

# MATEMÁTICA FINANCIERA

Mariluz Rubio



**AREANDINA**

Fundación Universitaria del Área Andina

---

MIEMBRO DE LA RED

**ILUMNO**

Matemática Financiera  
Mariluz Rubio  
Bogotá D.C.

Fundación Universitaria del Área Andina. 2018

Catalogación en la fuente Fundación Universitaria del Área Andina (Bogotá).

## **Matemática Financiera**

© Fundación Universitaria del Área Andina. Bogotá, septiembre de 2018  
© Mariluz Rubio

ISBN (impreso): **978-958-5539-14-3**

Fundación Universitaria del Área Andina  
Calle 70 No. 12-55, Bogotá, Colombia  
Tel: +57 (1) 7424218 Ext. 1231  
Correo electrónico: [publicaciones@areandina.edu.co](mailto:publicaciones@areandina.edu.co)

Director editorial: Eduardo Mora Bejarano  
Coordinador editorial: Camilo Andrés Cuéllar Mejía  
Corrección de estilo y diagramación: Dirección Nacional de Operaciones Virtuales  
Conversión de módulos virtuales: Katherine Medina

Todos los derechos reservados. Queda prohibida la reproducción total o parcial de esta obra y su tratamiento o transmisión por cualquier medio o método sin autorización escrita de la Fundación Universitaria del Área Andina y sus autores.

## **BANDERA INSTITUCIONAL**

Pablo Oliveros Marmolejo †  
Gustavo Eastman Vélez

**Miembros Fundadores**

Diego Molano Vega  
**Presidente del Consejo Superior y Asamblea General**

José Leonardo Valencia Molano  
**Rector Nacional**  
**Representante Legal**

Martha Patricia Castellanos Saavedra  
**Vicerrectora Nacional Académica**

Jorge Andrés Rubio Peña  
**Vicerrector Nacional de Crecimiento y Desarrollo**

Tatiana Guzmán Granados  
**Vicerrectora Nacional de Experiencia Areandina**

Edgar Orlando Cote Rojas  
**Rector – Seccional Pereira**

Gelca Patricia Gutiérrez Barranco  
**Rectora – Sede Valledupar**

María Angélica Pacheco Chica  
**Secretaria General**

Eduardo Mora Bejarano  
**Director Nacional de Investigación**

Camilo Andrés Cuéllar Mejía  
**Subdirector Nacional de Publicaciones**

# MATEMÁTICA FINANCIERA

Mariluz Rubio



AREANDINA

Fundación Universitaria del Área Andina

---

MIEMBRO DE LA RED

**ILUMNO**

## EJE 1

Introducción	7
Desarrollo Temático	8
Bibliografía	30

## EJE 2

Introducción	32
Desarrollo Temático	33
Bibliografía	52

## EJE 3

Introducción	54
Desarrollo Temático	55
Bibliografía	80

## EJE 4

Introducción	82
Desarrollo Temático	84
Bibliografía	97

# MATEMÁTICA FINANCIERAS

Mariluz Rubio

## EJE 1

Conceptualicemos





# Conceptos claves de la matemática financiera





A nivel global, es más frecuente que las empresas afronten retos que impone el entorno, los cuales son cada vez más violentos y en algunos casos inmanejables, debido a la falta de conocimiento y de contextualización sobre las situaciones cotidianas, ya que estas parecen ser nuevas para las empresas. Es necesario entender ciertos conceptos que son básicos e importantes en el desarrollo de la matemática financiera en general y los cuales serán constantemente utilizados y aplicados debido a la importancia de las finanzas en las empresas.

Para algunos la matemática financiera es algo tan sencillo como la aplicación de fórmulas, para otros, no solo se trata de aplicar fórmulas sino además lograr entender de manera puntual cómo los resultados hallados afectan de manera positiva o negativa la actuación de las empresas y por ende el futuro en el entorno que se desarrolle.

Lo anterior se resume en un concepto general de la matemática financiera, con base en desarrollos de fórmulas provenientes de la matemática, esto debido a que muchas de las formulaciones que se deben desarrollar pueden ser de índole algebraica, derivadas de un planteamiento y posterior análisis. En términos generales, es aquella que se encarga de realizar estudios que permitirán identificar el valor del dinero teniendo en cuenta el tiempo, es decir, una rama de las finanzas que permite entender el comportamiento de los flujos de caja.

Ese valor del dinero en el tiempo, conocido como *time value of money* en inglés, tiene relación con el concepto económico que indica el poder adquisitivo de una unidad de dinero ubicada hoy versus la unidad de dinero ubicada en el futuro.



#### Visitar página

Se sugiere revisar la lectura *Time value of money* de Shauna Carther, para ampliar el concepto de valor de dinero en el tiempo, el cual se abordará a lo largo del presente espacio académico.

[Understanding the time value of money](#)

Shauna Carther

Algunos otros conceptos de la matemática financiera de autores reconocidos son, por ejemplo:

Se entiende como una herramienta que puede ser utilizada para realizar cualquier cantidad de análisis de índole financiera, entre los que se pueden mencionar: precio y costo de cualquier inversión, establecer la mejor alternativa para financiarse y mejor rentabilidad (Cabeza y Castrillón, 2013).

- Está en el campo de la matemática aplicada, dado a que realiza análisis, aplica valoración y realiza cálculos con asignaturas que se encuentran estrechamente relacionadas con el campo de los mercados financieros (Enciclopedia financiera, s. f.).





### Instrucción

Observe atentamente el organizador gráfico que encuentra en los recursos del eje, el cual aporta algunos consejos para la obtención de resultados adecuados mediante la matemática financiera.

La importancia que cobra esta herramienta en el mundo empresarial es incalculable, ya que muchas de las decisiones son tomadas después de realizar diversas operaciones que tienen que ver con la compañía, entre las que se encuentran: temas de inversión, financiamiento, cobertura, valoración de empresas y alianzas entre otros innumerables temas de índole financiero.

El analista o tomador de decisiones podrá tener otro tipo de ventajas, como saber anticipadamente el valor y costo de una operación, establecer una política de descuentos en las compañías, tener poder sobre la decisión de diferentes alternativas sin importar si son a largo o corto plazo y poder evaluar un proyecto de inversión entre otros.

En general, son varios los temas en los que la matemática financiera aporta conocimiento ya que, de los resultados, los analistas a nivel global toman muchas de las más importantes decisiones en términos financieros y, además, da el soporte para realizar el análisis de muchos de los proyectos de inversión que se plantean antes de ser ejecutados.

Otro de los términos comúnmente utilizados dentro de esta gran asignatura, tiene que ver con la inflación, esta es entendida como el crecimiento que se evidencia de manera generalizada y constante de los precios de cada uno de los bienes y servicios que hacen parte o están presente en la economía de un país.

Es importante resaltar que cada país es autónomo de plantear los indicadores necesarios para realizar la medición de la inflación, entre los más comunes se destacan en Colombia:

### Índice de Precios al Productor (IPP)

Se trata de un indicador que determina la evaluación de los precios de venta teniendo en cuenta el productor.



#### Visitar página

Para mayor comprensión del IPP se recomienda revisar la página web del Banco de la República.

[Índice de Precios del Productor \(IPP\)](#)

Banco de la República

## Índice de Precios al Consumidor (IPC)

Se trata del indicador encargado de medir la evolución respecto al costo promedio de la canasta familiar compuesta por bienes y servicios de los hogares en una economía.



### Visitar página

Para mayor comprensión del IPC se recomienda revisar la página web del Banco de la República.

[Índice de Precios al Consumidor \(IPC\)](#)

Banco de la República

En Colombia, la entidad oficial que se encarga de realizar la medición de la inflación y otras cifras importantes para el sector económico del país es el Departamento Administrativo Nacional de Estadística DANE.



### Visitar página

Para conocer las actividades que esta entidad del Gobierno colombiano desarrolla, visite la página web del DANE.

<https://goo.gl/GNRbpJ>

En las economías debido al fenómeno de la inflación, el dinero pierde valor a medida que el tiempo avanza, entonces no será lo mismo pagar el día de hoy \$1.000.000 que pagar esta misma cuantía dentro de un año, este ejercicio se puede entender en el diario vivir, ya que cada vez que las personas van a realizar compras se dan cuenta que el dinero ya no alcanza para comprar lo mismo que siempre se ha comprado.

Una situación contraria a la inflación se presenta en las economías cuando se evidencia una caída generalizada en los precios, que, a su vez, es constante tanto en los precios de los bienes como de los servicios en la economía de un país, este fenómeno se conoce como deflación.



### Visitar página

Se sugiere revisar la página web del Banco de la República para familiarizarse con el término deflación.

[¿Qué es la deflación?](#)

Banco de la República

## Riesgo

Ahora bien, se hace relevante indagar sobre la definición de riesgo y los tipos de riesgo presentes en las finanzas. El término riesgo tiene una relación directa con la **rentabilidad**, de aquí nace la afirmación que si en una inversión, el riesgo es mayor, entonces la operación financiera dará como resultado una mayor rentabilidad como se puede observar en la figura.



### Rentabilidad

La rentabilidad es la obtención de beneficios o ganancias provenientes de una inversión o actividad económica.

Se suele calcular como:  $(\text{todos los ingresos} - \text{todas las pérdidas}) - \text{capital invertido}$ .

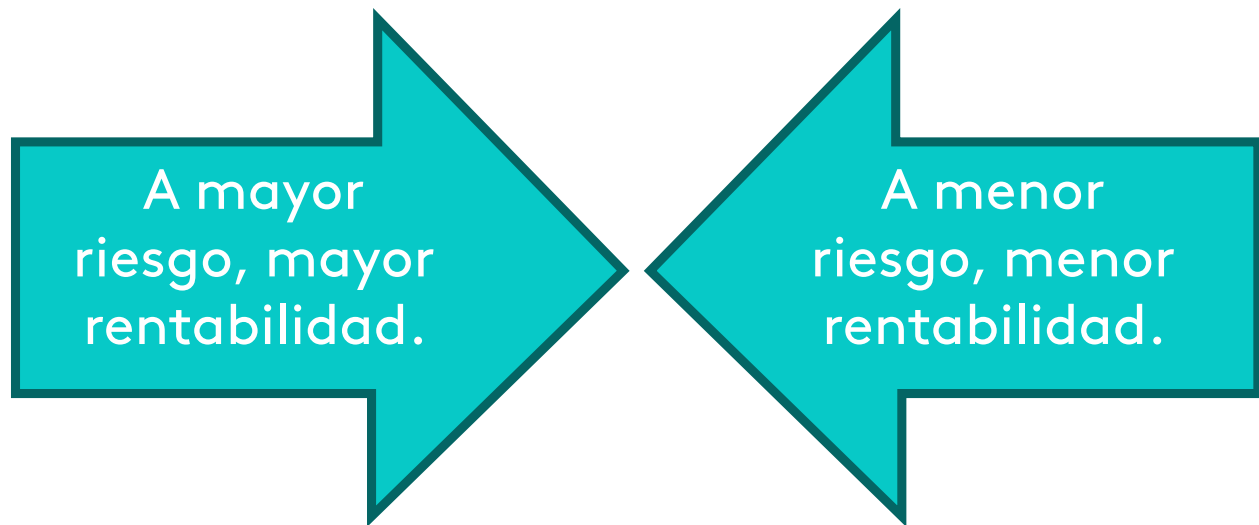


Figura 2. Riesgo y rentabilidad  
Fuente: propia

Se puede entonces, definir el riesgo como la probabilidad de ocurrencia de un evento negativo y que implica la toma de decisión, puesto que en finanzas se manifiesta como posibles pérdidas ocasionadas por inversiones mal realizadas o por falta de conocimiento.

Es así que el riesgo es aquella incertidumbre que se produce en el proceso de realización de inversiones en portafolios financieros ya que se pueden presentar cambios, situaciones que no permiten hacer devolución de capital y por último la inestabilidad de la economía en particular (BBVA, 2015).

