que representa el tiempo de una operación financiera para unos valores de ingresos y egresos; pero realmente su función es aclarar y reunir una sumatoria de elementos y variables que intervienen en un caso concreto de las finanzas.

Los diagramas de flujo son la principal herramienta en las finanzas para describir los flujos de dinero (egresos e ingresos) que se generan por el desarrollo de proyectos de inversión, créditos de corto, mediano y largo plazo, inversión en títulos valores, leasing, planes de ahorro, entre otros.

Los diagramas de flujo serán una herramienta de uso continuo, permiten que al plasmar gráficamente la situación o el caso se esté partiendo de un inicio y con vista a futuro.

A continuación se mostrará en la figura un ejemplo que nos reúne las variables de un escenario:

Figura 1. Primer ejemplo de variables de un escenario
Fuente: Propia.

SEn la figura 1 se ve que el diagrama de flujo tiene tres componentes principales. En primer lugar la línea horizontal que es la línea de tiempo, la cual describe los periodos de análisis (para este caso será de 0 a 1), en segundo lugar las flechas o vectores con magnitud que determinan el tipo de flujo (egreso o ingreso) y finalmente tenemos los valores de magnitud para cada flujo ($1.000 y $1.200).

El ejemplo de la figura 1 describe un proyecto en el cual se genera un egreso por $1.000 al inicio del mismo o periodo cero, el cual está descrito por la flecha que se encuentra con dirección hacia abajo; adicionalmente después de un periodo, el proyecto concibe un ingreso de $1.200, el cual está definido por la flecha hacia arriba con una magnitud de $1.200 en el periodo 1.

El ejemplo anterior describe el proyecto de inversión más simple en finanzas, en donde se realiza una inversión y se espera un rendimiento que genera un flujo o ingreso positivo al final del proyecto. En algunos proyectos o inversiones que aplican para este diagrama se encuentran los CDT o títulos de rendimiento definido y títulos de ahorro| para un periodo.

A continuación se mostrará un segundo ejemplo de diagramas de flujo, bajo otra representación de un escenario.

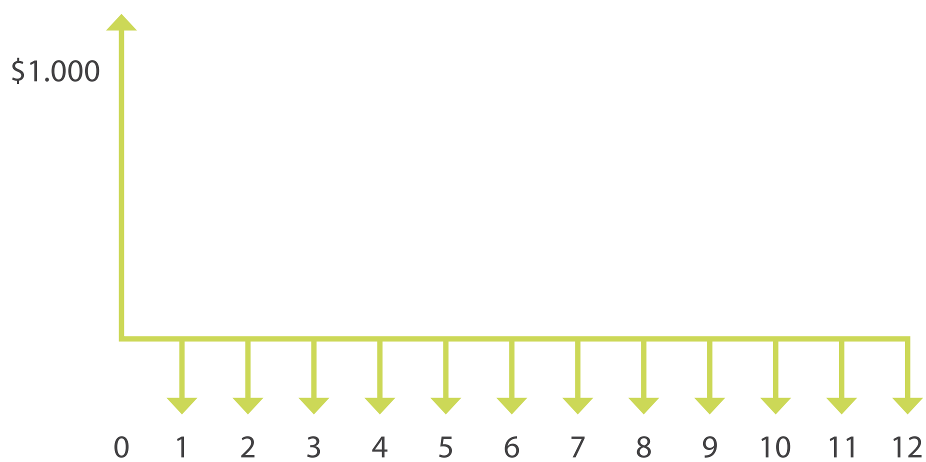


Figura 2. Segundo ejemplo diagrama de flujo financiero
Fuente: Propia.

En el diagrama de flujo financiero de la figura 2 se observa un ingreso de $1.000 descrita por la flecha hacia arriba en el momento 0 del proyecto, adicionalmente se describen egresos de igual magnitud equivalentes para los periodos 1 hasta el 12. Este diagrama describe a manera general un proyecto de financiación, en donde en el momento 0 se tiene un ingreso y a partir del periodo 1 y hasta el 12 se realizan egresos de igual magnitud. Como vemos en este caso en concreto se encuentra bajo un escenario de flujos constantes o periódicos sin crecimiento.

Un ejemplo demostrativo que se aplica directamente a este diagrama, es el de un préstamo para financiación, y en el caso particular figura 2 describe un préstamo de $1.000 con pagos iguales durante los 12 periodos consecutivos.

Se podría entonces resumir que, la metodología general para producir diagramas de flujo financieros consiste en los siguientes pasos:

- Identificación de magnitud y dirección (egreso o ingreso) del flujo, representado a través de vectores verticales con dirección hacia arriba (ingresos) o hacia abajo (egresos) según sea el caso, y asignándoles valores en una moneda.
- Identificación de periodo al cual aplica cada uno de los flujos (0, 1,2,…n), el cual se representara en una línea recta horizontal.
- Diagramación de flujo de acuerdo a periodo, dirección y magnitud.

Otra representación que ayuda a sustentar los diagramas de flujo en los escenarios financieros son las tablas descriptivas, las cuales recogen los valores de los flujos de egresos o ingresos representados en los diagramas.

Un egreso se describe en las tablas con un valor negativo y un ingreso con un valor positivo, igualmente se relaciona con los ingresos o egresos el periodo en que cada uno se presenta incluyendo desde el periodo cero hasta cuando corresponda la terminación de la operación financiera.

Como se puede establecer la tabla descriptiva o cuadro resumen para la figura 3.

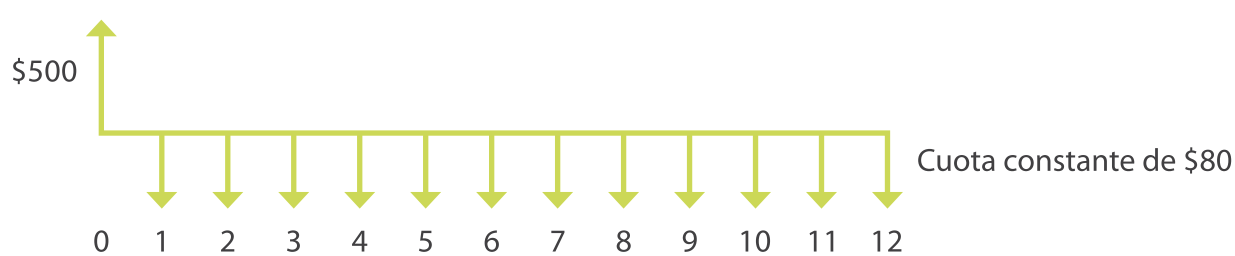


Figura 3. Diagramación de flujo de acuerdo a periodo, dirección y magnitud
Fuente: Propia.

La figura 3 se resume en la siguiente tabla:

PERIODO	VALOR
0	$500
1	-$80
2	-$80
3	-$80
4	-$80
5	-$80
6	-$80
7	-$80
8	-$80
9	-$80
10	-$80
11	-$80
12	-$80

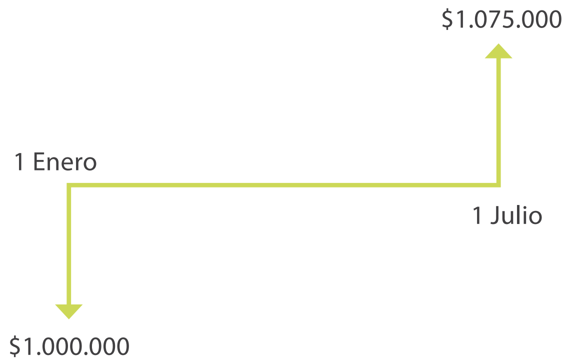
Tabla 1. Tabla descriptiva
Fuente: Propia.

En la tabla se observa los flujos equivalentes que están descritos en el diagrama de flujo financiero de la figura 3 para el mejor desarrollo de problemas financieros, en lo posible se debe realizar la caracterización del proyecto utilizando el diagrama de flujos.

Para retomar un ejemplo propuesto en el libro Matemáticas financieras aplicadas (Meza J. 2011), se resaltan dos puntos de vista para una misma situación, desde la posición del prestamista y la posición del prestatario con el fin de entender de manera gráfica un mismo escenario bajo dos miradas:

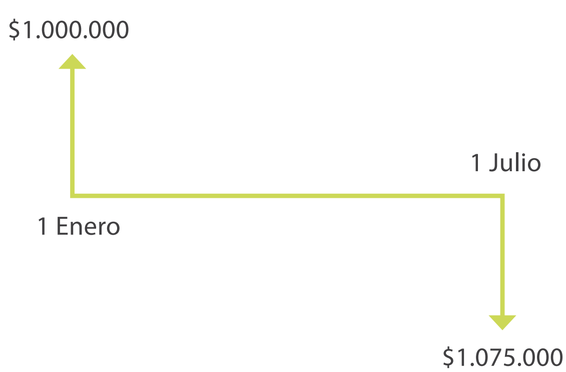
El señor Picapiedra deposita en una entidad financiera el 1 de enero de 2006 la suma de $1000 000 y después de 6 meses retira una cantidad de $1 075 000. Construir el flujo de caja para el prestamista (el Sr. Picapiedra) y para el prestatario (entidad financiera).

- La gráfica para el punto de vista del prestamista, será:



- El momento (1 enero) en que el señor Picapiedra deposita el dinero se denomina el presente o momento cero.
- El valor del depósito inicial ($1.000.000) se conoce como valor presente o simplemente P. Que para el prestamista será representado como egreso.
- El segmento de recta representa el tiempo de la operación financiera (n). En este caso, la operación financiera tiene una duración de 6 meses.
- El valor del dinero retirado después de los 6 meses se denomina valor futuro o simplemente (F). Que para el prestamista será representado como ingreso.

- La gráfica para el punto de vista del prestatario (entidad financiera), será:



- El momento (1 enero) en que el señor Picapiedra deposita el dinero se denomina el presente o momento cero.
- El valor del depósito inicial ($1.000.000) se conoce como valor presente o simplemente P. Que para el prestatario será representado como ingreso.

- El segmento de recta representa el tiempo de la operación financiera (n). En este caso, la operación financiera tiene una duración de 6 meses.
- El valor del dinero después de los 6 meses se denomina valor futuro o simplemente (F). Que para el prestatario será representado como egreso.

Este es el mismo escenario con dos interpretaciones o visiones. De una correcta representación del escenario dependerá que sea más clara la articulación de las variables que intervienen y posteriormente, facilitará la resolución matemática del problema.

Una vez estén los flujos descritos en el diagrama financiero, podemos proceder a encontrar las relaciones de equivalencia, las cuales se desarrollarán en las siguientes secciones.

1

Unidad 1

Valor del dinero en el tiempo y relaciones de equivalencia

Finanzas II

Autor: Andrea Quiroga

AREANDINA
Fundación Universitaria del Área Andina
MIEMBRO DE LA RED
ILUMNO

Introducción

El concepto del valor del dinero en el tiempo implica principalmente dos estaciones o dos momentos fundamentales en esa línea periódica, un inicio y un fin, lo que se establece como un valor presente y un valor futuro. Sin embargo estos dos conceptos abarcan mucha más profundidad, pues estos son dos momentos en la línea del escenario económico, lo que determina los valores reales de inversión y los valores esperados o garantizados en el proyecto.

Continuando con el desarrollo de los conceptos y habilidades en matemáticas financieras, apuntando hacia el concepto del valor del dinero en el tiempo, en esta segunda semana se seguirá asentando los conocimientos de manera teórica y práctica, a través de la profundización en ejemplos y desarrollo de ejercicios. El título de esta semana 2 es Valor presente y valor futuro.

Se verá que los ejemplos prácticos, que se mencionaron en la semana 1, estarán relacionados con elementos tales como las tasa de interés en una inversión (CDT, bonos, acciones preferenciales y no preferenciales) o créditos, flujos de efectivo (ingresos o egresos), periodos en el tiempo, etc.

U1

Metodología

La metodología del curso se basa en la explicación teórica del valor presente y valor futuro de diferentes flujos. La principal herramienta que permite identificar el tipo de ingreso o egreso y su magnitud es la elaboración de diagramas de flujo que se estudió en la primera semana, que también se estudiará en ésta y en las próximas semanas. Es importante que se exalte y motive el uso de los mismos, lo cual facilitará el análisis y desarrollo de los problemas a resolver durante el curso.

Igualmente se identificará qué tipo de ecuación se debe usar para establecer las relaciones de equivalencia. Finalmente, se realizará un análisis a partir de la solución del ejercicio, que servirá de sustento al estudiante frente a la parte teórica estudiada.

Valor del dinero en el tiempo y relaciones de equivalencia

En la primera semana se estudió la relación que tiene el valor del dinero en el tiempo, mientras que en esta semana se continuará ampliando este tema introduciendo dos elementos fundamentales en esa línea de tiempo: valor presente y valor futuro.

Pero ¿por qué es tan importante establecer equivalencia del dinero en el tiempo, y ser medida en valor presente y valor futuro? Si un inversionista dejara su dinero guardado bajo el colchón, y revisara luego de un año si la cantidad sigue ahí, se daría cuenta que el valor del dinero en el tiempo no ha cambiado, solo que hay más polvo. Sin embargo como ese no es el escenario en que los inversionistas se mueven, se verá que el inversionista dispone de muchas alternativas en el mercado para que su dinero genere un interés, así la equivalencia en el tiempo sería mayor.

Por esto, no se puede afirmar que será lo mismo tener $1.000 pesos hoy a $1.000 pesos en 1 año, ya que en el mercado intervienen factores como la inflación, las tasas de interés, tasa de interés de oportunidad, entre otros, que harán que el valor del dinero cambie conforme a como pase el tiempo.

Por esta razón es necesario establecer la equivalencia expresada en valor presente y en valor futuro.

Valor futuro y valor presente de un flujo financiero

La principal relación de equivalencia en matemáticas financieras consiste en el valor presente y valor futuro de un flujo de caja. Para desarrollar la ecuación matemática, es necesario considerar el siguiente diagrama de flujo:

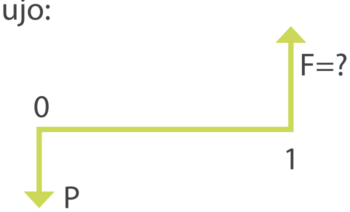


Figura 1. Diagrama de flujo de ecuación matemáticas
Fuente: Propia.

En la figura 1 se observa un caso en el cual se encuentra un egreso con valor *P* y después de un periodo se genera un ingreso por un valor indeterminado. Al realizar una inversión se espera un rendimiento en términos de interés o un porcentaje esperado sobre la inversión, el cual se define como *i* (Interés).

Por lo tanto para encontrar el valor esperado en el periodo 1 se debe sumar el valor *P* que equivale a la inversión en el periodo 0 junto con el rendimiento esperado después de un periodo, el cual se expresa como *P*i*, por lo tanto la ecuación se expresaría de la siguiente manera:

$$F = P + P \times i$$

Y factorizando *P* tendríamos:

$$F = P \times (1+i)$$

Para encontrar el valor presente teniendo un valor futuro, la ecuación que tendríamos como resultado sería la siguiente:

$$P = \frac{F}{(1+i)}$$

Estas ecuaciones describen la relación de equivalencia entre el valor futuro y el valor presente bajo una tasa de inversión (o tasa de descuento en caso de pasar de valor futuro a valor presente) para un periodo.

A continuación se mostrará cómo deducir las ecuaciones para varios periodos.

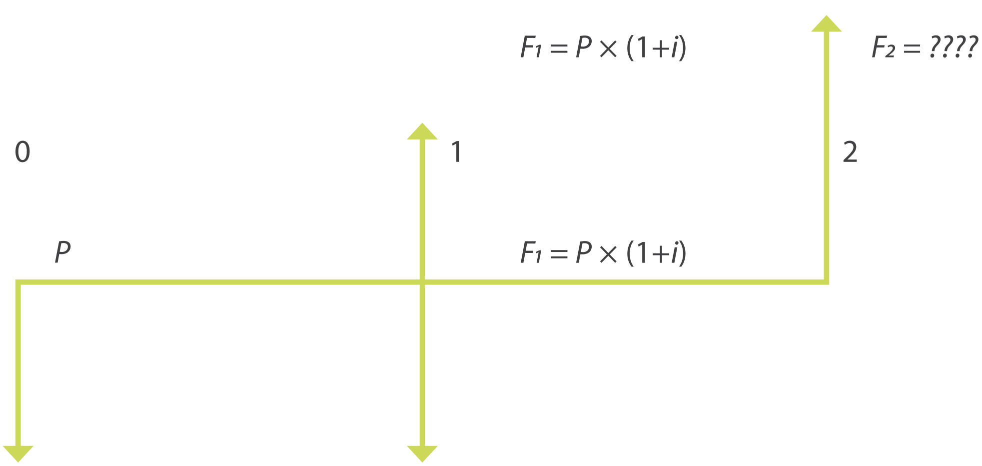


Figura 2. Deducción de ecuación de varios periodos
Fuente: Propia.

En la figura anterior se describe un diagrama de flujo donde se reinvierten el rendimiento obtenido durante el periodo 1 y la inversión inicial *P* bajo la misma tasa de interés. Para encontrar el valor de F_2 se elabora un cálculo similar al anterior, de la siguiente manera:

Valor del rendimiento en el periodo 2,

$$P * (1 + i) * i = P * (i + i^2),$$

Sumando a la inversión,

$$F_2 = F_1 + P * (i + i^2),$$

Reemplazando F_1 en términos de P,

$$F_2 = P * (1 + i) + P * (i + i^2),$$

$$F_2 = P * (1 + i + i + i^2),$$

$$F_2 = P * (1 + 2i + i^2),$$

Lo cual es equivalente por productos notables a:

$$F_2 = P * (1 + i)^2$$

La ecuación anterior determina el valor futuro de una inversión *P* luego de dos periodos, en donde después del primer periodo se reinvierte el rendimiento de la operación. Ya teniendo el resultado, se generaliza en una expresión matemática del valor futuro para *n* periodos, con reinversión en cada periodo anterior a *n* con la siguiente ecuación:

$$F = P * (1 + i)^n$$

Donde n equivale al número de periodos de reinversión. De igual forma para encontrar el valor presente se puede despejar P de la ecuación anterior, encontrando:

$$P = \frac{F}{(1 + i)^n}$$

El diagrama de flujo para esta equivalencia sería:

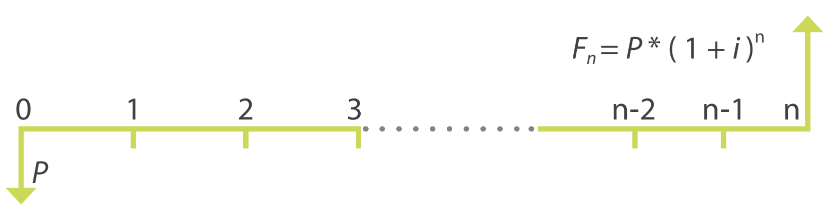


Figura 3. Diagrama de flujo de equivalencia
Fuente: Propia.

Esta relación de equivalencia se cumple cuando los intereses de cada periodo son reinvertidos y adicionalmente considerando que la tasa de interés de retorno es igual a *i* para cada periodo durante *n* periodos.

El valor futuro y el valor presente es la relación de equivalencia más importante en las matemáticas financieras, pues permite caracterizar las variables que determinan el valor del dinero en el tiempo. A partir de esta sección se considera que en todos los proyectos y casos por estudiar existe una reinversión de las ganancias en los periodos definidos en los problemas, con el fin de acercarnos más a la realidad, a través de los ejemplos planteados.

Ejemplos resueltos equivalencia valor presente y valor futuro (Serrano J. 2010)

- Ejemplo 1

Se invierte una suma de $1 000 000 durante 10 años a una tasa de interés anual igual al 35%; no se retiran los intereses, se capitalizan cada año y se reinvierten a la misma tasa de interés. La suma que se acumularía al final de los 10 años se obtiene de la siguiente forma:

$$F = P * (1 + i)^{n}$$

$$F_{10} = P * (1 + \mathrm{i})^{10}$$

$$F_{10} = 1.000.000 * (1 + 0{,}35)^{10}$$

$$F_{10} = 1.000.000 * (1{,}35)^{10}$$

$$F_{10} = 1.000.000 * 20{,}106 = 20.106.556$$

En la situación anterior, el inversionista podría retirar $20 106 556 al final del año 10. Es decir, para la tasa de interés considerada, disponer de $1 000 000 hoy será equivalente a disponer de $20 106 556 dentro de 10 años.

En forma similar, para esta tasa de interés, $20 106 556 recibido dentro de 10 años sería equivalentes a recibir $1 000 000 en la fecha presente. Por lo tanto se puede decir que para una tasa de interés de equivalencia o tasa de interés de oportunidad del 35%, el valor actual o presente correspondiente a una cantidad igual a $20 106 556 recibidos dentro de 10 años es igual a $1 000 000. Estos valores muestran el efecto ilusorio del dinero.

A continuación se enseñará otro ejemplo en el que se puede hallar el valor presente partiendo de un valor esperado por el inversionista en el futuro.

- Ejemplo 2

Una persona debe acumular en 10 años $38 millones; para esto, va a invertir en un fondo de inversión que le ofrece un interés semestral del 6.8%. ¿Cuál es el monto que se debe invertir en el fondo en la fecha cero?

Considerando la fórmula de equivalencia presente de una suma futura:

$$P = \frac{F_n}{(1 + i)^n}$$

Tendríamos:

$$P = \frac{38.000.000}{(1 + 0{,}068)^{20}}$$

$$P = \frac{38.000.000}{(1{,}068)^{20}}$$

$$P = \frac{38.000.000}{3{,}727563}$$

$$P = 10.194.326$$

Así, el monto inicial o en la fecha cero, deberá ser de $10 194 326 a un interés o tasa de oportunidad de 6,8%, para poder obtener al final de los 10 años el valor esperado de $38 millones.

Como dato extra y sencillo a desarrollar en este tema, y haciendo uso de las expresiones matemáticas también se puede encontrar la tasa de interés a la que se realiza una operación financiera y el valor en pesos de los intereses, pues en la mayoría de actividades, siempre hay un interés representado en un valor porcentual o en un valor en dinero.

A partir del valor presente y valor futuro también se puede hallar el valor del interés de la operación. Así entonces, la expresión matemática saldrá de la diferencia entre el valor futuro y el valor presente, así:

$$I = F - P$$

El resultado en esta expresión será la medida o el valor de la variación del dinero en el tiempo.

A través de la siguiente expresión matemática se puede obtener el valor porcentual de dicho interés donde también interviene la variable del valor presente.

La ecuación será entonces:

$$i = \frac{I}{P}$$

Ejemplo 3

Este ejemplo resuelto por Meza, J. (2011). En el libro Matemáticas financieras aplicadas, permite integrar las dos expresiones matemáticas antes planteadas.

Se deposita en una entidad financiera la suma de $1.000.000 y al cabo de 1 mes se retira $1.030.000. Calcular el valor de los intereses y la tasa de interés ganada.

$$P = \$1.000.000$$

$$F = \$1.030.000$$

La diferencia entre el valor futuro (F) y el valor presente (P) es el valor de los intereses (I):

$$I = F - P$$

$$I = 1.030.000 - 1.000.000$$

$$I = \$30.000$$

La tasa de interés (i) saldrá de la relación entre los intereses (I) y el valor depositado (P), utilizaremos entonces la siguiente expresión:

$$i = \frac{I}{P}$$

$$i = \frac{30.000}{1.000.000}$$

$$i = 0.03 = 3\%$$

La tasa de interés obtenida se encuentra expresada inicialmente como decimal, por lo tanto, para obtener la tasa de interés hay que convertirla en porcentaje multiplicando el resultado por 100. Para este caso tendremos que la tasa de interés es de 3% mensual.

En conclusión, la relación del valor del dinero en el tiempo se obtiene por medio del establecimiento del valor presente y el valor futuro, y el valor de la variación del dinero en el tiempo se logra a través del interés en su forma de valor o de la tasa de interés en su forma de expresión porcentual.

2

Unidad 2

Valor del dinero en el tiempo y relaciones de equivalencia

Finanzas II

Autor: Andrea Quiroga

AREANDINA
Fundación Universitaria del Área Andina
MIEMBRO DE LA RED
ILUMNO

Introducción

Durante las semanas anteriores se ha podido hacer principal énfasis en el tema del valor del dinero en el tiempo como fundamento de las finanzas, donde a través de diagramas de flujo se han estructurado, con una línea de tiempo, con pagos o ingresos únicos, con un valor presente y un valor futuro que equivalen a una serie de pagos, escenarios de estudio de casos que ayudan a una mejor comprensión de los contenidos.

El subtema de esta semana hace parte del valor de dinero en el tiempo, y se titula: Serie uniforme equivalente a un valor presente o a un valor futuro; que permite implementarlo en la dinámica diaria de cada persona, empresa o negocio, al adquirir préstamos o planes de ahorro, que se refiere a flujos constantes o pagos iguales sobre periodos definidos, lo que se denomina anualidades o series uniformes.

Es importante recalcar que los elementos básicos como diagramas de flujo, intereses, y también variables como valor presente *P*, valor futuro *F* o períodos *n*, que fueron estudiados en las semanas anteriores, seguirán siendo herramientas fundamentales para el correcto desarrollo de esta nueva semana.

U2

Metodología

El estudiante apoyado en las herramientas básicas estudiadas en las semanas anteriores, deberá comprender y asimilar el concepto y resultado de una serie uniforme o anualidad a través de los ejemplos propuestos y de los ejercicios a desarrollar, con el fin de estar en la capacidad de establecer en su trabajo, en su negocio o simplemente para sus finanzas personales, y saber cuánto debe pagar o cuánto debe ahorrar para un valor futuro esperado o según un valor presente establecido.

U2 Desarrollo temático

Serie uniforme equivalente a un valor presente o a un valor futuro

No es lo mismo recibir $5 millones de pesos hoy a haberlos recibido hace 20 años, pues hace 20 años con esa cantidad se pudo haber abonado la mitad del valor de una casa, hoy $5 millones no son ni la cuota inicial de la misma casa. Esto se presenta debido a la existencia de variables como la inflación, los precios del mercado, tasas de interés, hasta la devaluación de la moneda, que hace que el valor del dinero al transcurrir el tiempo sea diferente.

Es necesario establecer relaciones de equivalencia de los valores presentes y futuros o esperados en planes de ahorro o proyectos de inversión, con el fin de dar un correcto análisis de rentabilidad de los mismos.