Existen diferentes tipos de riesgo asociados a las finanzas, los más comunes son:

1. Riesgo de liquidez: una de las partes que se encuentran en la negociación cuenta con activos, pero no tiene dinero en su momento para poder cubrir las obligaciones que tenga, en esta situación se presenta el riesgo de liquidez.
2. Riesgo de mercado: este tipo de riesgo se encuentra presente en todas las obligaciones que tengan relación con los mercados financieros. Allí se destacan los riesgos de cambio, los riesgos asociados con las tasas de interés y el riesgo de mercado.

3. Riesgo de crédito: en un contrato establecido, este riesgo se da cuando una de las partes no puede cumplir con las obligaciones adquiridas.

Se afirma que la mejor forma de prevenir riesgos mayores es que tanto empresas como personas revisen diversas opciones para invertir el dinero y no coloquen todo su capital en una sola opción.



#### Lectura recomendada

Para ampliar el tema le invito a realizar la lectura sugerida a continuación, posteriormente desarrolle la actividad de aprendizaje: control de lectura.

*Administración de riesgos, conocer los riesgos para tomar decisiones*

Price Waterhouse Cooper

Los conceptos anteriores abren paso a un nuevo término bastante utilizado y el cual permite la variación del dinero dependiendo de las situaciones que se estudien o se tomen en cuenta, es así que el interés se enciende como aquella utilidad o ganancia después de prestar un dinero y hacer uso del mismo, ese dinero a su vez es entregado y pactando en ciertas condiciones como: tiempo y fecha de devolución. De allí surge la primera fórmula básica de interés, la cual se denominada de la siguiente manera:

$$I = Pin$$

Donde:

I = es igual al interés.

P = principal o inversión inicial.

i = tasa de interés, la cual debe ser pactada al inicio de la operación.

n = el número de periodos o el tiempo que durará la operación, también definido al inicio de la transacción.

De acuerdo con la forma de capitalización de los intereses, se pueden establecer entonces dos tipos de interés.

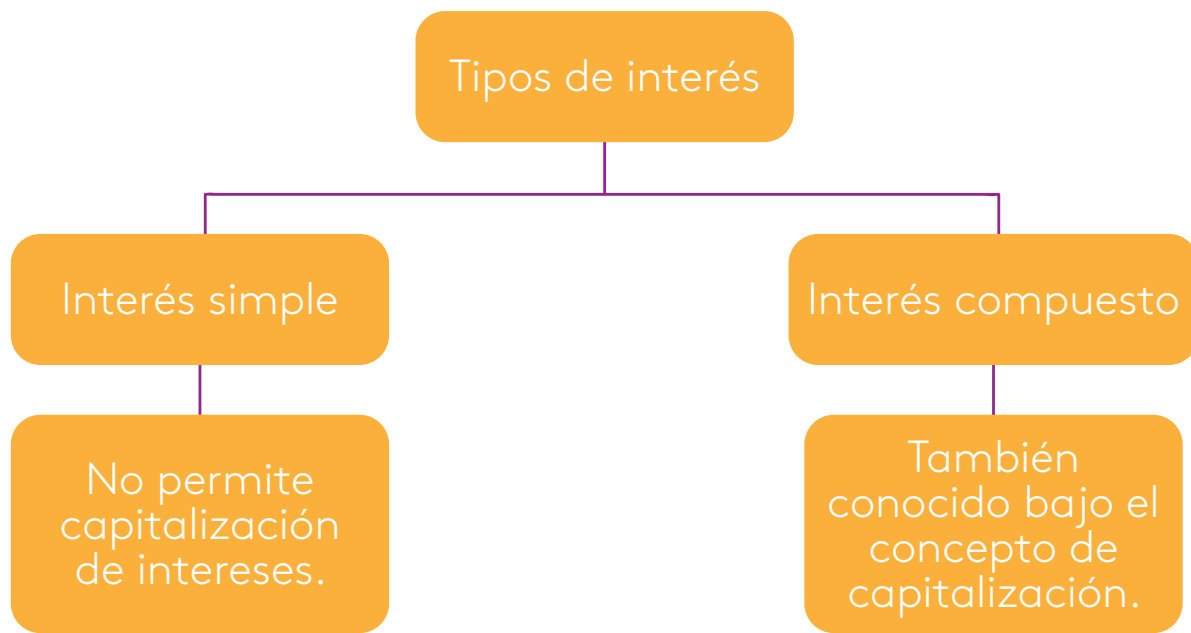



Figura 3. Tipos de interés en matemática financiera  
Fuente: propia

Antes de contextualizar al lector respecto a los dos tipos de interés, es pertinente entonces mencionar que la matemática financiera, facilita que los analistas teniendo dos cifras diferentes, y las cuales están en distintos momentos o tiempos, puedan tener una equivalencia.

 Ejemplo

\$100 el día de hoy podría llegar a ser equivalentes en términos de 12 meses a \$110, solo si existiera una tasa de interés determinada del 10%, esto afirma que dicha tasa de interés es la que permite que estas dos cantidades en valor y en tiempos diferentes puedan llevar a ser iguales o equivalentes en poder adquisitivo, como se muestra en la figura.

$i = 10\%$

Figura 4. Equivalencia de tasas  
Fuente: propia

En el mundo de las finanzas, existen diferentes tipos de decisiones que tanto personas naturales como jurídicas deben en cierto momento analizar y elegir, entonces se evidencian algunos tipos de decisiones que deben ser tomadas:

- **Decisiones de administración del riesgo:** este tipo de decisiones se toman pensando en la manera más adecuada e idónea de administrar diversos riesgos y en la forma de evitar que lleguen a suceder, además de permitir analizar posibles oportunidades y crear ventajas.
- **Decisiones de consumo y ahorro:** este tipo de decisiones son tomadas en el núcleo de las familias y de acuerdo con el tipo de decisión, estas pueden llegar a fortalecer o desestabilizar el entorno y bienestar, un ejemplo sería que una familia optará por consumir en grandes cantidades hoy, como resultado de esta decisión los niveles de ahorro serían menores y por ende menos posibilidades de inversión.
- **Decisiones relacionadas con el presupuesto de capital:** este tipo de decisiones son principalmente tomadas por las empresas y el éxito o fracaso dependen de ellas, los resultados de las mismas son duraderas y trascienden en el tiempo, el tener presente una preparación adecuada de los presupuestos supone el contar con fondos suficientes para realizar expansión de activos empresariales.

Debido a que hay un sinnúmero de decisiones por tomar diariamente, se hace necesario que los administradores tengan una visión holística del panorama y no solo se dediquen a realizar aplicación de fórmulas, sin tener en cuenta lo que las decisiones pueden traer consigo, es relevante, entender la lógica de los problemas que se presentan en la matemática financiera y en este sentido, entender que las fórmulas algebraicas se encuentran al servicio de las finanzas.

Es importante resaltar, que dependiendo el tipo de literatura o del autor que se esté consultando, así mismo la nomenclatura de cada una de las partes que conforman las fórmulas pueden variar, a continuación, se señalará la nomenclatura que se utilizará en este espacio académico:

- La tasa de interés identificada en la fórmula como  $(i)$ , hace alusión a la rentabilidad que se genera o se paga por el uso del dinero en determinado periodo de tiempo. Esta tasa de interés se da en porcentaje, el cual también es denominado valor porcentual o valor relativo una vez se da el resultado de la operación, cabe aclarar que cuando se incorpora la tasa de interés en el desarrollo del problema esta debe ser dividida en 100 para poder trabajarla en términos de valor absoluto.

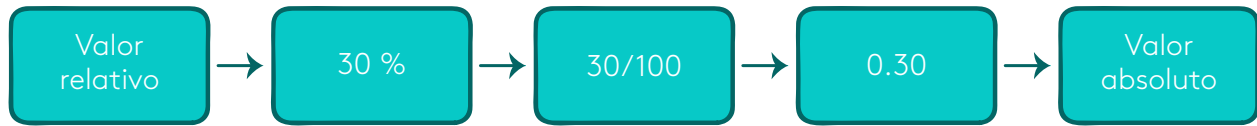


Figura 5. Cifra relativa y cifra absoluta  
Fuente: propia

- La letra *I* hace alusión al interés (*I*): es en términos monetarios, una suma de dinero que se cobra o se paga por el uso o por disfrutar un monto de dinero.
- El valor presente que en este espacio académico será conocido como (*P*): Es el dinero o el capital que inicialmente se invierte al momento de comenzar una operación financiera. Según el autor puede ser también encontrado en libros como: (*VP*) = Valor Presente, (*VT*) = Valor de la Transacción, (*C*) = inversión inicial, entre otros.
- El valor futuro conocido con la nomenclatura (*VF*): hace referencia al valor o dinero que está acumulado gracias a la tasa de interés (*i*), puede encontrarse a su vez como, (*S*) = capital final, (*M*) = Monto, (*F*) = Final o valor acumulado.
- El número de periodos relacionados con el tiempo se establece cuando se pacta la operación financiera y está dado por (*n*), según el autor consultado también puede encontrarse en los libros como la letra (*t*).

En este punto, es entonces importante identificar los diagramas de flujo e importancia en la matemática financiera, ya que los diagramas son los que permiten plasmar de manera más clara las operaciones o problemas financieros, determinando la posición en el tiempo, una vez desarrollado el diagrama, se procede a construir la ecuación financiera que permitirá dar solución al problema en cuestión.



#### Lectura recomendada

Para comprender cómo se realiza la representación gráfica realice la lectura del numeral 1.3 del capítulo 1 de:

*Matemáticas financieras*

Leonor Cabeza de Vergara y Jaime Castrillón Cifuentes



Es necesario que el analista o quien esté desarrollando los problemas financieros, revise claramente los periodos e identifique las cantidades planteadas en dichos problemas, cuales representan ingresos y cuales son egresos.

En todas las operaciones financieras siempre interactúan dos agentes: el primero que puede ser el que presta el dinero denominado también como prestamista, y un segundo quien es el que recibe el dinero y pagará por el uso del mismo, también conocido como el deudor. Dependiendo el caso que se analice, así mismo la gráfica tendrá una variación, esto se puede observar en la figura.

### Gráfica para el banco o entidad financiera (quien presta el dinero)



Figura 6. Diagrama de flujos para el prestamista  
Fuente: propia

La gráfica se realizó para la entidad prestamista del dinero, allí el P \$ 20.000.000 resulta ser un egreso para la entidad, ya que esta es quien está desembolsando el dinero o sacándolo de sus arcas, al finalizar los 12 meses, esta entidad recibirá un VF = X cantidad, cuyo valor será en su momento para el banco un ingreso, ya que regresa el dinero a su cuenta, este VF aplicando la tasa de interés del 5 %. (Es importante recordar que P también se conoce como VP o Valor Presente).

Caso contrario sucede si se realizará el diagrama de flujo para el deudor o persona que solicitó el dinero prestado, en este caso el P de \$ 20.000.000 será un ingreso en el momento 0, ya que lo está recibiendo a una tasa de interés del 5 % al cabo de los 12 meses, el deudor tendrá que devolver un VF de X cantidad, el cual será al final de los 12 meses un egreso para el deudor, como se muestra a continuación en la figura.