Antes de empezar a explicar cada una de las relaciones de equivalencia, es necesario plantear unas características generales dadas para poder establecer las relaciones de equivalencia:

- No se retira dinero en el transcurso del tiempo, sino hasta el final del periodo n.
- La tasa de interés es lo mismo que la tasa de interés de oportunidad para el inversionista.
- La tasa de interés permanece siempre constante durante todo el periodo.
- No importa el número de periodos, lo importante es que el interés sea el mismo para siempre y que no se realicen retiros sino hasta el final.
- Se suponen que los intereses se reinvierten, si no serían interés sobre interés.
- Las relaciones de equivalencia suponen que los intereses son vencidos y no anticipados. Si fuera el caso que se presentaran anticipados se deberá hacer la conversión a vencidos.

Como se mencionó en la introducción se comenzará por estudiar otra relación de equivalencia en relación al valor del dinero en el tiempo; inicialmente se referirá a la equivalencia en valor presente para una serie uniforme y luego se continuará con la equivalencia en valor futuro para una serie uniforme.

Serie uniforme y valor futuro valor futuro de una serie uniforme

Matemáticamente, es necesario dar nombre a las variables que se utilizarán a partir de este momento para establecer las relaciones de equivalencia en serie uniformes. Así cuando se mencione *A*, nos referiremos a flujos (ingresos o egresos) iguales o periódicos, conocidos como anualidades. *F* será el valor futuro, a una tasa de interés dada *i*, para un número de periodos n.

Para cada egreso hay una expresión matemática de equivalencia en el futuro, desde el flujo 1 hasta *n*; entonces la suma acumulada al final de los *n* periodos, dará la siguiente expresión (Serrano, J. 2010).

$$F = A\,[\,(1+i)^{(n-1)} + (1+i)^{(n-2)} + \dots + (1+i)^{(2)} + (1+i)^{(1)} + 1\,]$$

Factorizando esta expresión, al final se obtendrá la ecuación:

$$Fn = \frac{A\,[\,(1+i)^{n} - 1\,]}{i}$$

El ejemplo siguiente mostrará un caso más concreto:

Ejemplo 1

Se pretende hacer un ahorro programado a 10 años, de $100 000 pesos mensuales (depósitos realizados a final de cada mes). La tasa de interés que garantiza es del 2,5% mensual. ¿Cuánto se tendría al final del periodo 120?

La representación gráfica del problema será:

Figura 1. Caso concreto de equivalencia
Fuente: Propia.

Para hallar el valor futuro de esta serie uniforme se utilizará la fórmula:

$$Fn = \frac{A\,[\,(\,1 + i\,)^{n} - 1\,]}{i}$$

Teniendo las variables:

A será igual a los depósitos periódicos: $100 000

i será igual a la tasa de interés para cada periodo: 2,5% o 0,025

n será igual al número de periodos: 120

Entonces:

$$F_{120} = \frac{100.000 * [(\,1 + 0{,}025\,)^{120} - 1]}{0{,}025}$$

$$F_{120} = \frac{100.000 * [\,19{,}35815 - 1\,]}{0{,}025}$$

$$F_{120} = \frac{1.835.815}{0{,}025}$$

$$F_{120} = 73.432.600$$

Al final de los 10 años se contará con $73 432 600 pesos.

Serie uniforme y valor futuro: Serie uniforme dado un valor futuro

A partir de la expresión anterior (valor futuro de una serie uniforme), se puede despejar la ecuación para hallar la equivalencia, conociendo por supuesto el valor futuro *F* y el valor del interés *i*, siendo el resultado:

$$A = F\left[\frac{i}{(\,1 + i\,)^{n} - 1}\right]$$

Al revisar el ejemplo siguiente se puede aplicar esta equivalencia:

Ejemplo 2

Una persona quiere hacer un programa de ahorro para que en un año pueda irse de vacaciones en un plan turístico cuyo precio total es $12 000 000 de pesos. El banco le garantiza un rendimiento o tasa de interés mensual de 2%. ¿Qué cantidad debe ahorrar cada mes si los depósitos que hará son constantes y depositados al final de cada periodo?

La representación gráfica del problema será:

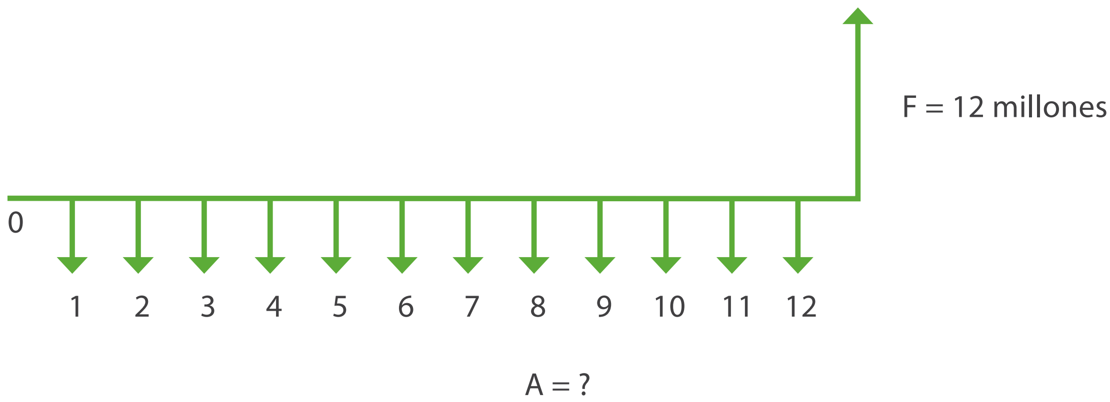


Figura 2. Representación de problema
Fuente: Propia.

Con las siguientes variables:

F será igual al valor esperado al final del ahorro: $12 000 000

i será igual a la tasa de interés para cada periodo: 2% o 0,02

n será igual al número de periodos: 12

Entonces:

$$A = F\left[\frac{i}{(1+i)^{n}-1}\right]$$

$$A = 12.000.000 * \left[\frac{0,02}{(1+0,02)^{12}-1}\right]$$

$$\left[\frac{0,02}{0,26824}\right]$$

$$A = \$894.721$$

Mensualmente, durante un año la persona debería ahorrar $894 721 para poder realizar el viaje.

Serie uniforme y valor presente: valor presente de una serie uniforme

Para saber el valor presente de una serie uniforme es necesario considerar trasladar a valor presente la suma acumulada al final de los n años (Serrano, J. 2010). Para este caso se conocerá el valor de la anualidad o de la cuota *A* y el valor del interés *i*; así entonces tendremos la siguiente expresión:

$$P = \text{A}\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i\,(1+i)^{n}}\right]$$

El siguiente ejemplo (Meza, J. 2011) propuesto amplía la relación de equivalencia:

Ejemplo 3

Se compró un vehículo con una cuota inicial de $1 000 000 y 12 cuotas mensuales iguales de $200 000. La agencia cobra el 2,5% mensual sobre saldos. Calcular el valor presente de los pagos realizados y calcular el valor presente del vehículo.

El flujo de caja de la operación será:

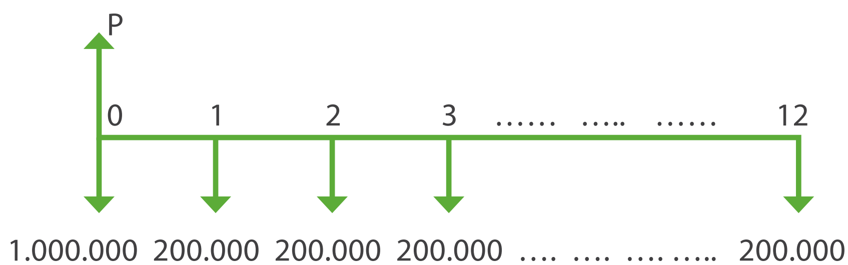


Figura 3. Ejemplo de ampliación de relación de equivalencia
Fuente: Propia.

Con las siguientes variables:

A será igual al valor constante para cada cuota $200 000

i será igual a la tasa de interés para cada periodo: 2,5%

n será igual al número de periodos: 12

Entonces:

$$P = \text{A}\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i\,(1+i)^{n}}\right]$$

$$P = 200.000 * \left[\frac{(1+0{,}025)^{12}-1)}{0{,}025*(1+0{,}025)^{12}}\right]$$

P=$2.051.552,92

El valor presente de los pagos será de \$2 051 552,92; y para calcular el valor presente del vehículo se debe tener en cuenta la cuota inicial que se dio:

Valor del vehículo = \$1 000 000 + \$2 051 552,92

Valor del vehículo = \$3 051 552,92

Serie uniforme y valor presente: serie uniforme dado un valor presente

De la expresión matemática anterior se puede partir para obtener la relación equivalente de una serie uniforme, donde se conoce el valor presente (*P*), el valor de los intereses (*i*) y el número de pagos (*n*); así entonces se obtendrá:

$$A = P \left[\frac{i\,(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Al revisar el ejemplo siguiente se verá un caso donde es posible aplicar esta equivalencia:

Ejemplo 4

¿Cuál será el pago que se debe efectuar al final de cada mes durante 5 años, para un crédito \$8 000 000, con una tasa de interés mensual de 1.8%, queremos saber?

El flujo de caja para este caso será:

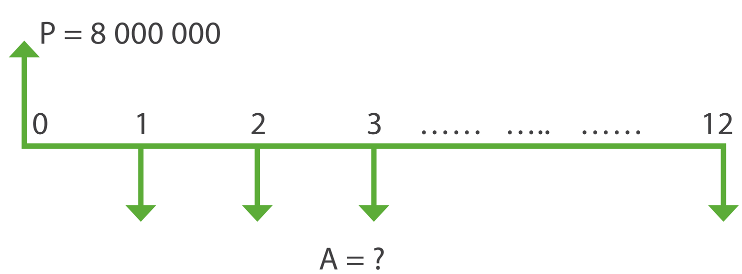


Figura 4. Relación equivalente de una serie uniforme
Fuente: Propia.

Con las siguientes variables:

P será igual al valor total del crédito \$8 000 000

i será igual a la tasa de interés para cada periodo: 1,8%

n será igual al número de periodos: 12

El resultado aplicando la expresión matemática, será:

$$A = P \left[\frac{i\,(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$A = 8.00.000 * \left[\frac{0{,}018 * (1 + 0{,}018)^{60}}{(1 + 0{,}018)^{60} - 1} \right]$$

A=$219.135,73

El pago mensual al final de cada mes será de $219 135,73

En conclusión, se hace necesario establecer relaciones de equivalencia para cada escenario que presente un caso de valor de dinero en el tiempo, con el fin de dar un resultado certero y un análisis preciso, sin errores, en la evaluación de cada caso.

2

Unidad 2

Valor del dinero en el tiempo y relaciones de equivalencia

Finanzas II

Autor: Andrea Quiroga

AREANDINA
Fundación Universitaria del Área Andina

MIEMBRO DE LA RED
ILUMNO

Introducción

En las tres semanas anteriores se ha estudiado el valor del dinero en el tiempo, desde su representación gráfica hasta sus equivalencias a valor presente y a valor futuro, con series uniformes de pagos o ingresos iguales. Se ha relacionado a través de ejemplos de créditos, de leasing, de arriendos, de planes de inversión, de programas de ahorro.

En esta semana, se seguirá trabajando con el tema general del valor del dinero en el tiempo, denominada Valor presente de una serie finita e infinita con crecimiento constante, se evidenciará otros aspecto dentro del tema de valor del dinero en el tiempo, a través de ejemplos prácticos de casos donde los flujos serán de crecimiento constante con un número de periodos finito, o sin número de periodos establecido (infinito); ambos escenarios son también una serie equivalente a un valor presente, pero agregando nuevas variables a sus respectivas expresiones matemáticas; es decir, que será continúo con una relación de equivalencia, algo más compleja, del valor del dinero en el tiempo.

En este tema se mostrará un nuevo ejemplo que involucra escenarios de acciones, considerando su valoración dentro de la toma de decisiones financieras.

U2

Metodología

El estudiante deberá identificar las variables de cada escenario tanto para los crecimientos constantes con periodos finitos, como pueden ser para los periodos infinitos según sea el caso, identificarlos en la ecuación y llegar a los resultados acertados, para el análisis de cada ejemplo que se presentará.

Se remitirá a elementos básicos aprendidos en semanas anteriores, como fundamento en el desarrollo de este nuevo subtema dentro del valor del dinero en el tiempo.

U2

Desarrollo temático

Hasta el momento se ha considerado escenarios o casos de estudio donde las anualidades o cuotas se mostraban exactamente iguales, no eran variables o no crecían, pues estas se presentaban uniformes; sin embargo, esos escenarios no son en su totalidad aplicados a la vida real, son contados los ejemplos que se ven a diario. Esto hace que el objeto de estudio sea un escenario común.

Continuando con el estudio de casos de series que representan el valor del dinero en el tiempo, es necesario agregar como nuevos elementos de estudio el crecimiento constante de los flujos de caja periodo a periodo, y la serie que puede ser de periodos finitos o infinitos, según sea el caso planteado. A esta relación periódica en ocasiones también se le denomina como gradiente con crecimiento constante con duración finita o infinita o serie variable.

En cualquiera de los dos escenarios (finitos o infinitos) se puede decir que el valor presente "es un valor ubicado en el presente, que resulta de sumar los valores presentes de una serie de pagos que aumentan cada periodo una cantidad constante". (Meza, J, 2011, p. 400). Sin embargo, aunque es dispendioso para el infinito o para una serie de periodos sumar cada una de las cuotas o flujos de cada periodo, más el número de crecimiento, es pertinente destacar que todo eso se ha podido resumir en las expresiones matemáticas que se expondrá aquí.

Desde este punto se comenzará a estudiar y analizar cada uno de los dos escenarios para establecer las relaciones de equivalencia necesarias para las series (finitas o infinitas) con un crecimiento constante de las cuotas o anualidades.

Valor presente de una serie infinita con crecimiento constante

La situación que se analizará será la de un escenario, en el cual se tienen flujos de caja que crecen constantemente de un periodo a otro, es decir, que ese crecimiento está dado por una tasa de crecimiento periódica (en la misma proporción o porcentaje de crecimiento, periodo a periodo).

Es necesario hacer una representación de diagrama de flujo para entender visualmente mejor cuales son a simple vista las características de este nuevo escenario; así, su representación de diagrama de flujo será la siguiente:

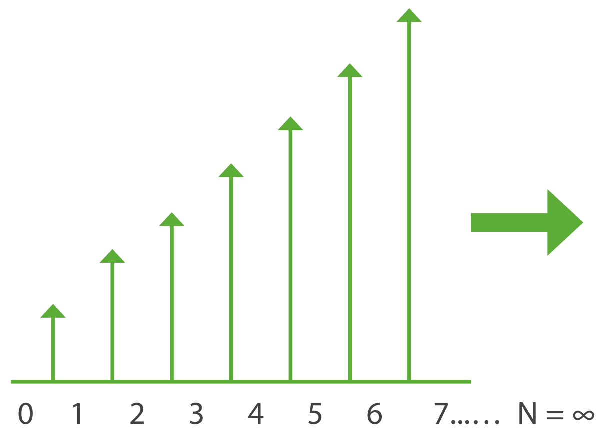


Figura 1. Tasa de crecimiento periódica infinita
Fuente: Propia.

Entonces la ecuación o expresión matemática para este caso, se definirá como:

$$P = \frac{D}{(k - g)}$$

Luego se identificará las variables que harán parte de la ecuación para esta serie infinita; dichas variables son:

D Flujo de caja para cada periodo

g Tasa de crecimiento periódica o constante

k Tasa de oportunidad o tasa de descuento (k deberá ser mayor a g)

P Valor presente

Al observar aquí no se tiene en cuenta en esta línea de tiempo, un periodo específico o variable n, sino una prolongación de la periodicidad de manera continua a infinito. En la realidad no hay operaciones que lleguen al infinito, pero se considera que un periodo infinito será un periodo que tendrá fin cuando el inversionista o dueño de un título de acciones venda o mercantilice dicha participación accionaria. Por eso los casos de acciones se aplican adecuadamente a estas nuevas series a estudiar.

Valor presente de una serie finita con crecimiento constante

Para la serie finita, se parte de las mismas variables consideradas para las series infinitas, pero aquí sí se establecerá un número de periodos fijo o finito; se seguirá identificando como la variable n.

El diagrama de flujo para dicho escenario podría ser cualquiera de los ya estudiados, pero con la característica de que cada cuota o flujo crecerá de manera constante para un periodo dado. Será entonces:

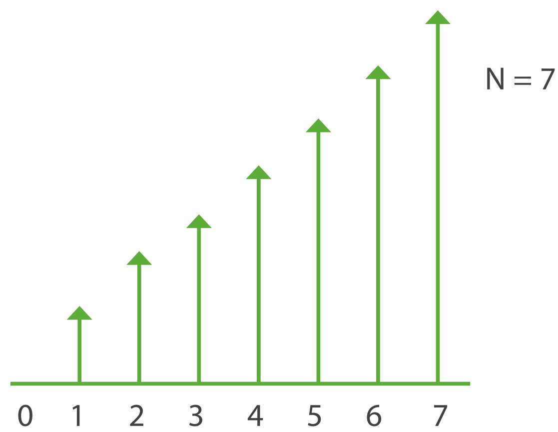


Figura 2. Tasa de crecimiento periódica finita
Fuente: Propia.

Teniendo las mismas características y un número de periodos N, Resumen se mostrarán las siguientes variables que intervendrían en la ecuación para este caso:

D Flujo de caja para cada periodo

g Tasa de crecimiento periódica o constante

k Tasa de oportunidad o tasa de descuento (k deberá ser mayor a g)

P Valor presente

N Número de periodos

La expresión matemática sería entonces:

$$P = \frac{D}{(k - g)} * \left\{ 1 - \left[\frac{(1+g)}{(1+k)} \right]^N \right\}$$

Ejemplos Prácticos

A través de los siguientes ejemplos, con dos escenarios posibles, se puede repasar de manera práctica tanto la serie finita como infinita, y analizar sus resultados.

Ejemplo 1

- ¿Cuál es el precio de la acción, si el primer dividendo de $600 000 será pagado en un año? El número de dividendos anuales esperado es infinito, el crecimiento esperado de la acción es del 8,5% anual y la tasa interna de oportunidad del inversionista es del 20% anual. (Serrano, J, 2010, p. 57).

Para Identificar las variables de este ejemplo, se tiene:

D $600 000

g 8.5% anual

k 20% anual

P Valor presente a hallar

Considerando que el número de dividendos anuales es infinito, se resolvería de la siguiente manera:

$$P = \frac{D}{(k - g)}$$

$$P = \frac{600\,000}{(0{,}200\text{-}0{,}085)}$$

$$P = \frac{600\,000}{(0{,}11500)}$$

P= 5 217 391,30

El valor presente de la acción o el precio de la acción es de $5 217 391,30.

- ¿Cuál es el precio de la acción anterior, si el número de dividendos anuales esperado es de 20?

Para este caso es pertinente tener en cuenta que existe una nueva variable que convierte la serie antes infinita, a una serie finita: el establecer 20 dividendos anuales esperados.

Entonces, se resolvería de la siguiente forma:

$$P = \frac{D}{(k - g)} * \left\{ 1 - \left[\frac{(1+g)}{(1+k)} \right]^{N} \right\}$$

$$P = \frac{600\,000}{(0{,}200 - 0{,}085)} * \left\{ 1 - \left[\frac{(1 + 0{,}085)}{(1 + 0{,}200)} \right]^{20} \right\}$$

$$P = \frac{600\,000}{(0{,}11500)} * \{1 - [\,0{,}90417\,]^{20}\}$$

$$P = \frac{600\,000}{(0{,}11500)} * \{1 - 0{,}13334\}$$

$$P = 5\,217\,391{,}30 * \{\,0{,}86666\,\}$$

$$P = 4\,521\,689{,}30$$

El valor presente de la acción o el precio de la acción bajo un escenario con un número fijo de dividendos anuales es de $4 521 689,30.

Se nota que en los dos escenarios con las mismas variables, pero una serie infinita y otro de serie finita de 20 periodos cambia el resultado completamente. Es decir que, para el inversionista no será lo mismo a pesos de hoy una inversión con un tiempo determinado a una inversión a tiempo infinito. De aquí la importancia de establecer correctamente en cualquier análisis financiero, las variables que intervienen para la evaluación de la inversión o de la operación financiera, sea cual sea el caso.

Para continuar con la explicación, es necesario revisar otro ejemplo, que siga ilustrando o reuniendo los dos escenarios aquí estudiados (flujo finito y flujo infinito):

Ejemplo 2

- Suponga un flujo de caja con un crecimiento constante, pero finito. El flujo del primer año es de 1.850, y de ahí en adelante crece a una tasa constante g igual a 10%. La tasa de interés de oportunidad es del 18%. ¿cuál es el valor presente si el flujo es infinito? y ¿cuál es el valor presente si se trata de un flujo finito a 40 años? (Serrano, J, 2010, p. 153).

Para un flujo infinito, en las condiciones de crecimiento y de tasa de interés especificados, se presentan las siguientes variables:

D $1.850

g 10% anual

k 18% anual

P Valor presente a hallar

Entonces, el valor presente sería:

$$P_{infinito} = \frac{D}{(\ TIO - g\ )}$$

$$P_{infinito} = \frac{1.850}{(\ 0,18 - 0,10\ )}$$

$$P_{infinito} = 23.125$$

En la medida en que se trata de un flujo finito a 40 años, el valor presente estaría dado por la ecuación a continuación y la operación sería:

$$P_n = \frac{D}{(\ TIO - g\ )} * \left\{ 1 - \left[\frac{(\ 1 + g\ )}{(\ 1 + TIO\ )} \right]^N \right\}$$

$$P_{40} = \frac{1.850}{(\ 0,18 - 0,10\ )} * \left\{ 1 - \left[\frac{(\ 1 + 0,10\ )}{(\ 1 + 0,18\ )} \right]^{40} \right\}$$

$$P_{40} = 23.125 * 0,9397 = \$21.730$$

El resultado del valor presente para este flujo finito a 40 años, sería de $21 730.

Se puede ver que en los dos escenarios con las mismas variables, pero una serie infinita y otro de serie finita de 40 periodos o años, cambia el resultado completamente. Es decir que para el inversionista no será lo mismo a pesos de hoy una inversión con un tiempo determinado a una inversión a tiempo infinito. De aquí la importancia de establecer correctamente en cualquier análisis financiero, las variables que intervienen para la evaluación de la inversión o de la operación financiera, sea cual sea el caso.

En conclusión, se observa como la teoría financiera se va adecuando a escenarios más reales, también, como ha planteados expresiones matemáticas y diagramas de flujos acertados, donde se encuentran que por aumentos periódicos contantes externos a la operación se deben establecer escenarios cuyas cuotas o flujos tengan un crecimiento constante, es decir, en la misma proporción, en el mismo periódico y con un tiempo determinado (finito o infinito).

De esta forma concluye el tema general del Valor del dinero en el tiempo, planteando su gráfica a través de diagramas de flujo, su valor en términos de valor presente y valor futuro donde interviene una tasa de interés o de oportunidad dada, y sus relaciones de equivalencia bajo series uniformes o anualidades y bajo series variables o gradientes.

Sea cual sea el escenario que se trabaje siempre hay que tener claro que el dinero tiene un valor en el tiempo que no será el mismo hoy, mañana, en un mes, en un año, en una década o un siglo. Aquel adagio del común y que quizás hasta adherido a la finanzas modernas, de que “el tiempo es oro”, puede llegar a ser cierto.

Unidad 3

Conceptos básicos y características de tasas de interes

Finanzas II

Autor: Andrea Quiroga

Fundación Universitaria del Área Andina

MIEMBRO DE LA RED ILUMNO

Introducción

En la semana 5 se abordará el tema de las Tasas de interés, donde se podrán responder algunas de las siguientes preguntas ¿Qué es una tasa de interés? ¿A qué se aplican las tasas de interés? ¿Cuáles son las características de las tasas de interés? ¿Las tasas de interés son solo para hablar de créditos?

Si bien el tema de las tasas de interés es muy amplio, se verá el concepto básico y las características principales de las diferentes denominaciones aplicables a tasas de interés (interés simple, interés compuesto, interés efectivo e interés nominal), con el fin de entender lo que quieren decir en términos reales, en especial cuando se pide un crédito a un banco y se busca la rentabilidad de un proyecto.

U3

Metodología

Como se ha mencionado, el tema de tasas de interés es bastante amplio, y se hace necesario que el estudiante adquiera el conocimiento de este concepto y sus características básicas, además que logren llevarlo a un plano real, analizándolo a través de las lecturas propuestas y los ejercicios planteados.

Tasas de interés

"La tasa de interés es el precio del dinero tanto para el que lo necesita porque paga un precio por tenerlo, como para el que lo tiene porque cobra un precio por prestárselo al que lo requiere". (Meza, J, 2011, p. 137). Este es aquel que mide tanto el rendimiento como el costo del dinero.

El interés *(i)* como elemento de compensación en esta operación se mide o se representa a través de una tasa porcentual *(ti%)*.

A continuación se desarrollará el tema que fue presentando inicialmente y las dos formas de representación matemática del interés (Interés simple e Interés compuesto), y se finalizará con las dos expresiones comunes para hablar de las tasas de interés (Tasa efectiva y Tasa nominal).

Interés simple

El interés simple cuenta con unas características muy particulares que se deben de tener en cuenta previo a su estudio.

En el escenario donde se presente el interés simple, se verá que los intereses de periodos anteriores no se capitalizan en cada periodo, por lo cual el capital al final de cada periodo permanecerá igual, por esto los intereses y el capital no tendrán valor en el tiempo. El valor de los intereses podría decirse que permanecen igual para cada periodo.

Haciendo que financieramente este tipo de interés tenga una aplicación limitada, si se trasladara a un escenario real, este interés se podría aplicar a ciertas inversiones, pero muy difícilmente a créditos.

A pesar de lo anterior, se debe estudiar este tipo de interés, ya que es la forma básica del concepto de interés; la fórmula para su cálculo está dada de acuerdo a las siguientes variables:

$\boldsymbol{F}$ = flujo futuro o cantidad acumulada final.

$\boldsymbol{P}$ = capital inicial.

$\boldsymbol{n}$ = periodos.

Partiendo de la función de valor futuro (Meza, J, 2011, p. 53). $F = P\,(1 + ni)$, la expresión para el cálculo de la tasa de interés simple:

$$i = \frac{1}{n}\left[\frac{F}{P} - 1\right]$$

Para ser más claro al respecto, se debe observar un ejemplo concreto:

Ejemplo 1

Hallar la tasa de interés simple mensual de una inversión inicial de $400 000 que al final de 10 meses me dará $750 000 de pago único final.