## Gráfica para el deudor (quien solicita el dinero prestado)

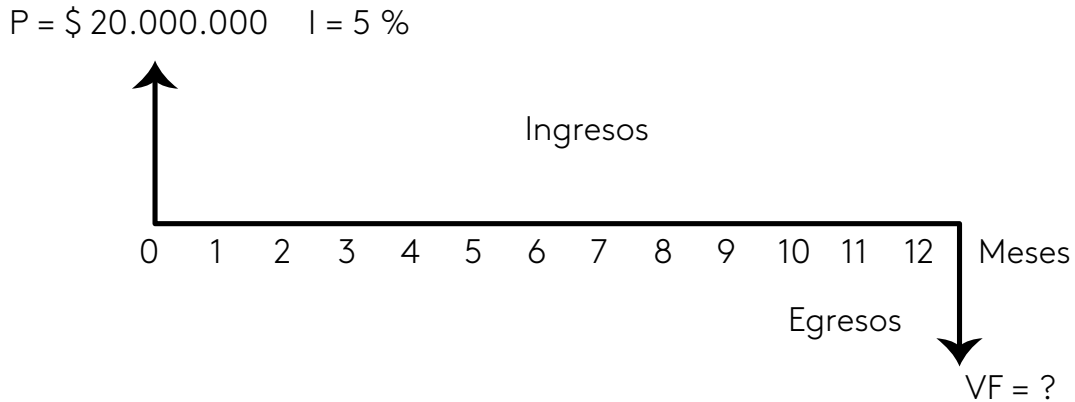


Figura 7. Diagrama de flujos para el deudor  
Fuente: propia

Revisando las dos situaciones, se puede determinar la diferencia que existe analizando el mismo problema desde dos puntos de vista diferentes y, como se debe elaborar de manera adecuada la gráfica al momento de desarrollar el problema financiero.

Las operaciones financieras como se mencionó previamente, tienen una variable denominada (n) o periodos, el cual, hace referencia al tiempo, ya que una vez pactada dicha operación transcurre X tiempo entre la fecha inicial y la fecha en la que se debe pagar o hacer devolución del dinero, estos periodos entonces se pueden dar en el problema en términos de días, semanas, meses y años entre otros. Entonces se procede a realizar una equivalencia para el tiempo según la unidad en la que se vaya a trabajar como se ilustra en la figura.

- 1 año**
- 360 días
  - 48 semanas
  - 24 quincenas
  - 12 meses
  - 6 bimestres
  - 4 trimestres
  - 3 cuatrimestres
  - 2 semestres

Figura 8. Equivalencia en tiempo dependiendo de la unidad a trabajar  
Fuente: propia

Otro término trascendente en la matemática financiera es la fecha focal, dado a que uno de los objetivos es medir el impacto que trae consigo la toma de las decisiones de índole financiera para una empresa o para las familias, entonces dicha fecha focal o (ff) permite establecer dos cantidades o flujos a un mismo punto o periodo para que el resultado sea un mismo poder de adquisición como se evidencia en la figura.

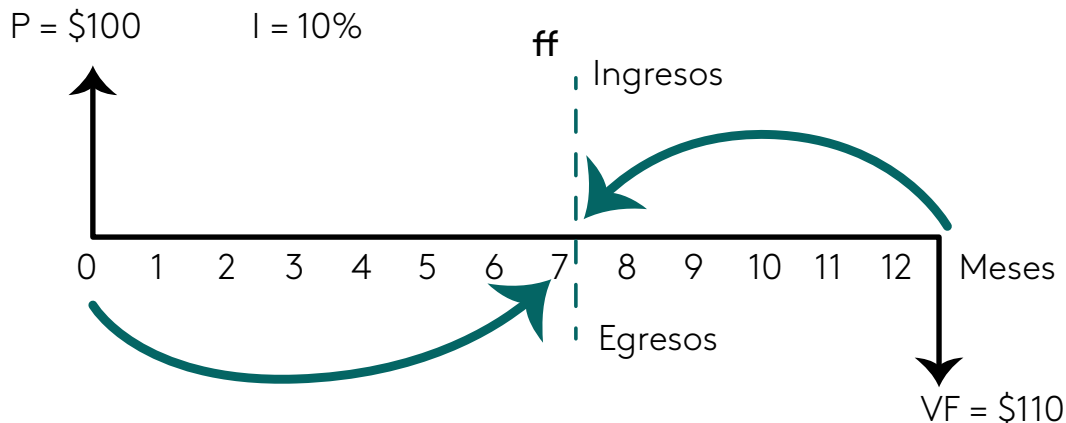


Figura 9. Equivalencia en tiempo dependiendo de la unidad a trabajar  
Fuente: propia

En la figura se pueden observar dos cantidades en diferentes puntos o periodos, y siendo una cantidad los ingresos y la otra los egresos, son llevadas o igualadas en el mes 7 o  $n = 7$ , este sería entonces el punto para poder analizar las dos cantidades de la operación financiera o fecha focal del ejercicio.

En este punto se puede llegar a la conclusión de que el ejercicio de la matemática financiera trata de realizar movimientos de cifras o flujos a un punto en común denominado ff, para poder realizar el análisis y respectiva toma de decisión.

## Interés simple e interés compuesto

### Interés simple

El concepto que enmarca el interés simple, hace mención al tipo de interés que no deja realizar **capitalización** de los intereses que genera la operación financiera (Joemixx, 2010). El interés simple entonces se puede identificar por una serie de características que a continuación, se mencionan:



#### Capitalización

El concepto que enmarca el interés simple, hace mención a el tipo de interés que no deja realizar capitalización de los intereses que genera la operación financiera.

- Únicamente a el capital invertido se le realiza la aplicación de la tasa de interés.
- Los intereses generados en la operación financiera no son variables, esto quiere decir que permanecen constantes en cada uno de los periodos pactados.
- A lo largo de la duración de la transacción financiera, el capital que se invierte, no sufre ningún tipo de variación.
- El capital o monto invertido es pagado al final de la operación.

Con base en lo anterior, entonces se puede decir que, de la fórmula básica del interés ya mencionado, surgen nuevas fórmulas para ser aplicadas:

$$I = Pin$$

$P = \frac{I}{in}$  Esta fórmula se utiliza para calcular el principal o la inversión.

$i = \frac{I}{Pn}$  Esta fórmula se utiliza para calcular la tasa de interés del ejercicio.

$n = \frac{I}{Pi}$  Esta fórmula se aplica para realizar el cálculo del número de periodos del ejercicio.

Ahora bien, es necesario determinar la fórmula básica del interés simple, ya que de ella surgen nuevas fórmulas para aplicar, a continuación, se plasman dichas formulaciones:

$$F = P (1 + in)$$

La anterior, es la fórmula básica del interés simple, de esta aparecen cuatro nuevas fórmulas que sirven para determinar:

- a. El valor **presente** del ejercicio en el interés simple, la cual será:

$$P = \frac{F}{(1 + in)}$$

- b. El número de periodos en la transacción financiera en el interés simple:

$$n = \frac{\frac{F}{P} - 1}{i}$$

- c. La tasa de interés que se cobra en el ejercicio:

$$i = \frac{\frac{F}{P} - 1}{n}$$

El valor que se encuentra entre paréntesis  $(1 + in)$  en finanzas es denominado el factor de interés, este paréntesis es el que permite en los ejercicios de índole financiera realizar la equivalencia de dos cifras en diferentes localizaciones de tiempo. Los ejercicios, aplicando las fórmulas anteriores serán desarrollados en el siguiente espacio académico.

Siguiendo con el interés simple, es importante también mencionar que la equivalencia o conversión de las tasas de interés se define como un proceso aplicado mediante el cual una tasa de interés que está en diferentes condiciones puede llegar a dar como resultado un mismo F o valor final. Esta operación consiste en dividir o multiplicar la tasa de interés, dependiendo la equivalencia o conversión que se requiera.



### Ejemplo

La tasa del 30 % simple anual, es equivalente al 2,5 % simple mensual, con el simple hecho de dividir 30 entre 12 meses. O si se tiene una tasa del 2.5 % mensual y se quiere representar la tasa en términos anuales se multiplica 2.5 % por 12 dando como resultado 30 % simple anual.



### Lectura recomendada

Se sugiere para mayor comprensión de la temática, realizar la lectura de las páginas 13 a la 15 del capítulo 2 Tipos de interés y leyes financieras.

*Fundamentos de matemática financiera*

Amaia Apraiz Larragán

## Interés compuesto

Este tipo de interés puede definirse como aquel que permite realizar capitalización de los intereses **causados**, es decir, reinversión de intereses. Algunas de las características que se pueden mencionar son:

- Los intereses presentan capitalización, es decir se pueden reinvertir.
- La tasa de interés pactada en la operación financiera, se puede aplicar tanto al capital invertido como a los intereses que se han generado.



### Causado

En contabilidad, el término causar hace referencia a aquellos hechos económicos los cuales deben ser reconocidos en el momento en el que se realicen y no cuando estos sean recibidos o pagos, se reciba o se haga el pago.

- El tipo de tasa que va a permitir realizar la capitalización o reinversión de los intereses se denomina **tasa efectiva**.
- Es importante además entender el concepto de tasa periódica, el cual hace referencia a la tasa que es devengada en un determinado periodo de conversión el cual también puede ser de pago de intereses.



#### Tasa efectiva

Es la tasa equivalente de una tasa periódica en la que el período se hace igual a un año y la causación siempre se da al vencimiento.

Se procede entonces a realizar el planteamiento algebraico, el cual permite analizar y desarrollar las operaciones o ejercicios en el interés compuesto:

$$I = P[(1 + i) - 1]$$

De la anterior fórmula básica del interés, en el interés compuesto, surgen cuatro nuevas fórmulas que despejando cada variable de la principal permiten hallar:

- a. El principal o la inversión inicial en las operaciones financieras, la cual está dada por:

$$P = \frac{I}{\frac{n}{(1 + i) - 1}}$$

- b. Se puede hallar la tasa de interés que está cobrando la transacción.

$$i = \left[ \frac{I + 1}{P} \right]^{1/n} - 1$$

- c. Finalmente, se puede calcular el número de periodos respectivos para la operación financiera:

$$n = \frac{\text{Log} \left[ \frac{I + 1}{P} \right]}{\text{Log} (1 + i)}$$

Cuando se desarrollan problemas usando el interés compuesto en determinado tiempo, se hace referencia a las tasas de interés que de una u otra manera entra a afectar dicha operación, se procede a determinar ¿Cuánto cuesta el dinero en el ejercicio? Dicha tasa denominada efectiva, mencionada anteriormente es la que se deben tener en cuenta en los ejercicios financieros.

Es esencial tener presente que surge una nueva fórmula, la cual se denomina fórmula básica del interés compuesto, la cual será:

$$F = P (1 + i)^n$$

Esta fórmula, puede ser utilizada por el estudiante para que de ser necesario pueda hallar periodos, tasa de interés o el principal se despeje utilizando procedimientos matemáticos que permiten dar solución a los problemas financieros.

Retomando, la tasa efectiva se entiende entonces como una tasa verdadera por incurrir en una deuda o por prestar un dinero. Para mayor claridad sobre las tasas nominales, revisar la figura.

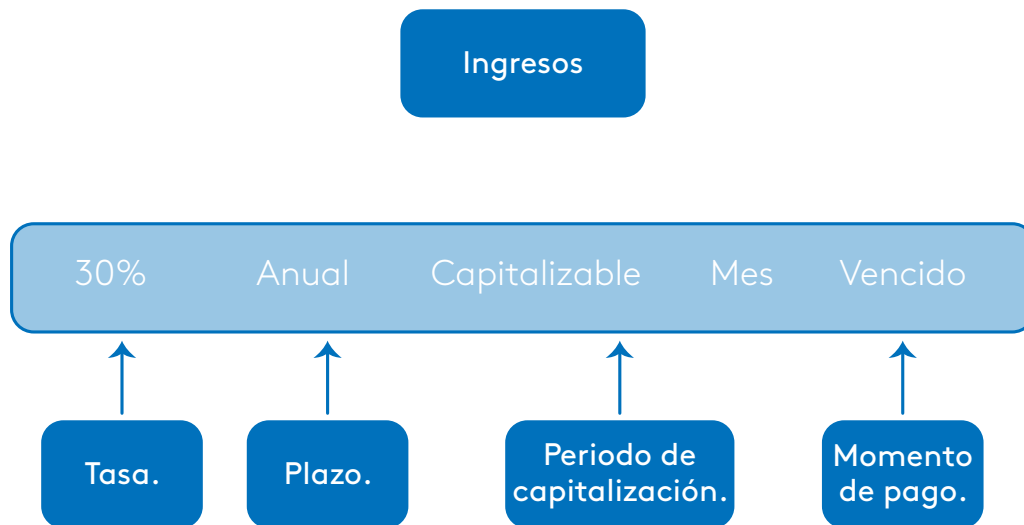


Figura 10. Tasa nominal  
Fuente: adaptado de (Ramírez y Martínez, 2010)

El proceso de conversión de tasas en el interés compuesto se puede realizar utilizando ciertas herramientas que permiten hacer el ejercicio de una manera más rápida y precisa, estas herramientas son:

- A través de planteamientos matemáticos o formulación.
- Mediante el uso de las hojas de cálculo en Microsoft Excel.
- Utilizando calculadoras financieras.