Aplicando nuestra fórmula antes mencionada, tendremos:

$$i = \frac{1}{n}\left[\frac{F}{P} - 1\right]$$

$$i = \frac{1}{10}\left[\frac{750\ 000}{400\ 000} - 1\right]$$

$$i = 0{,}10 * [0{,}875]$$

$$i = 0{,}0875 = 8.75\%$$

Como resultado, el valor del interés simple mensual será de 0,0875 o en términos porcentuales los intereses serán de 8,75%. Es importante recordar siempre usar en la aplicación de estas fórmulas y el valor absoluto para cada variable.

Interés compuesto

A diferencia del interés simple, se verá que en un escenario con interés compuesto en cada periodo los intereses sí se irán sumando al capital principal, lo cual permitirá que para el siguiente periodo halla un nuevo valor del capital sobre el cual se liquiden los intereses, es decir, que los intereses se capitalizarán y no perderán valor.

Este es un escenario mucho más real a la práctica, donde en un crédito al final de cada periodo se tendrá el valor de los intereses que se capitalizan y un nuevo saldo sobre el cual se calculan los intereses para el siguiente periodo.

La fórmula básica expresada en términos de valor futuro dado para un interés compuesto, y de la cual se podrán despejar cada una de las variables es:

$$F = P\,(1 + i)^n$$

Donde:

F = valor futuro.

P = valor inicial.

i = tasa de interés para el periodo.

n = número de periodos.

Al despejar la fórmula básica de cada una de las variables, se puede obtener el valor de cualquiera de las variables si se desconociera, haciendo uso de las matemáticas básicas.

El siguiente ejemplo reúne los dos conceptos ya estudiados para ver sus diferencias:

Ejemplo 2

Se depositan $1 000 000 durante un año, en una corporación que reconoce el 3% mensual. Calcular el valor acumulado al final del año, bajo interés simple y bajo interés compuesto. (Meza, J, 2011, p. 67).

Con interés simple:

$$F = P\,(1 + ni)$$
$$F = 1\ 000\ 000\ (1 + 12 * 0.03)$$
$$F = \$1\ 360\ 000$$

Con interés compuesto:

$$F = P\,(1 + i)^n$$
$$F = 1\ 000\ 000\ (1 + 0.03)^{12}$$
$$F = \$1\ 425\ 760{,}88$$

Si se desconociera el valor de la tasa de interés compuesta, se podría hallar dicho valor con la misma fórmula antes aplicada.

$$F = P\,(1 + i)^n$$

$$1\,425\,760 = 1\,000\,000\,(1 + i)^{12}$$

$$1{,}42576 = (1 + i)^{12}$$

$$\sqrt[12]{1{,}42576} = \sqrt[12]{(1 + i)^{12}}$$

$$1{,}0299 = 1 + i$$

$$0{,}0299999999 = i$$

$$3\% = i$$

Las diferencias que se observan en los resultados de los escenarios, es lo que se ha planteado como diferencia en el concepto entre interés simple e interés compuesto. En el resultado del interés simple, no se están capitalizando los intereses, es decir, que no existen muchos intereses sobre otros, pero en el escenario del interés compuesto se tiene en cuenta un nuevo saldo para la liquidación de estos en cada periodo.

Tasas de interés efectiva y nominal

Cuando se quiere abrir una cuenta de ahorros con alguna rentabilidad en un banco, al solicitar un crédito de vivienda y al revisar los extractos de una tarjeta de crédito son algunos momentos de la vida cotidiana, en el cual se puede decir que se ha tenido contacto con las tasas de interés. Estas dos tasas de interés significan:

La tasa de interés nominal es aquella que se paga por un préstamo o una cuenta de ahorros y no se suma al capital, es expresada en términos anuales con una frecuencia de tiempo de pago, por ejemplo: Tasa nominal anual del 10% pagadera mes vencido. Se asimila a la tasa de interés simple.

La tasa de interés efectiva se paga o se recibe por un préstamo o un ahorro cuando no se retiran los intereses, se asimila a un interés compuesto. Esta tasa es una medida que permite comparar las tasas de interés nominales anuales bajo diferentes modalidades de pago, ya que generalmente se parte de una tasa efectiva para establecer la tasa nominal que se pagará o recibirá por un préstamo o un ahorro (Coltefinanciera, 2014).

Se puede mencionar que la tasa de interés nominal es básicamente una tasa de referencia, ya que no muestra el costo real de un ahorro o un crédito, sin embargo, el sistema financiero si la usa en términos de nominal anual. Por otro lado, la tasa de interés efectiva, como lo dice su nombre, sí muestra el costo efectivo del crédito o del ahorro o de una inversión.

Entre estas dos tasas de interés existen relaciones de equivalencia, se puede tener una tasa efectiva y se puede hallar la tasa nominal equivalente, y viceversa; y lo que se obtendrá será una tasa efectiva o nominal periódica, por ejemplo: 15% EA (efectiva anual), 28% MV (mes vencido), 13% TA (trimestre anticipado), entre otras.

Indirectamente se ha mencionado una característica muy importante dentro de las tasas interés, es decir su periodo de causación: anticipado o vencido. Esta periodicidad de las tasas de interés se verá al final de la sección.

Para comenzar a establecer las equivalencias entre las tasas de interés, se empieza por la ecuación de la tasa efectiva:

$$TE = (1 + i)^n - 1$$

Al establecer los pasos para cada caso de equivalencia entre las tasas, a manera de resumen.

Tasa efectiva a tasa efectiva

Se utiliza la fórmula citada de tasas efectivas.

$$TE = (1 + i)^n - 1$$

Ejemplo 3

¿Qué tasa trimestral es equivalente al 3% mensual?

$$TEB = (1 + 0.03)^3 - 1$$

$$TEB = 0{,}092 = 9{,}27\%\ trimestral$$

Tasa efectiva a tasa nominal

Para contar con la tasa efectiva anual se debe utilizar:

$$TEA = (1 + \frac{J}{n})^n - 1$$

Y aquí se debe despejar *J* que representa la tasa nominal, aplicando radicales a ambos lados para obtener el resultado.

Si al contar con la tasa efectiva anual, otra opción posible es hallar la equivalencia de tasa efectiva a tasa efectiva y una vez con esta tasa resultado, será la variable tasa periódica para la siguiente fórmula:

$$J = Tasa\ Periodica\ i * Numero\ de\ periodos\ n$$

Si se tuviera la tasa efectiva periódica (no anual) simplemente se debería aplicar la fórmula anterior.

Ejemplo 4

¿Cuál es la tasa nominal trimestral equivalente de una tasa del 15% EA?

Opción 1

$$TEA = (1 + \frac{J}{n})^n - 1$$

$$0{,}15 = (1 + \frac{J}{4})^4 - 1$$

$$0{,}15 + 1 = (1 + \frac{J}{4})^4$$

$$\sqrt[4]{1{,}15} = \sqrt[4]{(1 + \frac{J}{4})^4}$$

$$(1{,}15)^{1/4} = 1 + J/4$$

$$(1{,}03555 - 1) * 4 = J$$

$$0{,}14223 = 14{,}22\%\ trimestral = J$$

Opción 2

$$TEA = (1 + TET)^4 - 1$$

$$0{,}15 + 1 = (1 + TET)^4$$

$$\sqrt[4]{1{,}15} = \sqrt[4]{1 + TET)^4}$$

$$1{,}03555 = 1 + TET$$

$$0{,}03555 = 3.5558\% = TET$$

Luego

$$J = Tasa\ Periodica\ i * Numero\ de\ periodos\ n$$

$$J = 0{,}03555 * 4$$

$$J = 0{,}1422 = 14{,}22\%\ trimestral$$

Tasa nominal a tasa efectiva

Teniendo la tasa nominal se debe buscar la tasa efectiva periódica (mensual, bimestral, trimestral, semestral, anual), con la siguiente fórmula:

$$i = \frac{J}{n} = \%\ \text{mensual}, bimenestral...$$

Si se debe llegar a la tasa efectiva anual desde la tasa nominal, se podrá hallar con la siguiente fórmula, luego de haber encontrado la tasa efectiva periódica con la ecuación antes mencionada:

$$TEA = (1 + \frac{J}{n})^n - 1$$

Ejemplo 5

Al verificar que el ejemplo 4 está correcto, buscando la tasa efectiva trimestral equivalente a la tasa nominal hallada.

$$i = \frac{J}{n}$$

$$i = \frac{0{,}1422}{4} = 3{,}55\%\ trimestral$$

Si se quiere hallar la EA:

$$TEA = (1 + \frac{J}{n})^n - 1$$

$$TEA = (1 + \frac{0{,}1422}{4})^4 - 1$$

$$TEA = 0{,}1499 = 14.9999..\ \%EA$$

Tasa nominal a tasa nominal

Primero se hallará la tasa efectiva anual para la tasa nominal dada, con la fórmula siguiente:

$$TEA = (1 + \frac{J}{n})^{n} - 1$$

Luego usando esta misma fórmula se hallará la equivalencia nominal periódica, utilizando radicales a ambos lados de la ecuación para despejar *J*, y así se tendría la nueva tasa nominal equivalente.

Otro método puede ser: hallando primero la tasa efectiva a través de la siguiente fórmula:

$$i = \frac{J}{n} = \%\ \text{mensual}, \textit{bimenestral...}$$

Seguido se debe encontrar la tasa efectiva en el término periódico, dado por la tasa nominal a encontrar (trimestral, bimestral, etc.), es decir tasa efectiva a tasa efectiva:

$$TE = (1 + i)^{n} - 1$$

Finalmente, con la nueva tasa efectiva, calculamos la tasa nominal, aplicando la tasa nominal:

$$J = \textit{Tasa Periodica } i * \textit{Numero de periodos } n$$

Ejemplo 6

¿Cuál será la tasa nominal bimestral equivalente para una tasa del 20% capitalizable mensual?

$$i = \frac{J}{n}$$

$$i = \frac{0{,}20}{12} = 1{,}67\%\ \textit{mensual}$$

$$TE = (1 + i)^{n} - 1$$

$$TE = (1 + 0{,}0167)^{2} - 1$$

$$TE = 0{,}0336 = 3{,}36\%\ \textit{bimestral}$$

$$J = \textit{Tasa Periodica } i * \textit{Numero de periodos } n$$

$$J = 0{,}0336 * 12$$

$$J = 0{,}4033 = 40{,}33\%\ \textit{mensual (tasa nominal)}$$

Dato importante de estudio

En las tasas efectivas existen dos tipos de tasas con periodicidad diferente, las tasas vencidas y las tasas anticipadas; a continuación se enunciarán las fórmulas para conversión entre ellas:

Tasa anticipada a tasa vencida:

$$iv = \frac{ia}{1 - ia}$$

Tasa vencida a tasa anticipada:

$$ia = \frac{iv}{1 - iv}$$

3

Unidad 3

Valuación o viabilidad de proyectos

Finanzas II

Autor: Andrea Quiroga

AREANDINA
Fundación Universitaria del Área Andina
MIEMBRO DE LA RED
ILUMNO

Introducción

El ser humano, generalmente suele planear cosas, con el fin de llegar a tener un mejor bienestar, siempre tiene sueños por cumplir, metas para alcanzar, proyectos que realizar. En muchos casos utiliza el dicho del argot popular que menciona que "soñar no cuesta nada". Pero, ¿será del todo cierto esto?

En esta semana, a través de diferentes explicaciones se podrá notar que el dicho no es del todo verdad, y para desmentirlo se utilizarán herramientas que fundamenten dicho análisis. Pues sí tiene costo realizar un proyecto que conlleve a una inversión, por esto se hace necesario que todo proyecto de inversión en donde existan flujos de caja iniciales o valor presente de los flujos, ganancias esperadas o valor futuro de los flujos y que posea unas tasas de interés, sea evaluado previamente a la toma de decisión definitiva, es decir antes de dar el sí financiero.

Para lograr una adecuada evaluación financiera de un proyecto de inversión, es necesario conocer el tema introductorio a la viabilidad o evaluación de proyectos a través de los siguientes tres conceptos claves: Valor Presente Neto (VPN), Tasa Interna de Oportunidad (TIO) y la Tasa Interna de Retorno (TIR).

En esta semana se comenzarán a estudiar los temas claves del módulo de Finanzas II, la evaluación o la viabilidad de proyectos, estudiando las herramientas claves y concretas que desarrollen criterios de análisis para aceptar o descartar un proyecto de inversión, sea cual sea que se presente, y no solo para el desarrollo profesional o laboral, sino también para aplicarse en negocios.

U3

Metodología

El estudiante deberá comprender el concepto y aplicación de estas herramientas de evaluación de proyectos, con el fin de determinar en cualquier escenario económico que se presente, la viabilidad de los proyectos de inversión, a través del análisis a conciencia de los resultados que cada uno de esos elementos evaluativos arrojen.

Tasas de interés

Es importante que exista claridad en el momento de arriesgarse a invertir en un proyecto determinado, es necesario contar con herramientas de análisis seguras para no cometer errores que pueden costar una suma alta de dinero.

Generalmente, las personas para tomar una decisión de inversión se hacen preguntas como ¿Cuánto se ganará o cuánta será la utilidad? La pregunta es adecuada, ya que nadie invierte para perder sino para ganar, pero ¿Cuál sería la forma cómo verdaderamente se debe evaluar un proyecto para saber si es viable?

Se puede decir que la forma correcta de evaluar un proyecto es a través de diferentes indicadores que arrojan los números reales de la inversión. Y es aquí donde inicialmente se estudiarán las tres herramientas necesarias para iniciar con este tema.

Tasa Interna de Oportunidad (TIO)

A esta tasa de interés se le conoce con nombres como Tasa de oportunidad, Tasa de descuento, Costo de capital simple, Tasa de oportunidad del inversionista. Se define como el precio que se asume por los recursos (capital) que se darán como inversión para el proyecto, independiente de la fuente de donde provengan y es pertinente decir que este precio se encuentra representado en una tasa de interés.

Esta tasa de interés o de oportunidad se utilizará para trasladar los ingresos o egresos a un punto cero para su análisis, y es necesario que el inversionista tenga claro el precio actual y así saber cuánto debe y puede invertir y cuanto es el valor esperado cuando realice una respectiva inversión.

Cuando los recursos provienen de varias fuentes de financiación, se tomará una tasa promedio que involucre todos los costos posibles que adquieren esos recursos, y a dicho costo se conoce como Costo de capital. El Costo de capital es uno de los puntos fundamentales en el análisis financiero de cualquier empresa o proyecto, pues son los que mostrarán según la estructura de los recursos de la empresa, que costos pueden adquirir y cuales tiene la empresa.

TIO no tiene una fórmula matemática concreta, pues es una variable incluida dentro del valor presente neto. Generalmente esta variable se conoce para poder hacer la respectiva evaluación del proyecto.

Valor Presente Neto (VPN)

VPN, "es el resultado algebraico de traer a valor presente, utilizando una tasa de descuento, todos los flujos (positivos o negativos) relacionados con un proyecto" (Serrano, J, 2010, p. 91).

Es decir que el VPN compara los dos flujos que intervienen en cualquier inversión o programa de inversión, los flujos de ingresos con los flujos de egresos, en su valor real o valor neto para un momento cero (también se podría hacer si se necesitara para otro fecha o momento de la línea de tiempo de la inversión).

La expresión matemática que es utilizada para el VPN será:

$$VPN_{(TO)} = -I_0 + \frac{F_1}{(1+TO)} + \frac{F_2}{(1+TO)^2} + \frac{F_3}{(1+TO)^3} + \cdots + \frac{F_n}{(1+TO)^n}$$

A medida que aumenten los flujos será más dispendioso usar esta fórmula, por lo cual se usará la siguiente expresión en resumen:

$$VPN_{(TO)} = -I_0 + F\left[\frac{(1+TO)^n - 1}{TO(1+TO)^n}\right]$$

Donde:

I = Inversión inicial.

F = Flujos de efectivo.

TO = Tasa de Oportunidad.

n = Periodos.

Es importante aclarar que esta fórmula se puede usar siempre y cuando los flujos sean iguales para cada periodo.

Al obtener el resultado del VPN para cualquier tipo de escenario de inversión ¿Cómo saber si se da el sí o el no? Para dar respuesta a este interrogante se han planteado los siguientes escenarios según sea el resultado numérico que resulte de la expresión matemática antes mencionada.

Entonces:

- Si VPN > 0, entonces el proyecto sí es viable, y se debe realizar porque agrega valor.
- Si VPN = 0, será indiferente realizar o no el proyecto.
- Si VPN < 0, no será viable el proyecto, no se debe realizar porque no genera valor y lo elimina.

Esta relación es fundamental para la toma de decisión en un proyecto. Sin embargo, no es la única que se debe tener en cuenta o la única que tienen en cuenta los inversionistas.

Tasa Interna de Retorno (TIR)

La TIR funciona como tasa o indicador y se incluye dentro de la fórmula matemática del VPN. “La tasa interna de retorno corresponde a aquella tasa de interés que hace igual a cero el valor presente neto de un proyecto (Serrano, J, 2010, p. 96). Es decir que es la máxima tasa de interés a la que el inversionista tomaría en préstamo los recursos para invertir en el proyecto, sin perder un peso.

A esta tasa también se le conoce como tasa interna de rendimiento, debido a que es el indicador para el inversionista de cuánto en términos porcentuales será la posible la recuperación del valor invertido en el proyecto. El inversionista observará tanto el VPN como la TIR del proyecto, será un análisis mutuo que le permitirá tomar la decisión de invertir o no hacerlo.

La expresión matemática de TIR será entonces:

$$VPN = 0 = -I_0 + \frac{F_1}{(1+TIR)} + \frac{F_2}{(1+TIR)^2} + \frac{F_3}{(1+TIR)^3} + \cdots + \frac{F_n}{(1+TIR)^n}$$

Aquí se ha cambiado la TO por TIR llevando VPN a cero.

La ecuación anterior es una ecuación de polinomio de grado n, se podría resolver, sin embargo las ayudas tecnológicas que soportan el análisis financiero hoy en día permiten encontrar la TIR mucho más rápido y minimizando el error, usando calculadora financiera o una hoja de Excel, bajo la función TIR.

Si tuviera un diagrama de flujo del proyecto donde n será 1, se puede hallar TIR a través de la fórmula anterior de una manera sencilla, pero a medida que aumenta el número de periodos será más dispendioso el cálculo de la TIR.

¿Cómo sería el análisis a partir de los resultados de la TIR? Para esto se debe tener en cuenta los siguientes escenarios para el respectivo análisis:

- Si TIR > TO, entonces se debe llevar a cabo el proyecto, el inversionista tiene un rendimiento mayor que el requerido.
- Si TIR = TO, entonces es indiferente realizar o no el proyecto.
- Si TIR < TO, entonces se debe rechazar el proyecto, se gana menos de lo esperado.

Algunos ejemplos de aplicación de estas herramientas de evaluación de proyectos con su respectivo análisis.

Ejemplos prácticos (Serrano, J, 2010, p. 91, 118, 120).

Ejemplo 1

Si la tasa de interés de oportunidad es del 35%, ¿Cuál es el valor presente neto para el proyecto que corresponde al diagrama de flujo siguiente, para un horizonte de 5 años? Los flujos se muestran al final de cada año.

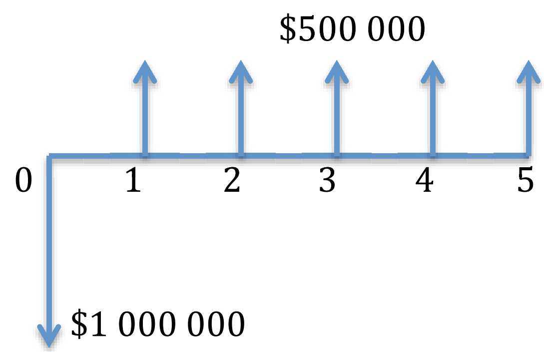


Figura 1. Diagrama de flujo
Fuente: Propia.

Utilizando la fórmula siguiente tendremos:

$$VPN_{(TO)} = -I_0 + F\left[\frac{(1 + TO)^n - 1}{TO(1 + TO)^n}\right]$$

$$VPN_{(35\%)} = -1\,000\,000 + 500\,000\left[\frac{(1 + 0{,}35)^5 - 1}{0{,}35(1 + 0{,}35)^5}\right]$$

$$VPN_{(35\%)} = -1\,000\,000 + 500\,000 * 2{,}21996$$

$$VPN_{(35\%)} = \$109\,980$$

Si la tasa de interés de oportunidad es del 35%, el valor presente neto del proyecto es de $109 980. Es decir en este caso por invertir en el proyecto y no en las oportunidades convencionales, se obtienen $109 980 adicionales (en pesos a la fecha cero).

Ejemplo 2

Se tiene un proyecto de inversión "A" con el flujo de fondos que se muestra en el siguiente cuadro:

Año	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Flujo	-10 000	3000	4500	5500	6000	7000

a) ¿Cuál es el VPN del proyecto para una TIO del 25%?

b) ¿Cuál es la TIR del proyecto?

Resolver cada uno de los interrogantes a continuación:

a) Utilizando:

$$VPN_{(TO)} = -I_0 + \frac{F_1}{(1+TO)} + \frac{F_2}{(1+TO)^2} + \frac{F_3}{(1+TO)^3} + \cdots + \frac{F_n}{(1+TO)^n}$$

$$VPN_{(25\%)} = -10.000 + \frac{3.000}{(1+0,25)} + \frac{4.500}{(1+0,25)^2} + \frac{5.500}{(1+0,25)^3} + \frac{6.000}{(1+0,25)^4} + \frac{7.000}{(1+0,25)^5}$$

$$VPN_{(25\%)} = \$2.847,36$$

El VPN para la TIO del 25% es igual a $2847,36. Esta cifra se puede interpretar como el valor adicional que se genera por invertir en el proyecto y no en otras opciones.

b) La TIR para este proyecto es del 36,41%. Esta cifra se puede interpretar como la rentabilidad que el proyecto permite generar a un peso mientras el peso se encuentre invertido en el proyecto.

Ejemplo 3

Considere un proyecto de inversión "B" con el flujo de fondos que se muestra en el siguiente cuadro:

Año	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Flujo	-15 000	5500	6000	6800	8500	9500

a) ¿Cuál es el VPN del proyecto para una TIO del 25%?

b) ¿Cuál es la TIR del proyecto?

a) Utilizando:

$$VPN_{(TO)} = -I_0 + \frac{F_1}{(1+TO)} + \frac{F_2}{(1+TO)^2} + \frac{F_3}{(1+TO)^3} + \cdots + \frac{F_n}{(1+TO)^n}$$

$$VPN_{(25\%)} = -15.000 + \frac{5.500}{(1+0,25)} + \frac{6.000}{(1+0,25)^2} + \frac{6.800}{(1+0,25)^3} + \frac{8.500}{(1+0,25)^4} + \frac{9.500}{(1+0,25)^5}$$

$$VPN_{(25\%)} = \$3316,16$$

El VPN del proyecto para la TIO del 25% es igual a $3316,16. Esta cifra se puede interpretar como el valor adicional en la fecha "cero" que se genera por invertir en el proyecto.

b) La TIR del proyecto es del 34,35%. Esta cifra se puede interpretar como la rentabilidad que el proyecto le permite generar a un peso mientras el peso se encuentre invertido en el proyecto.

Después de haber estudiado y analizado las herramientas anteriores, se concluye que la decisión al momento de enfrentar una evaluación de proyectos, los inversionistas tienen la facilidad de escoger cualquiera de las dos opciones para analizar los escenarios posibles, dependerá de la información que tengan de las variables de la ecuación y así puedan proceder a usar la que mejor le parezca.

Lo importante es que el inversionista reconozca cuando puede dar el sí o el no, según como estén dispuestos a recibir rentabilidad del dinero invertido, conociendo la tasa de oportunidad o simplemente trayendo los flujos a valor cero. Ninguno es excluyente del otro dependerá de que información ellos tengan al respecto.

4

Unidad 4

Evaluación y viabilidad de proyectos, a través del cálculo del Costo Promedio Ponderado de Capital (CPPC) o Weighted Average Cost Of Capital (WACC)

Finanzas II

Autor: Andrea Quiroga

AREANDINA
Fundación Universitaria del Área Andina
MIEMBRO DE LA RED
ILUMNO

Introducción

En el mundo financiero a menudo se escucha hablar de proyectos de inversiones, de deuda, de acciones, de patrimonio, del valor; pero que tan importante es para una empresa o un proyecto relacionar estos términos con su actuar diario.

La valoración de una empresa permite a los integrantes de la junta directiva y a los miembros de los grupos financieros encaminarla hacia un mejoramiento de los procesos o hacia una reestructuración de la compañía, pues la valoración que se les da a éstas o a un proyecto en específico es absolutamente fundamental en el análisis financiero.

Es necesario tener claras las variables financieras que intervienen en este proceso de análisis, sustentado con los conceptos de términos básicos financieros como deuda, capital, entre otros.

El tema para esta semana es el de Evaluación y viabilidad de proyectos, a través del cálculo del Costo Promedio Ponderado de Capital (CPPC) o Weighted Average Cost Of Capital (WACC), que permitirá junto con otras variables, llegar al cálculo del Valor Económico Agregado (VEA) o Economic Value Added (EVA), que es un indicador fundamental para determinar la capacidad de generación de riqueza en la empresa.

Es fundamental que el estudiante no olvide los conceptos que serán estudiados y los adquiridos en esta semana, pues serán de uso continuo en los diferentes indicadores para la valoración de empresas.

U4

Metodología

El estudiante debe identificar a partir de los estados financieros de la empresa o del flujo de caja del proyecto de inversión, los elementos que nutren los indicadores como el WACC y el EVA, con el fin de analizar el resultado de la valoración de la empresa o de la viabilidad del proyecto.

Desarrollo temático

El orden temático ideal para abordar los temas en la valoración de empresas será: primero, identificar las variables para el cálculo del WACC e incluirlo en la fórmula; segundo, realizar el cálculo del EVA, pero ¿por qué esto? ya lo veremos a continuación.

Costo Promedio Ponderado de Capital (CPPC) o Weighted Average Cost of Capital (WACC)

Algunos analistas creen que el WACC es el mínimo valor de retorno esperado por los inversionistas o accionistas frente a una empresa o proyecto, considerando cuál será el costo de mantener diferentes fuentes de financiación y de aportes patrimoniales. Esta definición del WACC es acertada, sin embargo es necesario antes de entrar a los cálculos matemáticos, definir el concepto de capital y de estructura de capital.

El capital es un conjunto de recursos con los que cuenta la empresa o un proyecto para funcionar; dichos recursos podrán ser de financiamiento propio como los aportes de los accionistas (patrimonio) adquiridos por deuda o por apalancamiento a través de la emisión de acciones.

La reunión de dichos recursos darán lugar a la estructura de capital, concepto básico en la organización financiera de una compañía o proyecto; la estructura de capital es la "combinación de las fuentes de financiamiento de mediano y largo plazo, que utiliza una empresa en un momento dado" (Serrano, J. 2010). La participación de estas fuentes de financiación determinará la estructura de capital y tienen un costo promedio ponderado o más conocido como WACC.