#### Lectura recomendada

Para mayor claridad sobre la conversión de tasas en el interés compuesto, se sugiere revisar el tema: uso de las calculadoras financieras en las páginas 102 a la 105.

*Matemáticas financieras*

Leonor Cabeza de Vergara y Jaime Castrillón Cifuentes

# Anualidades y amortizaciones

## Anualidades

Las anualidades en las operaciones de matemática financiera, son una serie de pagos que se deben realizar para poder cancelar una deuda adquirida o una inversión, dichos pagos que se esperan realizar, deben contar con algunas características como, ser equivalentes respecto al tiempo pactado al igual que tener una tasa de interés definida.

Las anualidades en las operaciones de matemática financiera, son una serie de pagos que se deben realizar para poder cancelar una deuda adquirida o una inversión, dichos pagos que se esperan realizar, deben contar con algunas características como, ser equivalentes respecto al tiempo pactado al igual que tener una tasa de interés definida.



¡Importante!

Es necesario dejar claro que los flujos de efectivo sin importar si estos son en determinado momento positivos o negativos, son equivalentes en un periodo de tiempo a la tasa de interés dada.

A continuación, se desarrolla un ejemplo que detalla de manera clara la aplicación de una anualidad:

Andrea decide tomar un préstamo por un valor de \$ 100, dicho crédito fue solicitado pactando un plazo de 2 meses, dichos pagos deberán ser iguales y de conformidad con las dos partes se determinó una tasa de interés igual al 3 %.

Teniendo en cuenta que debemos adicionar los intereses para capitalizar planteamos:  $(1 + i)^n$ .

Se procede a plasmar el planteamiento del problema, el cual queda de la siguiente manera:

$$100 = \frac{x}{(1 + 0,03)^1} + \frac{x}{(1 + 0,03)^2}$$



Donde:

100 = valor del préstamo solicitado por Andrea.

x = número de pagos pactados.

Los exponentes corresponden al número de pagos o en este caso periodos pactados. En el presente ejercicio se pactaron dos pagos, por esta razón hay dos x, si hubiesen pactado tres pagos entonces aparecerían 3 x y así sucesivamente con el número de pagos establecidos entre el tomador del crédito y el banco.

El resultado de cada uno de los pagos una vez se aplica la fórmula será de \$ 52.261, entonces se entiende que Andrea deberá realizar dos pagos iguales cada uno por valor de \$ 52.261 para cancelar los \$ 100 pesos que tomo prestados de la entidad financiera.

Es claro que, los datos necesarios para poder dar solución a las anualidades dependen de las condiciones con las que negocien tanto acreedor como deudor, ya que en dicha negociación se define la tasa de interés que se pagará por el uso del dinero, la cantidad de cuotas o el plazo en el que se pagara la deuda, y el monto que se desea solicitar prestado.

Ahora bien, si se tienen más anualidades o cuotas por determinar, la fórmula para desarrollar el problema será:

$$P = A \frac{(1 + i)^n - 1}{i (1 + i)^n}$$



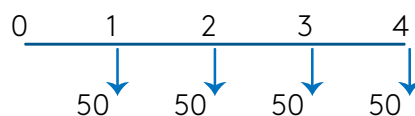
#### Reflexionemos

¿Cuál es el valor presente de una anualidad mensual por valor de \$ 500 durante un periodo de tiempo de 12 meses y cuya tasa de interés es de 5 %?

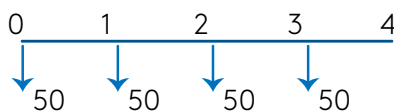
La respuesta será  $P = 4431,626$ .

Del concepto de anualidad, se generan entonces unas clasificaciones las cuales se mencionan a continuación:

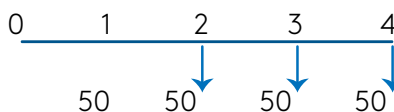
**1. Anualidad ordinaria o anualidad vencida:** este tipo de anualidades se caracteriza porque los pagos, comienzan a realizarse desde el periodo 1.



**2. Anualidad de tipo anticipado:** en este caso los pagos comenzarán a realizarse inmediatamente desde el punto 0, periodo 0.



**3. Anualidades diferidas:** se pacta un periodo de gracia en el que se define que el primer pago, se realizará a partir del periodo dos en adelante.



#### Instrucción

Realice la actividad de aprendizaje: pareo, y comprueba lo que has aprendido hasta el momento.

## Amortizaciones

Cuando se habla de amortizaciones, el término se refiere a un proceso de índole financiera en el cual se toma un valor que se desea pagar, en otras palabras, un dinero que se solicita prestado y que será cancelado en un periodo de tiempo determinado.

Este ejercicio se ve con mayor claridad cuando una persona se acerca a una entidad financiera y solicita un crédito, dicho crédito debe ser cancelado teniendo en cuenta unos tiempos y una tasa de interés, así mismo se fijan unas cuotas mensuales las cuales reflejan el proceso de pago hasta saldar el valor del crédito. Dado que esta operación es un poco compleja a simple vista para los usuarios de créditos, los bancos realizan tablas de amortización las cuales permiten ver el paso a paso de cómo se pagará el dinero solicitado en el tiempo y con la tasa de interés pactado.

En el caso de una amortización gradual, cada uno de los pagos que se realizará, deberán ser iguales y la frecuencia con la que se efectúan será exactamente la misma, se debe tener presente en este tipo de amortización los pagos siempre sean mayores a los intereses que se cancelaran en cada periodo para que la deuda se logre saldar en el tiempo establecido, de lo contrario se tendrá un efecto contrario y la deuda aumentará.

Esto se puede visualizar mejor en la siguiente tabla:

Mes/periodo	Saldo de la deuda	Amortización	Interés (5%)	Cuota (pago)
0	\$ 1.000	\$ -		
1	\$ 750	\$ 250	\$ 50	\$ 300
2	\$ 500	\$ 250	\$ 38	\$ 288
3	\$ 250	\$ 250	\$ 25	\$ 275
4	\$ -	\$ 250	\$ 13	\$ 266
Total		\$ 1.000	\$ 125	\$ 1.128

Tabla 1. Ejemplo de tabla de amortización  
Fuente: propia

Observe que el número de periodos pactados fue de 4 meses, el deudor solicitó un préstamo por \$ 1000, los intereses causados mes a mes van desde 50 en el mes 1 hasta \$ 12.5 en el mes 4 con una tasa de interés de 5 %, para lo cual se determinó una amortización para cada mes de \$ 250. A medida que se realizan los pagos los cuales incluyen el interés y la amortización, se puede evidenciar la reducción en el saldo del crédito solicitado, logrando dejar la deuda en \$ 0 pesos en el mes 4, periodo final pactado por el acreedor y el deudor.

## Títulos valores y evaluación de proyectos

### Títulos valores

Cuando se menciona el término título valor se hace alusión a todos aquellos documentos de tipo mercantil en el cual se incorpora un derecho de índole privado y patrimonial, en otras palabras, es un tipo de documento que contiene condiciones crediticias y con base en la prestación que incorpora.

Los títulos valores se clasifican en:

- Títulos valores de tipo crediticio: estos documentos incluyen a su vez todas aquellas letras de cambio, los cheques, facturas y los pagarés, entre otros.
- Títulos valores representativos de mercancías: en este grupo se encuentran los bonos y el Certificado de Depósito a Término (CDT).
- Títulos de participación: en este grupo se pueden categorizar las acciones de las empresas o las obligaciones negociables.

d. Evaluación de proyectos: para poder efectuar con éxito la evaluación de proyectos, es necesario contar con ciertos índices, los cuales permitirán llevar a cabo dicho proceso. Los indicadores pueden ser:

- Valor Presente Neto o VPN.
- Tasa Interna de Retorno o TIR.
- Relación Beneficio Costo o RBC.

Entonces, el valor presente neto se entiende como la ganancia o la pérdida que es generada por el proyecto que se está evaluando y consiste en llevar tanto ingresos como egresos a pesos de hoy, y la finalidad de esta operación es determinar si el proyecto es viable o por el contrario se debe reformar.

Es importante tener presente que para poder encontrar ese VPN se debe:

- Determinar o identificar la vida útil del proyecto.
- Identificar el flujo de caja, teniendo en cuenta tanto ingresos como egresos.
- Analizar la tasa de oportunidad o tasa de descuento o la tasa mínima de rendimiento del inversionista.
- Finalmente, sabe que si el resultado del VPN es mayor a la TIO, el proyecto será rentable, si el VPN es menor a la TIO, el proyecto no es rentable y si el valor del VPN es igual a la TIO se debe tener en cuenta el riesgo, aunque es indiferente el resultado.



#### TIO

La Tasa Interna de Oportunidad (TIO), se conoce como el rendimiento interno mínimo que toda inversión, se debe proporcionar para que el valor de mercado de las acciones de la empresa o proyecto se mantenga sin ningún cambio.



#### Instrucción

Revise la galería que encuentra en los recursos del eje, para reforzar los conceptos básicos estudiados.

Respecto a la TIR o Tasa Interna de Retorno, es la que se encarga de realizar la igualación entre el valor presente de los ingresos y el valor presente de los egresos o gastos y, es equivalente al rendimiento del proyecto en cuestión, es necesario realizar una igualación a 0 del valor presente de los ingresos restando el valor presente de los gastos de la siguiente forma:

$$VPN = VPI - VPE = 0$$

Para tomar la decisión se debe tener en cuenta que, si la TIR es mayor que la TIO entonces el proyecto será rentable, si la TIR es menor que la TIO, entonces el proyecto no será rentable y, por último,  $TIR = TIO$  este resultado es indiferente pero además el riesgo no se debe tener en cuenta.

Finalmente, respecto a la Relación de Beneficio Costo o RBC: en este tipo de relación se analiza los ingresos contrastado los egresos, entonces si RBC es mayor a 1, el proyecto es rentable, RBC menor a 1, el proyecto no será rentable y  $RBC = 1$  es indiferente pero tampoco se tiene en cuenta el riesgo.



#### Instrucción

Para finalizar, observa atentamente la infografía que resume los conceptos claves del eje.

En síntesis, el estudio de la matemática financiera se hace necesario en las organizaciones, ya que es una herramienta que permitirá a los analistas entender el comportamiento del dinero y su valor en el tiempo, además de ser un proceso práctico que, mediante la ejecución adecuada del mismo, se pueden llegar a tomar decisiones pertinentes que guiarán la empresa a un éxito respecto a los competidores.