Los créditos bancarios, emisión de bonos, emisión de acciones, contratos de leasing o arrendamiento e incluso las utilidades retenidas de los accionistas (recurso interno), son algunas de las fuentes de financiación más usadas.

Es importante que toda empresa cuente con una estructura operativa dada por los activos corrientes y de largo plazo, también con una estructura de capital dada por los pasivos corrientes, deuda de largo plazo o de patrimonio. Todos estos datos se pueden obtener de los balances generales y estados de resultados de la empresa o del flujo de caja libre del proyecto.

Para darle mayor valor a la empresa, se minimizará el costo promedio ponderado de capital, utilizando recursos financiados con deuda.

Entendiendo los elementos que forman el WACC, se estudia la expresión matemática de este. La fórmula pertinente es:

$$WACC= \alpha_1 K_D * (1 - t_{imp}) + \alpha_2 K_E$$

Identificado cada variable de la siguiente manera:

α_1 : porcentaje de la deuda.

K_D : costo de la deuda antes de impuestos.

$(1 - t_{imp})$: tasa efectiva de impuestos.

$K_D * (1 - t_{imp})$: dará el costo real de la deuda o lo que es igual al porcentaje de participación de la deuda dentro de los pasivos costosos.

α_2 : porcentaje del patrimonio o la TIO esperada por los accionistas.

K_E: costo de patrimonio o el porcentaje de aporte patrimonial (también se le conoce como Equity).

K_E: si no tiene el valor exacto, también se puede hallar bajo el Modelo de Gordon que fue mencionado anteriormente.

$K_E = \frac{D_1}{p + g}$: esta fórmula se emplea para los aportes patrimoniales como acciones con sus dividendos, bonos, entre otros.

Ejemplo 1

Hay una empresa con una estructura de capital dada por un 30% de deuda y un 50% de patrimonio, el costo efectivo de la deuda antes de impuesto es del 10%, la tasa de impuesto a la renta es 25%. El costo del aporte patrimonial dado por los dividendos de las acciones es del 15,20% ¿cuál es el costo promedio ponderado de capital para esta empresa?

α_1 : 30%

K_D : 10%

$(1 - t_{imp})$: 25%

α_2 : 50%

K_E : 15,20%

Entonces:

$$WACC = \alpha_1 K_D *(1 - t_{imp})+\alpha_2 K_E$$

$$WACC = 0,30 *(0,10 *(1 - 0,25)) + 0,50 * 0,1520$$

$$WACC = 0,0225+0,076$$

$$WACC = 0,0985 = 9,85\%$$

Es importante aclarar que aquí se analizan varios escenarios con un mismo riesgo, sin embargo esto no es del todo real, se deben hacer ajustes al WACC con una prima de riesgo, ese ajuste se hace bajo el modelo de valoración de Capital Asset Pricing Model (CAPM).

Valor Económico Agregado (VEA) o Economic Value Added (EVA)

El EVA se puede estudiar como un indicador que calcula la capacidad que tiene una empresa para crear riqueza, teniendo en cuenta la eficiencia y productividad de sus activos, estructura de capital y el entorno dentro del cual se mueve. En otras palabras, el "EVA es una medida de desempeño que pretende identificar el nivel de riqueza que le queda a una empresa después de asumir el costo de capital, tanto de acreedores como de accionistas" (Ortiz, H. 2006, p.269).

Para los accionistas o inversionistas el EVA se ha convertido en una herramienta fundamental en la toma de decisiones y en un horizonte u objetivo para la continuación del ejercicio de la empresa. El EVA involucra factores del mercado, la utilidad operacional de la empresa, costos de financiación, capital invertido, el costo promedio ponderado de capital.

El objetivo principal en la valoración de las empresas, debe ser la creación de un valor para éstas, además debe contar con un mayor valor a través de un aumento del indicador del EVA.

Para logar esto, es necesario conocer los múltiples elementos que ayudan a mejorar este indicador desde estrategias de política salarial, pasando por un aumento en las ventas y una reducción de los gastos operacionales, recaudo de cartera más eficiente, renegociación de tasas de los créditos bancarios, entre otros, en procura de que la inversión sea más rentable, generando mayor valor de mercado a la empresa.

En el EVA se reúnen los dos conceptos que se habían mencionado y de los cuales se dijo que son fundamentales en la estrategia financiera de las empresas: la estructura operacional y la estructura de capital.

Existen varias formas de medir el EVA, todas llevan al mismo resultado. Para esto se verán las siguientes expresiones matemáticas que son aplicadas al EVA:

$$\text{Opción 1: EVA} = (\text{UAII})_J * (1 - t_{imp}) - (\text{Capital})_J * \text{WACC}_J$$

$$\text{Opción 2 : EVA} = \text{UNA} - (\text{ANF} * \text{CPC})$$

(UAII) * (1 - t_{imp}): Utilidad operativa después de impuestos	UNA: Utilidad neta ajustada o utilidad antes de impuestos y de gastos financieros.
(Capital): capital invertido	ANF: Activo Neto Financiado o Capital Invertido Neto (patrimonio + pasivos con costo).
WACC: costo promedio ponderado de capital	CPC: costo promedio ponderado de capital.

Tabla 1. Expresiones matemáticas para el EVA
Fuente: Propia.

Otra fórmula que resulta muy útil es la siguiente:

EVA = (ROI - CPPC) * CAPITAL

ROI: es la tasa de retorno sobre la inversión

Algunos autores consideran que es necesario tomar la utilidad operativa después de impuestos, otros piensan que la utilidad se debe obtener antes de impuestos y de gastos financieros, además consideran que al incluir el apalancamiento financiero sobre los impuestos y teniendo una doble contabilización, se incluye en el costo promedio ponderado de capital.

La primera ecuación planteada permite encontrar el EVA, habiendo establecido un plan financiero en la empresa, es decir para una inversión medida en varios periodos. La segunda ecuación será más simple para el análisis del EVA de la empresa en un solo momento, sin embargo el EVA debe analizarse desde varios periodos para ver su comportamiento.

Cualquiera de las ecuaciones planteadas es válida, según sea el método de obtener acceso a la información financiera de la empresa o del proyecto.

Cuando el EVA es positivo refleja un buen indicador, pues se considera que está generando valor, si es negativo se cree que está destruyendo valor; pero al examinar en varios periodos una misma inversión en el tiempo se podría presentar que el primer año o periodo será negativo, y se debe seguir revisando los años o periodos posteriores, si se continúa con la constante negativo se dirá que la empresa no va por buen camino en su planeación financiera.

A continuación se expondrán dos ejemplos sencillos para aplicar las diferentes fórmulas planteadas para hallar el EVA de las empresas.

Ejemplo 2

"Encontrar el valor de EVA para la siguiente empresa Industria manufacturera Ltda., valores dados en millones de pesos" (Ortiz, H, 2006, p. 270 - 272).

Activo Neto Financiado (ANF): 600	Proveedores: 400
	Obligaciones financieras: 250
	Patrimonio: 350
Total activo: 1000	Total pasivo y patrimonio: 1000

Recursos	Tasa	Participación	Ponderación
Obligaciones financieras	24 %	42 %	10,00 %
Patrimonio (TIO)	28 %	58 %	16,36 %
Costo Promedio Ponderado de Capital: 26,33%			

Utilidad neta + gastos financieros = UNA 98+120=218

Aplicando la fórmula…

$$EVA = UNA - (ANF * CPC)$$

Se tiene…

$$EVA = 218 - (600 * 0,2633)$$

$$EVA = 60$$

Se genera entonces un EVA o un valor agregado de $60 millones para la empresa.

Ejemplo 3

"Suponga un programa de inversión con proyectos por valor de $35 000 millones, que generan una rentabilidad promedio después de impuestos del 34% para el cual se ha identificado el siguiente programa de financiamiento" (Serrano, J, 2010, P. 341).

- Un crédito bancario por valor de $20 000 millones, a cuatro años, con una tasa de interés del 27% nominal anual, pagadero trimestre anticipado.
- Una emisión de acciones que generará recursos netos por valor de $8000 millones. El

precio actual de la acción, que sería el precio al cual se ofrecerá emisión, es de $10.000 millones por acción, mientras que el dividendo a repartir en el próximo año, el cual se pagara al final del mismo, es de $1.500 por acción. Los gastos por emisión de acciones son equivalentes a un 3% del precio actual de emisión, Suponiendo una inflación para los próximos años del 15%

- Utilidades retenidas por valor de $7000 millones.

¿Cuál sería el valor económico agregado esperado por año, para este paquete de inversiones y de financiamiento?

Reuniendo los datos tendremos…

Fuente	Monto nominal	Monto efectivo	Costo fuente	Factor ponderación
Crédito bancario	20 000	20 000	20,96 %	56,74 %
Acciones	8 000	8 247	31,61 %	23,40 %
Utilidades retenidas	7 000	7 000	31,15%	19,86 %
Total	35 000	35 247		100,00 %

Costo Promedio Ponderado de Capital, WACC = 25,48%

Utilizando la fórmula…

$$EVA = (ROI - CPPC) * CAPITAL$$

Se tendría

$$EVA = (0,34 - 0,2548) * 35.000$$

$$EVA = \$ \ 2.982 \text{ millones}$$

Se genera entonces un EVA o un valor agregado de $2982 millones por año para este paquete de inversiones, manteniendo las condiciones.

4

Unidad 4

El modelo CAPM y la representación matemática del riesgo a través de la variable Beta

Finanzas II

Autor: Andrea Quiroga

AREANDINA
Fundación Universitaria del Área Andina

MIEMBRO DE LA RED
ILUMNO

Introducción

En esta última semana, se finalizará con la Estructura de Financiación, que es primordial, pues se utiliza en el ejercicio profesional de los analistas de las compañías y en la toma de decisiones del individúo como inversionista. Pero por si solo este tema no indica mucho. Es pertinente incluir el riesgo y la rentabilidad como conceptos esenciales para comprender mejor la estructura de financiación.

Siempre se escucha hablar de que el inversionista o accionista quiere más rentabilidad sobre su inversión a un menor riesgo, ojalá el riesgo fuera cero pero en la realidad esto es casi imposible. ¿A qué se refieren los conceptos de riesgo y rentabilidad? ¿Acaso uno depende del otro o son independientes? ¿Cómo se determina esa relación entre el riesgo y la rentabilidad?

La búsqueda de la respuesta a estos interrogantes, en el transcurso de los años, ha llevado al estudio de esa relación a través de la estructuración de un modelo matemático o financiero denominado el modelo CAPM o modelo de Capital Asset Pricing Model.

Es por esto que se estudiará el modelo CAPM y la representación matemática del riesgo a través de la variable Beta (β). También se verá la relación que otras variables o indicadores como el riesgo del mercado, el riesgo país, entre otros riesgos que se presentan en el CAPM y la importancia de éste como herramienta prioritaria en las finanzas corporativas modernas, que es usado frecuentemente por inversionistas y accionistas alrededor del mundo.

U4

Metodología

En este punto del módulo el estudiante ya estará en capacidad de reunir conceptualmente todo lo visto en el desarrollo del curso virtual, desde la forma gráfica de los casos a analizar a través de diagramas de flujo, pasando por la relación matemática y conceptual de variables como valor presente, valor futuro, tasas de interés, tasa de retorno, entre otras, hasta llegar a su aplicación en modelos de valoración como el modelo CAPM.

Por tanto, el estudiante deberá recordar dichos conceptos analizados y estudiados en semanas anteriores, ya que serán de uso fundamental para la aplicación en este tema.

U4

Desarrollo temático

Antes de comenzar a estudiar el modelo CAPM, es importante establecer de forma conceptual la definición de riesgo y rentabilidad que son elementos básicos e introductorios al modelo.

Al hablar de rentabilidad, básicamente se refiere al valor esperado de retorno para el inversionista o accionista en un proyecto o empresa. Mientras que Riesgo es una incertidumbre en el comportamiento de los valores esperados de un negocio, inversión o empresa, se puede medir en porcentajes. También existen diferentes tipos de riesgo, como: riesgo operacional (utilización de los activos), riesgo financiero (por deuda), riesgo país (evaluado según el comportamiento económico de cada país), riesgo de mercado (según el escenario económico en el que se encuentre).

Existe una relación lógica entre estos conceptos, se puede decir que si el inversionista o accionista (en general cualquier individuo) quisiera una rentabilidad alta de su capital invertido, está expuesto a encontrarse con que en cualquier escenario económico existirá un riesgo ya sea el riesgo del mercado, el de país o el costo de la deuda en caso que la fuente de recursos sea un crédito.

La primera conclusión del inversionista será que si él debe asumir un riesgo en la inversión, su rentabilidad deberá ser mayor que el riesgo que se deberá asumir, y claramente este es el primer elemento de relación entre rentabilidad y riesgo, pues nadie arriesgará tanto si la rentabilidad es baja.

A través de los años de estudio de la relación de riesgo y rentabilidad, y específicamente, del comportamiento del individuo frente al escenario que incluya estos dos elementos, se han llegado a las siguientes conclusiones:

- Los inversionistas son individuos adversos al riesgo quienes maximizan la utilidad esperada de su riqueza.
- Los inversionistas son tomadores de precios y tienen expectativas homogéneas sobre la rentabilidad de los activos que tienen una distribución normal conjunta.
- Existe un activo libre de riesgo tal que los inversionistas pueden tomar en préstamo y colocar cantidades ilimitadas de recursos a la tasa libre de riesgo.
- Las cantidades de activos son fijas. También, todos los activos son negociables y perfectamente divisibles.