Apraiz, L. (2009). *Fundamentos de matemática financiera*. Recuperado de <https://ebookcentral-proquest-com.proxy.bidig.areandina.edu.co/lib/bibliotecafuaasp/reader.action?docID=3193971>

BBVA. (2015). *Finanzas para todos: el riesgo financiero y sus tipos*. Recuperado de <https://www.bbva.com/es/finanzas-para-todos-el-riesgo-financiero-y-sus-tipos/>

Cabeza, V., y Castrillón, C. (2013). *Matemáticas financieras*. Recuperado de <https://ebookcentral-proquest-com.proxy.bidig.areandina.edu.co/lib/bibliotecafuaasp/reader.action?docID=3218554>

Enciclopedia Financiera. (s. f.). *Matemáticas financieras*. Recuperado de <http://www.encyclopediafinanciera.com/matematicas-financieras.htm>

Joemixx. (2010). *Capitalización de intereses*. Recuperado de <http://www.forex.es/capitalizacion-intereses-t2936.html>

Price Waterhouse Cooper. (2016). *Administración de riesgos*. Recuperado de <https://www.pwc.com/mx/es/riesgos/archivo/20160719-am-foll-administracion-riesgos.pdf>

Ramírez, J., y Martínez, E (2010). *Matemática financiera interés, tasas y equivalencias*. Recuperado de <https://es.scribd.com/document/337268968/Matematica-financiera-interes-tasas-y-equivalencias-Juan-Manuel-Ramirez-Edgar-Enrique-Martinez-Capitulo-3-interes-compuesto>

Shauna, C. (9 de 11 de 2017). *Investopedia*. Recuperado <https://www.investopedia.com/articles/03/082703.asp>

# MATEMÁTICA FINANCIERAS

Mariluz Rubio

## EJE 2

Analicemos la situación




Una vez el estudiante realice la revisión de los conceptos básicos del módulo de Matemática financiera, entendiéndose esta como una herramienta necesaria a tener en cuenta como punto de partida para la toma de decisiones empresariales y personales, el estudiante se encontrará en capacidad de tener un dominio adecuado de los conceptos elementales, procediendo entonces a desarrollar y contextualizar la relación existente de la presente materia con la intencionalidad sociocrítica propuesta para el espacio académico y una mirada holística hacia la historia de la moneda y su relación con la matemática financiera.

En esa medida, la pregunta que orientará los principios y reflexiones en este eje es, ¿Cuáles son los criterios cuantitativos que deben ser tenidos en cuenta por el profesional para valorar adecuadamente los problemas financieros que se pueden presentar?

Es claro en este punto que las matemáticas financieras son trascendentales y necesarias para proceder en la toma de decisiones en los diferentes contextos del ser humano, como puede ser invertir dinero en un proyecto que sea atractivo financieramente, la compra de un inmueble o pretender solicitar un crédito en una entidad.



Una mirada holística en  
la historia de la moneda  
y su relación con la  
matemática financiera



Es indiscutible que la Matemática Financiera (MF) contiene infinidad de saberes provenientes no solo de las matemáticas, sino de la contabilidad y economía, los cuales con el paso del tiempo han reforzado las herramientas y procesos analíticos en el campo de las finanzas y la toma de decisiones.

Para efectos sociocríticos, se continua en este espacio académico haciendo alusión a la moneda y el papel moneda, dado que, desde la antigüedad, quienes trabajan la tierra ejerce trabajos operativos y manejan máquinas, en ese orden, se comprende que todo el trabajo realizado con las manos y la inteligencia son ganancia directa para los capitalistas.

Por otro lado, en el régimen socialista, es bien sabido que sin importar la labor que se esté desarrollando, los frutos obtenidos al aumentar el patrimonio no son solo para la sociedad sino para quien los trabaja.

De acuerdo con lo anterior, los orígenes de la matemática financiera tienen raíces en la inversión de la moneda. En Turquía se dan las primeras acuñaciones de monedas, conocida para ese entonces en el siglo VII a. C. como Lidia. En dicho lugar el material de la primera moneda fue en plata y por supuesto en oro; también se da la coincidencia de la apertura de pequeñas tiendas de cambio.



### Visitar página

Para aprender más, se sugiere al estudiante revisar la siguiente lectura:

[Los primeros billetes](#)

Banco de la República

A partir de este momento, se comienza un largo camino hasta lograr llegar al punto en que cada uno de los estados con autonomía propia comenzaron a emitir los propios billetes y monedas, dando a los usuarios ese privilegio de poder intercambiar artículos por monedas y comenzar a realizar transacciones financieras.

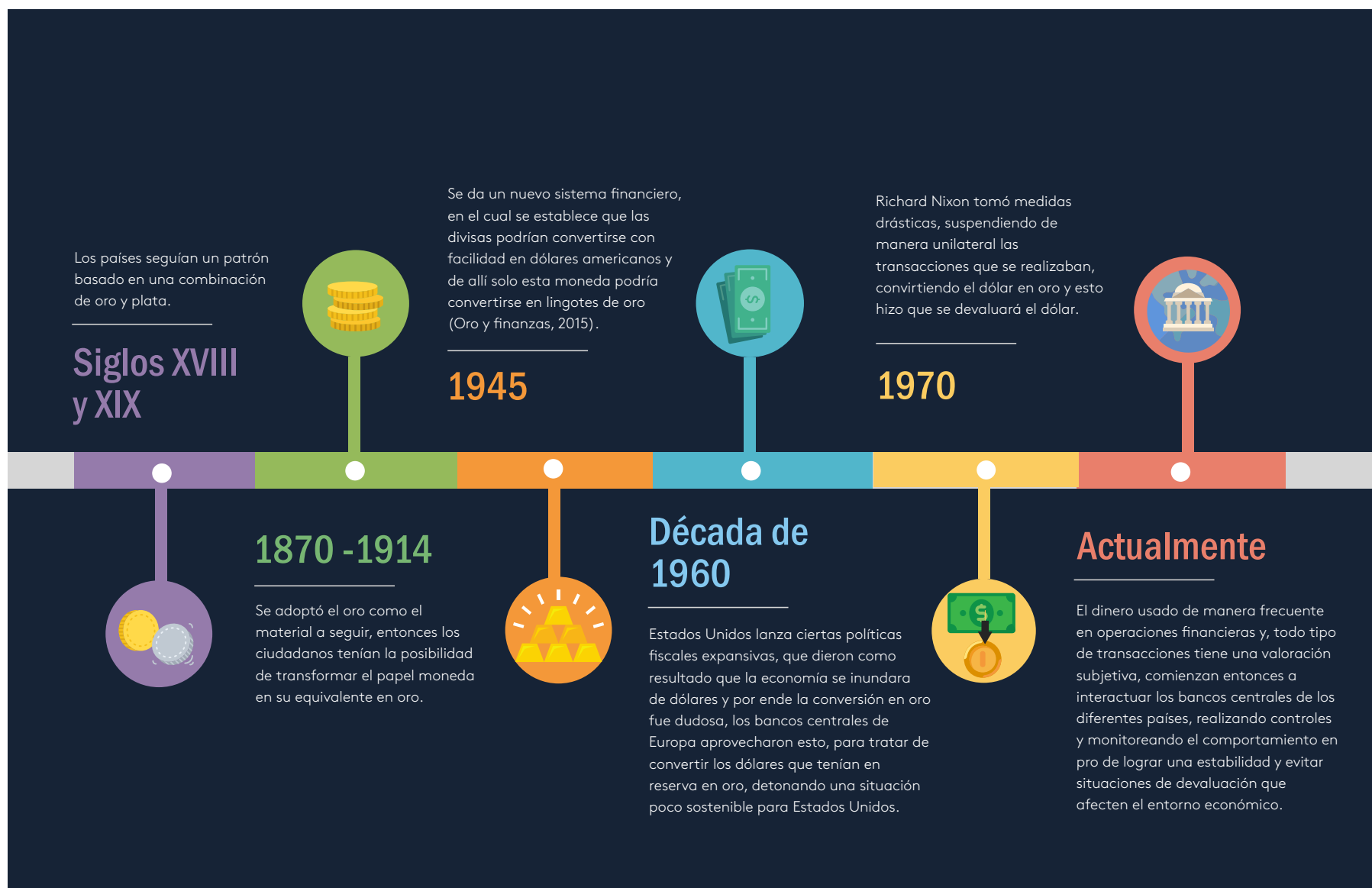


Figura 1. Breve trazabilidad de la evolución del papel moneda  
Fuente: propia



## Visitar página

Se sugiere revisar el artículo:

[Origen del sistema monetario internacional de Bretton Woods y su base en oro](#)

Oro y finanzas



## Instrucción

Se invita al estudiante a revisar el recurso de aprendizaje: organizador gráfico.

Dado lo anterior, es claro que la matemática financiera está orientada a promover y desarrollar habilidades cognitivas las cuales con el tiempo y la experiencia se transforman en todas aquellas capacidades analíticas y críticas que posee el ser humano. Teniendo en cuenta la influencia de la matemática, entonces la MF explora todos los posibles cambios y fluctuaciones que se genera en un portafolio de inversiones a través del tiempo.

Resumiendo, la matemática financiera aplica la matemática a un área llamada finanzas, el centro es el análisis y determinación del valor del dinero a través del tiempo, combinando a su vez las variables ya estudiadas como son las tasas de

interés, el capital y el tiempo, para de esta forma obtener una rentabilidad y aplicar métodos de evaluación que darán resultados sobre los cuales se podrán tomar decisiones financieras.

Se procede a destacar, que la MF es una disciplina importante y ampliamente utilizada en los procesos históricos de la humanidad, ya que la aplicación debe estar ligada con el desarrollo de la sociedad.

Debido a que en el entorno económico se presentan dinámicas como problemas de acumulación de capital, maximización de dinero, ganancias y problemas relacionados con el dinero, los cuales vienen de tiempo atrás y afectan los aspectos políticos.



## Estudio de caso

A continuación, se expone un ejercicio para ser analizado por cada uno de los estudiantes.

En un contexto real, unas pocas familias son dueñas de una gran cantidad de bienes privados, a su vez este grupo se pone en desacuerdo con otros que quieren ingresar y formar parte de esos pocos, ya que ese ingreso pone en riesgo el capital y el liderazgo obtenido; como resultado la sociedad comienza a renegar y a estar en contra de esos pequeños capitalistas. La comunidad empieza una negativa a prestar servicios laborales para ellos, aludiendo a temas de explotación e igualdad en derechos, en esa medida, todo ese capital acumulado por pocos es enemigo de las pequeñas y medianas empresas.

El tema tratado en la problemática anterior, se dice que es de índole matemático, ya que en las sociedades debe impartirse ampliamente en la educación asignaturas financieras que permitan a la sociedad, encontrar un equilibrio y una satisfacción para todos los actores de la misma.

La temática y la terminología abordada en el presente espacio académico permite contextualizar la forma en la cual el ser humano interpreta y acomoda la realidad y los diversos problemas, un ejemplo de esto es que existen conceptos muy semejantes en palabras, pero diferentes en definición como es el caso de: valor de cambio y valor de uso, o tasa de interés e interés.

Esta última dupla la tienden a confundir frecuentemente los estudiantes, la diferencia radica en que la tasa de interés es

el porcentaje que se cobra por utilizar el dinero y, el interés es el dinero que se paga o recibe en términos monetarios por el uso en determinado tiempo. Un último ejemplo que se presenta a menudo es la confusión entre bimensual y bimestral. Bimensual es algo que se da dos veces por mes; ejemplo los sueldos que se reciben quincenalmente se pagan dos veces al mes, y bimestral, es cada dos meses, un ejemplo de esto es el recibo del servicio de agua pública, cuyo cobro llega cada dos meses.

## Importancia de la matemática financiera en un contexto general

Se hace necesario mencionar la importancia que surge alrededor del término matemática financiera, se puede decir que es una rama dentro del contexto general de las matemáticas, cuyo objetivo general es enfocarse en entender el valor del dinero en el tiempo y analizar todas aquellas operaciones financieras, ejerciendo un desarrollo en el entorno de las finanzas, obteniendo suficientes recursos e información para poder tomar decisiones necesarias y generar los procesos empresariales en términos de inversión.



### Visitar página

Se sugiere al estudiante realizar la lectura del artículo:

[¿Por qué son importantes las matemáticas financieras?](#)

Mauricio Monroy



### Instrucción

Ahora que ha leído el artículo sugerido, le invito a realizar la actividad de aprendizaje: control de lectura.

Estas operaciones financieras analizadas por la MF, surgen al mismo tiempo con los estudios económicos en donde el dinero es un actor principal dado que el mundo de los negocios gira en torno a él.

Por ende, la matemática financiera utiliza un sin número de herramientas de la matemática básica, de forma tal que se pueden realizar análisis cuantitativos y de esta manera identificar la viabilidad o factibilidad tanto financiera como económica de los proyectos que se pueden plantear en la economía de un país.

La interacción del ser humano se vuelve clave en las operaciones de índole financiero, ya que es él quien comienza a tomar decisiones, así inicia a cuestionar algunos aspectos como:



- ¿Qué tipo de operación desarrollar? De acuerdo con lo que el individuo u empresa esté buscando o pretendiendo lograr, así mismo se debe analizar qué operación ejecutar.
- ¿Cómo llevar a cabo el desarrollo de las operaciones? Plantear según la problemática las posibilidades para llevar a cabo la ejecución de la operación, esta es la ruta a seguir por la persona que está analizando la situación.
- ¿Cuál es el momento más pertinente para ejecutar y tomar decisiones? De acuerdo con la situación en que se encuentre el analista, así mismo se analizan las variables de tasa, tiempo y capital para tener diversas posibilidades de selección.
- La pregunta que siempre se debe hacer el analista es, ¿Valdrá la pena ejecutar un proyecto o realizar una inversión?
- En caso de que se analice una empresa en funcionamiento, ¿Se podrá utilizar la misma infraestructura para seguir produciendo y para alcanzar nuevos objetivos, o será necesario invertir para ampliar lo que ya se tiene?
- En términos de proyectos ¿Es adecuado el tiempo que se proyectó o es necesario revisar y hacer una ampliación del mismo?
- Teniendo en cuenta la actual situación del país y la problemática que se está viviendo, ¿Es mejor realizar inversión económica o social?
- De las posibles alternativas que se puedan presentar, ¿Cuál será mejor y a quién beneficia más, al inversionista o a las organizaciones?

Los planteamientos propuestos servirán de base para que las organizaciones o los inversionistas analicen múltiples posibilidades y puedan decidir si los proyectos son viables, si se cuenta con el dinero necesario o, por el contrario, no son factibles y hay que revisar otras opciones. Allí radica la necesidad de desarrollar todo un proceso cuidadoso y estructurado para la toma de decisiones, lo cual permite plantear nuevas alternativas y soluciones para la diversidad de problemas que se presenten.

👉 **Visitar página**

Realiza la lectura de la noticia publicada en la Revista dinero:

[¿Cómo un inversionista le daría el 'Sí' a su proyecto emprendedor?](#)

*Revista Dinero*

Una síntesis de lo expuesto lo podemos ver en la figura descrita a continuación

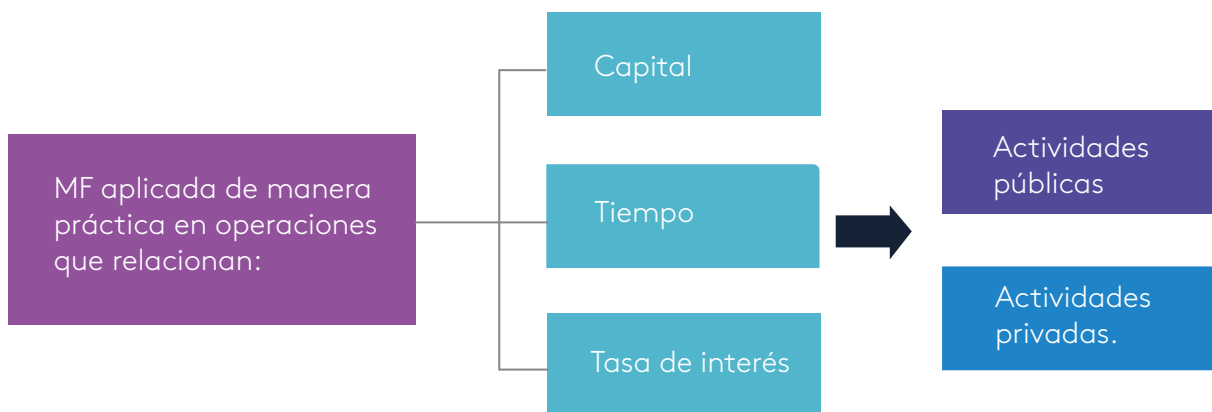


Figura 2. MF variables y actividades en las que interviene  
Fuente: propia

Las respuestas a las preguntas se deben dar en un escenario en que los **agentes económicos** que participen, queden satisfechos con las decisiones que se tomen. Lo anterior expone a primera vista el principio en el cual se basa la matemática financiera y es la equivalencia financiera.



#### Agente económico

Es aquel actor, quien a su vez toma decisiones buscando dar soluciones a diversas problemáticas. Entre los agentes de una economía se pueden mencionar:

- Las familias.
- Las empresas.
- Los gobiernos.
- Los bancos centrales.

Cada uno de los anteriores ejerciendo funciones características al entorno en el que se encuentre.





## Instrucción

Para comprobar lo que ha aprendido, realice la actividad de aprendizaje: pareo que encuentra en las actividades del eje.

Dado que las decisiones que se tomen pueden traer efectos negativos o positivos para quien toma la decisión, se hace necesario entender la relación existente entre la matemática financiera y otras disciplinas.

Esta correlación se comienza a desglosar de la siguiente manera:

1. Matemática financiera y contabilidad: esta relación se entenderá de manera más fácil si se comprende en primera instancia el término de la contabilidad, el cual hace alusión a todo aquel sistema de información encargado de realizar clasificaciones, registros, análisis, resúmenes y en general preparación para la presentación de informes de las transacciones u operaciones realizadas.

En este sentido, la MF se encarga de suministrar información relevante en determinado tiempo, permitiendo a la contabilidad obtener información razonada y detallada para llegar a una toma de decisión óptima. En otras palabras, la matemática financiera es el complemento de la contabilidad.

2. Matemática financiera y el derecho: teniendo en cuenta que el entorno de los negocios es regulado por diferentes normas según el país donde se encuentren realizando las operaciones y los agentes de la economía, algunas de las operaciones a tener en cuenta y más comunes podría ser:

- La regulación de la compra y venta de bienes y servicios.
- Operaciones de transporte marítimo, terrestre y aéreo.
- Ofrecimiento de servicios de seguros.
- Compra y venta de inmuebles, vehículos y mercancías.

En este sentido, es necesario entender que la matemática financiera le aporta al derecho la posibilidad de establecer cuáles y en qué tipos de mercados se pueden obtener mayor rentabilidad y beneficios económicos.

3. Matemática financiera y la ciencia política: dado que las ciencias políticas se encargan de realizar estudios y dar solución a diferentes problemáticas de tipo económico que surgen en el ambiente de un país, en el cual interactúan no solo las organizaciones sino también personas naturales reguladas por el Gobierno, entonces se vuelve estrecha la relación ya que la MF provee a dicho Gobierno con información importante para tomar decisiones al momento de realizar presupuestos, ajustes económicos e inversión entre muchas otras actividades tendientes a traer beneficios a la población del país.
4. Matemática financiera y la ingeniería: encargándose la ingeniería de realizar

control de costos respecto a procesos productivos y equipos industriales, las decisiones se toman con base en los resultados obtenidos en la ejecución aplicada de la MF.



Figura 3.  
Fuente: Shutterstock/425398831

Teniendo claridad de la relación existente entre la matemática financiera con otras disciplinas se procede a abordar las técnicas financieras junto con las características generales.

La información financiera se encuentra estrechamente relacionada con diversas técnicas, las cuales tienen como finalidad comprobar si las decisiones que son tomadas


después de hacer los respectivos análisis financieros son acertadas o no. Es evidente que los efectos de las decisiones tomadas en los proyectos ya sean estos de inversión, modernización o sustitución entre otros, repercuten inmediatamente en la situación financiera de las organizaciones y en los estados financieros, convirtiéndose en razones suficientes para realizar evaluaciones de la evolución financiera a largo plazo en las compañías.

En este sentido, se contemplarán dos análisis:



Figura 4. Tipos de análisis  
Fuente: propia

Entra entonces a jugar un papel importante el **auditor**, quien teniendo en cuenta la situación interna y externa de la organización respecto de las decisiones tomadas y por tomar, se concentrará en observar un equilibrio adecuado entre los objetivos que se plantea la organización, las estrategias que se van a seguir y las diversas fuentes de financiación necesarias para el desarrollo de las actividades empresariales, haciendo relevante que al interior de las empresas se cuente con personal idóneo encargado de dominar todas aquellas técnicas financieras que sirven para realizar análisis de inversión.

  
**Auditor**  
Es un persona capacitada y encargada de revisar cuidadosamente la veracidad de los procesos, información y actividades al interior de las organizaciones.

Las técnicas consisten en realizar actualizaciones constantes de la información encontrada en los flujos, los cuales permiten a la empresa en determinada fecha calcular los valores de un conjunto de fondos que podría usar la empresa a futuro.

## La matemática financiera y la toma de decisiones en los proyectos

Es preciso abordar la relación de la matemática financiera con los proyectos revisando las diversas definiciones que existen del término proyectos. Algunas de ellas son:

- Un proyecto podría ser concebido como el conjunto de todas aquellas actividades que son ejecutadas por el ser humano o por una organización vinculadas al logro de los objetivos propuestos.
- Proyecto puede ser también entendido como una la materialización de una idea, la cual debe pasar por un proceso planificado en el cual se ejecutarán múltiples acciones con el objetivo de conseguir una meta.

En términos generales, un proyecto indica que se realiza una búsqueda de una solución acertada a un problema o una necesidad que se presente, ahora si se habla de un proyecto de inversión, en las organizaciones se concibe como un plan, el cual debe tener ciertos montos de dinero asignados y diversos insumos para ponerlo en marcha y, de esta manera, lograr producir un bien o un servicio el cual será entregado a la sociedad beneficiando a esta y a la organización.



Figura 5. Toma de decisiones  
Fuente: Shutterstock/587916281

Ciertos términos deben ser tenidos en cuenta cuando se habla de proyectos y la directa relación con el análisis que realiza la matemática financiera, entonces a continuación, se procede a abordarlos:

- a. Inversiones: cuando se habla de inversión, se está haciendo referencia a la asignación de dineros o de recursos, dichos recursos son utilizados posteriormente por cada una de las unidades o áreas de las organizaciones con el ánimo de cumplir los objetivos de la compañía. Es indispensable analizar las inversiones antes de tomar cualquier decisión ya que, sin una previa evaluación, los resultados podrán ser nefastos para la empresa, el impacto de una mala inversión genera consecuencias negativas a nivel general en las estrategias de la organización y pone en riesgo la estabilidad financiera de la misma.

Existen diversos tipos de inversión, de acuerdo con la función se pueden clasificar en:

- Inversiones estratégicas: este tipo de inversión impacta de manera directa la naturaleza de la empresa. Dentro de los ejemplos que se pueden relacionar son las inversiones para diversificar aquellas que se relacionan con la cobertura de mercados y, también se pueden destacar las que tiene que ver con adquisición de nuevos aparatos o herramientas tecnológicas.
- Inversiones de expansión: dado que constantemente el mercado se encuentra cambiando y por ende en algunos momentos la demanda se incrementa, este tipo de inversión busca satisfacer dicha demanda creciente de los productos o servicios de la empresa.

- Inversión de modernización: en este tipo de inversiones se entienden todas aquellas que se realizan en pro de mejorar la eficiencia de la empresa, teniendo en cuenta tanto la fase productiva como la fase de comercialización de productos o servicios que se ofrecen.
- Inversión de renovación: cada cierto tiempo las empresas se ven en la necesidad de cambiar los equipos tecnológicos, debido a que estos pueden ser obsoletos o porque ya no tienen la capacidad suficiente para producir, renovar instalaciones o movimientos a espacios más amplios debido al crecimiento de las ventas e incremento de la demanda, es entonces cuando se hace necesario tomar la decisión de realizar este tipo de inversiones.