- Los mercados de los activos no tienen fricciones, la información no tiene costo y está disponible simultáneamente a todos los inversionistas.
- No existen imperfecciones en los mercados tales como impuesto o regulaciones o restricciones a las ventas en corto (Serrano, J, 2010, p. 402).

El valor a pagar por asumir un riesgo sistémico o riesgo del movimiento de la economía, es lo que se denomina Prima de riesgo, es decir, que la inversión en un escenario de riesgo cero se asegura un valor X de rentabilidad, pero al encontrarse con un escenario de riesgo cualquiera al valor de rentabilidad se añadirá el valor de la prima de riesgo.

Existen diferentes indicadores de riesgo que son de recurrente interés en el mercado financiero global. Se pueden nombrar a manera general algunos como el Riesgo país o riesgo soberano, el cual es el riesgo de las operaciones financieras de un país a otro, es un indicador bajo el cual los organismos financieros internacionales "califican" a los países. Riesgo de mercado, es el riesgo asociado al mercado financiero, a la variación o volatilidad de los precios de los instrumentos financieros en dicho mercado. Riesgo operativo, es el riesgo asociado a pérdidas financieras por factores relacionados con la operación o producción de la compañía. Estos son algunos riesgos que se escuchan mencionar comúnmente en las empresas, y sirven para dar un ejemplo de cómo el riesgo interviene para bien o para mal en todo escenario económico presente.

Es necesario saber que la representación simbólica del riesgo estará dada por el coeficiente Beta (β), siendo β de un portafolio, un activo, un proyecto y la muestra de cómo varían al mismo tiempo las rentabilidades de estos, frente al mercado. El ser una relación sistemática significa que si sube la rentabilidad ofrecida por el mercado, subirá el valor esperado de rentabilidad de la inversión, ya que lo mínimo que esperaría el inversionista para tomar la decisión sobre si acepta o no una propuesta para invertir, es que se le asegure la rentabilidad ofrecida por ese activo o uno similar en el mercado.

Esto se traduce en la fórmula matemática siguiente para el riesgo o coeficiente Beta (β):

$$\beta_J = \frac{(COV\ (R_J, R_M))}{(Var(R_M))}$$

La variable R_J representará la rentabilidad del proyecto activo o portafolio. La variable R_M será la rentabilidad del mercado. Así el coeficiente de relación entre estos dos, dará como resultado el coeficiente Beta β_J es decir, el riesgo del proyecto activo o portafolio. Se considera que el riesgo del mercado β_M siempre será 1, lo cual servirá como parámetro para el análisis del β_J o riesgo de la inversión.

El riesgo o Beta no es únicamente un concepto matemático, sino que también en sus resultados se tendrán que observar diferentes elementos que lleven a un resultado más preciso del Beta de la acción o de la inversión en comparación al mercado.

Es importante tener en cuenta que para la estimación del Beta de una inversión o de un activo como acciones, necesariamente debe considerar dos opciones para poder obtener un resultado:

- Se puede estimar el Beta, a través de los Betas históricos, es decir a través de los precios de mercado históricos de la empresa o del movimiento de la acción en bolsa.
- Se estima por medio de los fundamentos de la compañía. Si bien el Beta de la firma se puede obtener a través de una regresión matemática o regresión lineal, donde será el elemento común o el elemento de regresión, también se puede determinar a partir de decisiones de la compañía, en qué negocios ha participado, cómo está estructurado su apalancamiento operativo o el grado de apalancamiento financiero de la empresa.

Lo importante es considerar cuál es la información más real que existe de la compañía, de la inversión o de la acciones, para poder obtener el Beta acertado.

En países con economías evolucionada, que poseen Bolsa de valores con un nivel de antigüedad más alto que la de los países latinoamericanos y en especial que la de Colombia, se usan generalmente la información suministrada por los indicadores de Standard & Poor's S&P o Standard & Poor's 500 S&P500 (incluye las 500 empresas más poderosas del mundo).

Standard & Poor's es una compañía calificadora de riesgo de origen norte americano, que se ha encargado en dar la calificación de riesgo de acciones y bonos del mercado, posicionándola como más que una empresa, como indicador de la evolución de los activos (acciones y bonos) en el mercado determinando que activos son más solventes y estables; así la gran mayoría de los inversionistas se remiten a este indicador, para realizar los diferentes cálculos de riesgo sobre activos como se hace a través del modelo CAPM.

Para evaluar las empresas en Colombia, no sería conveniente usar un S&P del sector que se esté analizando, debido a las diferencias de mercado que hay entre las dos naciones. Sin embargo, antiguamente se debía recurrir a este indicador con los errores que se generarán, pero gracias a la evolución del mercado de capitales en Colombia, con la Bolsa de valores (incorporada como 1 sola bolsa solo hasta el 2001) y su unión con otras bolsas de valores de la región como Chile, Perú y recientemente México, ha permitido que los valores históricos del comportamiento de una acción o bono sea más precisa o cercana a la realidad.

Como dato informativo, deben saber que el modelo CAPM fue desarrollado por William Forsyth Sharpe, economista y Premio Nobel en 1990, y se considera uno de los grandes aportes a la teoría financiera moderna, usado en todo el mundo desde pequeñas empresas hasta las grandes multinacionales y transnacionales, lo cual permite que sea un indicador estandarizado para el uso en cualquier idioma o cultura.

Habiendo definido el punto clave para el modelo CAPM, el riesgo representado por el coeficiente Beta (β), se puede entrar en materia con el estudio del modelo.

El Modelo CAPM es el modelo de riesgo y retorno de la inversión más usado en todo el mundo por su acercamiento a parámetros reales del mercado y de la empresa. Este modelo le indica al inversionista la relación de una o más inversiones o activos que quiera analizar en comparación con las diferentes opciones que da el mercado, evaluando el riesgo y el retorno de la inversión. Le presenta al inversionista las diferentes opciones, y según la preferencia de riesgo, el individuo tomará su decisión.

El Modelo CAPM permite a un individuo o a una compañía estructurar un portafolio de inversiones, y muestra desde las más hasta la menos riesgosa, desde las de mayor retorno de inversión hasta la que arroja un retorno igual a la inversión inicial. Esta es la forma en que las grandes empresas pueden establecer sus portafolios de inversión a corto y largo plazo, por esto es tan importante la claridad en los datos de la información que se conocerá sobre el mercado y el negocio, puesto que, posibilita analizar correctamente cada variable.

La siguiente es la representación gráfica del modelo CAPM, con el fin de establecer visualmente de que trata este modelo de valoración y de allí poder observar la ecuación matemática resultante para el modelo:

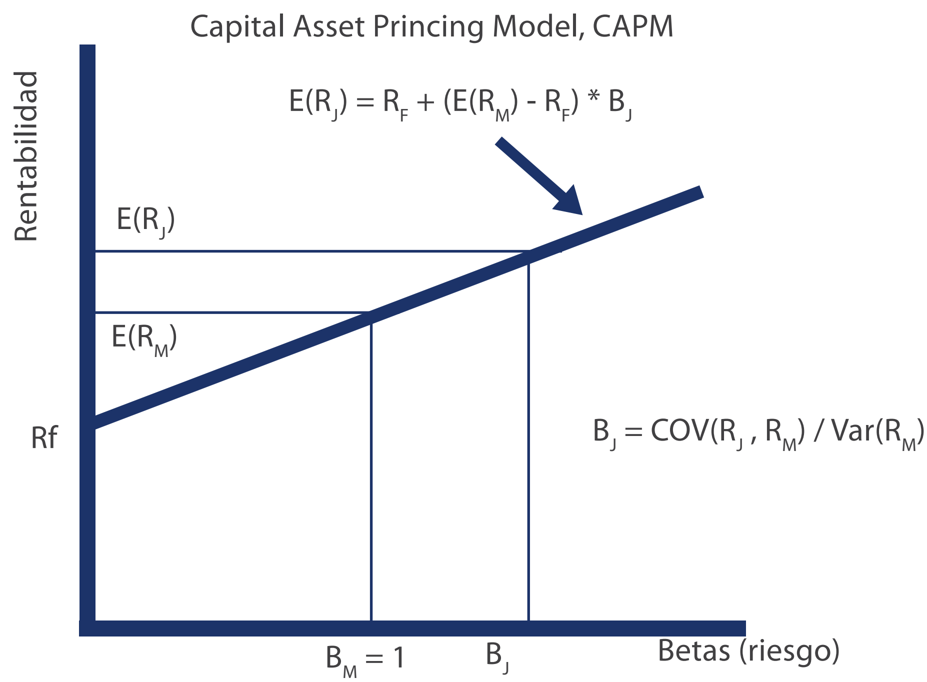


Figura 1. Capital Asset Princing Model, CAPM
Fuente: Propia. Adaptada de Matemáticas financieras y evaluación de proyectos (2010)

En este gráfico se pueden observar las siguientes relaciones:

- Relación entre rentabilidad y riesgo.
- Relación entre la rentabilidad mínima y la esperada por el inversionista.
- Relación entre el riesgo de la inversión y el riesgo del mercado.

Explicando detenidamente el gráfico del modelo, se verá que el eje vertical representa los puntos de la rentabilidad, donde se incluye la del mercado, la de la inversión y la tasa libre de riesgo o tasa riesgo país. El eje horizontal nos mostrará los puntos para Beta (**β**) o riesgo, sea el riesgo de mercado o el riesgo del proyecto de inversión.

La pendiente en el gráfico, mostrará la relación entre riesgo y rentabilidad que es lo que se conoce como el modelo CAPM, orientando a la siguiente expresión matemática. Y la ecuación de esta es:

$$E\,(R_J) = R_F + (E\,(R_M) - R_F) * \beta_J$$

Entonces las variables que acá intervienen nutrirán el análisis de los resultados del modelo CAPM y serán enunciadas a continuación:

$E\,(R_J)$: es la rentabilidad mínima esperada para el proyecto, portafolio o activo.

R_F: es la tasa libre de riesgo o riesgo país (está dada por el rendimiento de los Títulos de Tesorería (TES) o Bonos país).

$E\,(R_M)$: es la rentabilidad esperada del mercado. Estará dado por los indicadores históricos del activo o del negocio según los precios del mercado (se había mencionado que este indicador para economías como la de EEUU sería el señalado por S&P)

β_J: es el riesgo o coeficiente del riesgo del proyecto, portafolio o activo.

Lo que se puede apreciar claramente en este gráfico, es que un proyecto que se localice por encima de la pendiente, sería una inversión aceptable ya que la rentabilidad al nivel de riesgo será mayor que la rentabilidad del mercado al mismo nivel de riesgo. Si se encontrara por debajo de la línea, significaría que la rentabilidad esperada no compensará el riesgo asumido.

El siguiente ejemplo presentará algunos datos para el análisis a partir del modelo CAPM:

	Proyecto A	**Proyecto B**
BETA (B_J)	2,5	1,1
E(R_J) Según CAPM	49%	36%
E(R_M) Rentabilidad del mercado	35%	
R_F Tasa libre de riesgo	25%	

Tabla. Análisis a partir del modelo CAPM
Fuente: Propia.

Bajo estos parámetros se puede señalar que ambos proyectos serian viables, ya que ambos se localizan por encima de la tasa de mercado del 35%, pero el proyecto A genera mayor riesgo que el proyecto B, teniendo A una rentabilidad mayor que B, por lo cual aquí intervendrá la decisión del riesgo que quiera asumir el inversionista, para los más moderados preferirán B sobre A y para los más arriesgados será A sobre B.

En conclusión, modelo CAPM o Capital Asset Pricing Model, permite relacionar diferentes opciones de inversión en el mercado para un mismo momento, reuniendo las variables de riesgo y rentabilidad o retorno de la inversión, y variables del mercado y aun la tasa libre de riesgo o la tasa riesgo país. Por esto se convierte en una herramienta fundamental en la toma de decisión corporativa o del inversionista, en la selección de proyectos de inversión.

Sin embargo acompañando al modelo estarán aspectos intangibles como la aversión o no del individuo al riesgo, los números entonces serán el respaldo matemático que necesita el inversionista, pero la decisión final estará en sus manos según su comportamiento financiero.

Bibliografia

- Damodaran, A. (2001). Corporate finance, theory and practice. Estados Unidos: Editorial Wiley.
- Jaramillo, F. (2004). Matemáticas financieras básicas aplicadas. Bogotá: CESA en coedición con Alfaomega.
- Meza, J. (2011). Matemáticas financieras aplicadas. Bogotá: ECOE Ediciones.
- Mora, A. (2010). Matemáticas financieras. Bogotá: Ediciones Alfaomega.
- Ortiz, H. (2004). Análisis financiero aplicado y principios de administración financiera. Bogotá: Universidad Externado de Colombia.
- Serrano, J. (2010). Matemáticas financieras y evaluación de proyectos. Bogotá: Ediciones Alfaomega, Universidad de los Andes, Facultad de Administración, Ediciones Uniandes.
- Zitzmann, W. (2009). Valoración de empresas con excel. Bogotá: Ediciones Alfaomega, Colegio de Estudios Superiores de Administración CESA.

Esta obra se terminó de editar en el mes de noviembre
Tipografá Myriad Pro 12 puntos
Bogotá D.C,-Colombia.

AREANDINA
Fundación Universitaria del Área Andina

MIEMBRO DE LA RED
ILUMNO