Dado lo anterior, y teniendo en cuenta que si las inversiones mencionadas desarrollan un tipo de dependencia o interdependencia económica puede surgir una nueva clasificación de la cual consiste en:

- Mutuamente excluyentes: si debido a su naturaleza, la empresa solo puede llevar a cabo un tipo de inversión de las mencionadas anteriormente, serán inversiones excluyentes, pues podrían ir en contra de las políticas de la empresa. Cabe resaltar que al ser mutuamente excluyentes se da a que pueden estar destinadas a atacar un mismo problema y seleccionar la mejor opción.
- Inversiones de índole independiente: este tipo de inversión no tienen nada en común, es decir, no hay una relación de tipo económico entre ellas, entonces si se decide ejecutar alguna de ellas no interfiere en la selección

de otra alternativa. La decisión en este punto dependerá de los recursos económicos con los que cuente la compañía para llegar a ejecutar más de una inversión.

- Se encuentran todas aquellas inversiones que son complementarias, ya que tienen un nivel alto de dependencia económica, al llevar a cabo dos inversiones complementarias el resultado no solo sería el deseado, sino que además los esfuerzos se darán en **sinergia**.

Una última división o clasificación de las inversiones está dada, teniendo en cuenta si es para el sector público o para el sector privado.

Respecto a la primera, este tipo de inversión es llevado a cabo por empresas que pertenecen al sector del gobierno y el presupuesto destinado para invertir es público, este tipo de inversiones se dirigen principalmente a subsanar temas de salud, vivienda, educación, transporte público, entre otros, los cuales deben ser desarrollados buscando mejorar la calidad de vida de las personas.

Las inversiones del sector privado, son pensadas y ejecutadas por personas naturales que no pertenecen al gobierno y cuyo presupuesto es privado, normalmente se da este tipo de inversiones para incrementar el beneficio de la organización, logrando aumentar el patrimonio de los accionistas.



### Sinergia

Trabajar en sinergia significa que se unen muchos esfuerzos en busca de conseguir objetivos comunes.

Continuando con los términos relacionados con los proyectos y dado que la rentabilidad y liquidez se convierten en la problemática principal cuando se realiza análisis de los proyectos de inversión, al no tener claridad respecto al concepto de liquidez, se puede decir que la empresa irá inevitablemente a una situación de incertidumbre y por ende fracaso. Es importante retomar el significado de los dos términos mencionados anteriormente.

- b. Se entiende por liquidez la capacidad que tienen tanto empresas como las personas de pagar las obligaciones en un lapso corto de tiempo, en otras palabras, es entendida como la capacidad que se tiene para tener dinero disponible en poco tiempo. Para medir la liquidez se utiliza un indicador conocido como ratio de liquidez, el cual una vez aplicado permite realizar el cálculo de la capacidad de la empresa para responder por las obligaciones y de paso determinar la solvencia. Es necesario que las organizaciones tengan un control adecuado de la liquidez de la empresa este se puede hacer con la ayuda de las fórmulas que el análisis financiero posee.
- c. La rentabilidad es concebida como la medición que determina la eficiencia con la que las organizaciones hacen uso de los recursos financieros, es decir, hacer mucho más sin desperdiciar los recursos. Un ejemplo de rentabilidad podría ser un negocio que genera mayores ingresos que egresos, desde la perspectiva del cliente, si este genera mayores compras que gastos; un departamento o área de una empresa es rentable si genera mayores ingresos que costos.

Se puede concluir entonces que la decisión final de llevar a cabo un proyecto o no, tiene una relación directa con la rentabilidad que se espera del mismo, en ella también se debe tener en cuenta la capacidad con la que se cuente para financiar el proyecto.

Para continuar con el desarrollo del presente espacio académico, se procede a abordar la relación entre la matemática financiera y el proceso de toma de decisiones, entendiéndose la toma de decisiones como la selección que hacen los analistas respecto a un curso de acción cuando tienen múltiples opciones o alternativas, se traduce entonces dicho proceso de toma de decisiones en una actividad cotidiana para las compañías ya que en el entorno empresarial se presentan frecuentes y diversos problemas, los cuales ameritan soluciones, algunas veces de manera rápida y buscando que estas sean efectivas y acertadas.

Existen diversas etapas para analizar al momento de tomar decisiones de inversiones, las cuales se deben llevar a cabo en la aplicación de las matemáticas financieras, veamos:



Figura 6.  
Fuente: propia

Así, surge la necesidad al interior de las empresas de realizar un proceso sistemático encaminado a dar soluciones a las diversas dificultades como:

1. Deben las empresas o las áreas al interior de la misma, definir con claridad la situación o el problema que se está presentando, realizar una formulación precisa y definir lo que se pretende obtener como resultado a la solución del problema. Es importante dar el tiempo necesario al análisis de la situación ya que se podrían solucionar problemas que no tienen nada con la dificultad propuesta.
2. Posteriormente, se debe realizar un análisis discriminando todos los causantes del mismo, en este punto también es aconsejable revisar las decisiones tomadas con antelación ya que se podrá identificar lo que salió mal.
3. Acto seguido, se procede a establecer las posibles alternativas para dar solución al problema identificado, es indispensable que en esta generación de alternativas participen las personas que conocen más del proceso o problemática analizada.
4. Una vez postuladas las posibles alternativas para dar solución se realiza una evaluación de aquellas seleccionadas, esta evaluación servirá para determinar cuál de todas aquellas postulaciones genera mayor rentabilidad, cuál de estas se encuentra mejor alineada con la misión, visión y objetivos y cuál de estas representará la mejor oportunidad para la compañía.
5. Al estar definida la mejor alternativa a seguir, es relevante comunicar de manera inmediata a todas las personas que hacen parte de la empresa, esto es necesario con el fin que todos tengan claridad de lo que se pretende lograr.
6. Finalmente, debe comenzar el proceso de implementación de las alternativas, seleccionado tiempos, recursos (ya sean humanos o monetarios), financieros, entre otros. Es evidente que se debe realizar el planteamiento de un plan estratégico el cual permitirá ejecutar de manera precisa la decisión tomada.
7. Una vez estas alternativas son ejecutadas y pasando un tiempo prudencial, se deben evaluar los resultados de la decisión, por medio de un análisis de resultados, esto permite optimizar los efectos, una síntesis de lo expuesto lo podemos observar en la figura.



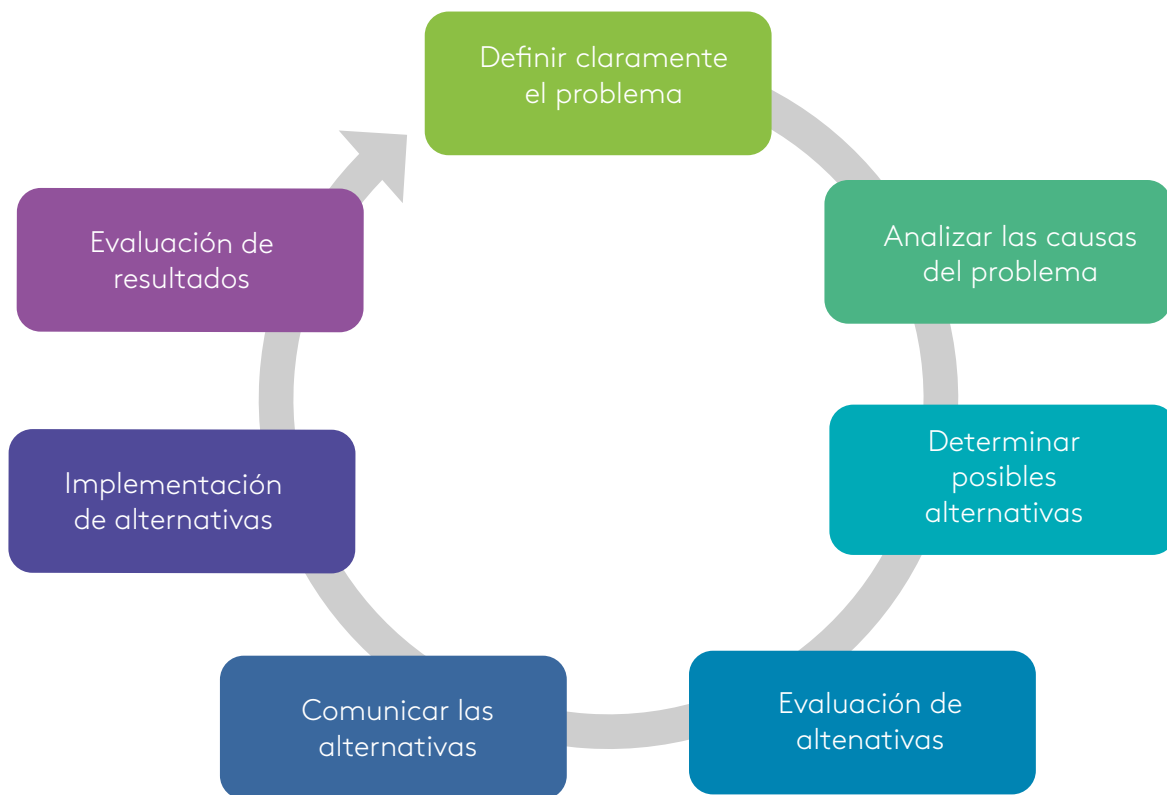


Figura 7. Proceso sistemático para la toma de decisiones  
Fuente: propia



## Instrucción

Finalmente, y como complemento de los conceptos abordados en el eje 1, es importante revisar y contextualizar respecto a los gradientes geométricos y las amortizaciones de bonos, para ello desarrolla la actividad: memonota.

Respecto a los gradientes, estas son operaciones de tipo financiero, en las cuales los actores que intervienen pactan desde un comienzo cubrir las obligaciones con unos pagos que serán periódicos y de tendencia creciente o decreciente, de igual forma se

deben establecer ciertas condiciones que se deberán cumplir:

- Los pagos que se pacten deberán hacerse en intervalos de tiempo iguales.
- De acuerdo con el número de pagos pactados, se deberá aplicar a cada uno de ellos la misma tasa de interés, algunas veces estos pagos también pueden ser encontrados como rentas.
- Los periodos y los pagos son pactados de igual manera.

**Gradiente aritmético:** este tipo de gradiente, tiene una ley de formación la cual afirma que cada uno de los pagos que se realizan deberá ser igual al pago inmediata-

mente anterior, agregando una constante, esta constante puede llegar a ser positiva, de ser así, las cuotas serían crecientes, sin embargo, si la constante es negativa se generarán cuotas de tendencia decreciente, si se da el caso de que la constante llegase a ser 0, los pagos tendrán una tendencia uniforme y esta se entenderá como una anualidad, tema desarrollado en el eje 1.

El comportamiento quedará de la siguiente manera:

$A_1$  = corresponde al primer pago.

$A_2 = A_1 + K$  corresponde al segundo pago.

**Gradiente geométrico:** en este tipo de gradiente, se puede identificar una ley de

formación que afirma que cada uno de los pagos es igual al inmediatamente anterior, y a su vez este se multiplicará por una constante  $(1 + G)$ , existen tres posibles escenarios para el presente gradiente: si  $G$  es positivo el comportamiento del gradiente será creciente, si  $G$  es negativo, las cuotas o comportamiento del gradiente será decreciente, y si  $G$  es igual a 0 entonces el gradiente se comportará como una anualidad con cuotas uniformes (Morales, 2012).

El comportamiento del gradiente geométrico quedará de la siguiente manera y representados en la figura:

$A_1$  = primer pago.

$A_2 = A_1 (1 + G)$  segundo pago.



Figura 8. Característica de los gradientes  
Fuente: propia

La relación con la matemática financiera y ciertos conceptos como los gradientes, se finalizará el presente eje con el concepto de bonos, ya que estos hacen referencia al símbolo de una deuda, la cual es contraída tanto por el gobierno, como por una empresa. En los bonos, se deben hacer pagos de intereses a tasas de carácter fija, variable o reajutable, estas deben ser concertadas una vez se hace la emisión de los valores. Por otro lado, es importante tener presente que los bonos tienen posibilidades de riesgo de incumplimiento y se debe estar preparados para afrontar esta situación. Los elementos característicos de los bonos son los que se mencionan a continuación.

- Precio: este precio hace alusión al precio del bono en el mercado y estos se ven influenciados por el valor de los pagos en el mercado.
- El plazo en los bonos: cuando son emitidos, se da el concepto de vida útil la cual debe estar bien definida junto con una fecha de vencimiento final.
- Valor del vencimiento: este valor del vencimiento en los bonos es el valor conocido como el principal, es un valor que se repaga a quien posee el bono por el emisor del mismo.
- Riesgo: es indispensable que quienes adquieran bonos, establezcan el nivel de riesgo apropiado, sin embargo, es importante tener presente que el principal riesgo para el inversor es que no pueda pagar el mismo incurriendo en moras.
- Garantías: estas deben estar establecidas por los prestatarios, a su vez

estas dependen del nivel de ingresos de cada una de las empresas o de los gobiernos que deberán demostrar solvencia para pagarlas.



## Instrucción

Para reforzar los conceptos estudiados, le invito a revisar el recurso de aprendizaje: nube de palabras en los recursos interactivos del eje.

Los anteriores elementos de los gradientes, son necesarios para entender el proceso de emisión. Adicionalmente, tanto gradiente, diversos análisis, inversiones y problemas con las diversas operaciones de carácter financiero son relevantes no solo para las organizaciones, sino para las personas que están en la búsqueda de respuestas a los posibles interrogantes de carácter financiero.

En conclusión, una vez revisada la trazabilidad de la historia de la matemática financiera y analizados los conceptos generales tanto en el eje 1 como en el presente eje, se puede identificar que las herramientas y análisis de las MF son relevantes en las organizaciones, como en las personas ya que permiten toma de decisiones efectivas. Esto dará como resultado, asertividad en las decisiones que se ejecuten, tanto en el comportamiento futuro de las empresas como en los resultados obtenidos de las diversas situaciones.

Banco de la República. (s. f.). *Los primeros billetes*. Recuperado de <http://www.banrep.gov.co/es/contenidos/page/primeros-billetes>

Revista Dinero. (2016). ¿Cómo un inversionista le daría el sí a su proyecto emprendedor? *Revista Dinero*. Recuperado de <http://www.dinero.com/emprendimiento/articulo/como-un-inversionista-le-daria-el-si-a-su-proyecto-emprendedor/222554>

Monroy, M. (s.f.). *Finanzas personales*. Recuperado de <http://www.finanzaspersonales.co/columnistas/articulo/por-que-importantes-matematicas-financieras/55464>

Morales, C. (2012). *Matemáticas financieras*. Recuperado de [https://matfinadm.files.wordpress.com/2011/08/matematicas-financieras\\_3.pdf](https://matfinadm.files.wordpress.com/2011/08/matematicas-financieras_3.pdf)

Oro y finanzas. (2015). *Origen del sistema monetario internacional de Bretton Woods y su base en el oro*. Recuperado de <https://www.oroymasfinanzas.com/2015/09/origen-sistema-monetario-internacional-bretton-woods-base-oro/>

# MATEMÁTICA FINANCIERAS

Mariluz Rubio

## EJE 3

Pongamos en práctica



En este eje se propone la pregunta, ¿De qué forma los futuros profesionales aplicarán las herramientas necesarias para identificar, analizar y evaluar los resultados obtenidos con relación a los resultados esperados?, dado que la intencionalidad del presente eje se relaciona con la praxiología, entendiendo esta como el proceso que se ejecuta de la teoría y conceptos ya abordados en el primer espacio académico, a la práctica, para aplicar los temas es relevante desarrollar una serie de ejercicios prácticos aplicados a la vida cotidiana y no solo en las organizaciones a nivel mundial, sino también en el contexto diario del ser humano. En resumen, en este eje se llevará a cabo la aplicación de las teorías, conceptos y reflexiones estudiadas, para que de esta forma el estudiante plasme estos conocimientos de manera práctica en contextos reales.

Así, los estudiantes aplican un procedimiento paso por paso para poder plantear soluciones a diferentes problemáticas que se presenten en el contexto financiero, de tal forma que se refuerce la praxiología como concepto. Al aplicar estos procedimientos, el estudiante entenderá de manera más clara y precisa los diferentes retos y estará en capacidad de tomar decisiones que afectarán a las compañías.

Continuando con la intencionalidad praxiológica, se reforzarán los conceptos, métodos y herramientas existentes, para darle sentido al diseño y puesta en marcha del planteamiento de problemas y la toma de decisiones empresariales.

Contextualización



Dado que la matemática financiera cobra gran importancia no solo para empresas sino también para las personas ya que se fundamenta en el análisis y desarrollo de los problemas financieros y, teniendo en cuenta planteamientos de la matemática general entre los que se pueden referenciar la temática algebraica, es necesario analizar el siguiente ejercicio, realizando el planteamiento y dibujando una gráfica para el deudor que en este caso es el señor Daniel:

El señor Daniel solicita un crédito a una entidad bancaria por valor de \$ 5.000.000, la entidad decide aprobar el crédito y concede un plazo para que el señor Daniel realice los pagos de un año, determine el valor futuro que debe cancelar el señor Daniel teniendo en cuenta que el cobro de la tasa de interés es del 10 %. En la siguiente gráfica se aprecia cómo se visualizará el préstamo desde el punto de vista del deudor.

El planteamiento quedará de la siguiente forma:

$$P = \$ 5.000.000$$

$$n = 12 \text{ meses}$$

$$i = 10\%$$

$$VF = ?$$

Y gráficamente tendríamos

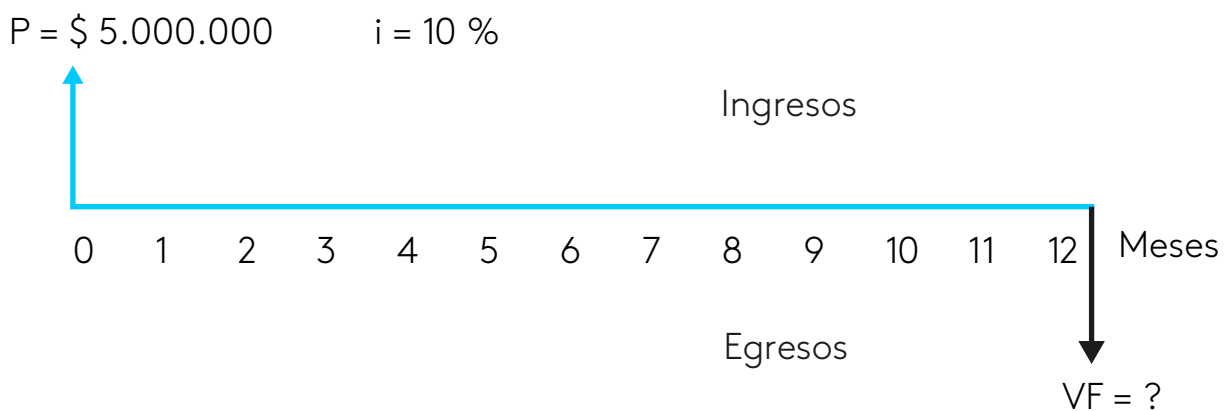


Figura 1. Ejemplo de deudor  
Fuente: propia





## Instrucción

Para aprender más sobre cultura financiera le invito a desarrollar la actividad de aprendizaje: videopregunta.

## Interés simple e interés compuesto llevados a la práctica

En este apartado es necesario retomar los temas desarrollados en el eje uno, para de esta forma desarrollar el proceso de análisis y llevar a la práctica el conocimiento previamente adquirido, comencemos entonces con el interés simple e interés compuesto.

### Interés simple

Teniendo en cuenta que el interés simple es definido como el tipo de interés que no deja realizar capitalización o reinvertir los intereses generados en la operación, a continuación, se desarrollarán problemas aplicados a este tipo de interés.



## Instrucción

Revisar el recurso de aprendizaje: organizador gráfico 1, para identificar los pasos necesarios para resolver los ejercicios de la matemática financiera.

## Cálculo del interés (I)

Retomemos la fórmula  $I=Pin$  para dar solución al siguiente cuestionamiento:

Andrés recibe un préstamo de una entidad financiera por valor de \$ 100.000 que deberá pagar en un término de 5 años. La entidad cobra una tasa de interés del 10 % por el dinero prestado ¿Cuánto es el interés simple que paga Andrés al finalizar los 5 años?

Se deben plasmar los datos de la siguiente manera:

$$P = \$ 100.000$$

$$n = 5 \text{ años}$$

$$i = 10 \%$$

$$I = ?$$

Para comprender el problema, se procede a realizar la figura, la cual queda de la siguiente manera:

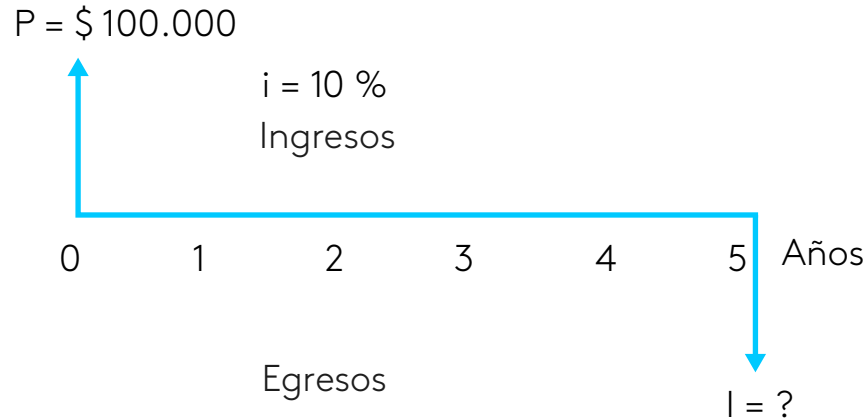


Figura 2. Gráfica de deudor  
Fuente: propia

Solución: después de haber realizado la aplicación de la fórmula, se obtiene la respuesta del problema de la siguiente manera:

$$I = Pin$$

$$I = \$ 1000.000 * 0.10 * 5$$

$$I = \$ 50.000$$

Podemos afirmar que cada período o cada año Andrés debe pagar un interés de \$10.000, los cuales al ser acumulados durante 5 años producirán un interés de \$ 50.000. En otras palabras, Andrés debe pagar al cabo de los 5 años los \$ 100.000 que solicitó prestados más los \$ 50.000 que resultaron del cálculo de los intereses.



## Lectura recomendada

Se sugiere al estudiante realizar la lectura y el desarrollo de los ejercicios de Interés simple que encuentra en las páginas 31 a 36 del libro:

*Curso de matemática financiera: teoría y práctica*

Jorge Fornasari y Gustavo Berbery

## Cálculo del valor final o (F)

Dada la importancia de saber desde el punto de vista de un inversionista, cuánto dinero recibirá por invertir el dinero o desde el punto de vista del deudor cuánto deberá pagar al finalizar un crédito, se procede entonces a utilizar la fórmula básica del interés simple.

$$F=P(1+in)$$

El señor Rubio solicitó al Banco Imperio un préstamo por \$1.500.000, para ser cancelados en el término de un semestre. La tasa que cobra el banco es de 2 % mensual simple ¿Cuál es el monto que debe pagar el señor Rubio al finalizar el semestre? La figura para este problema queda de la siguiente manera:

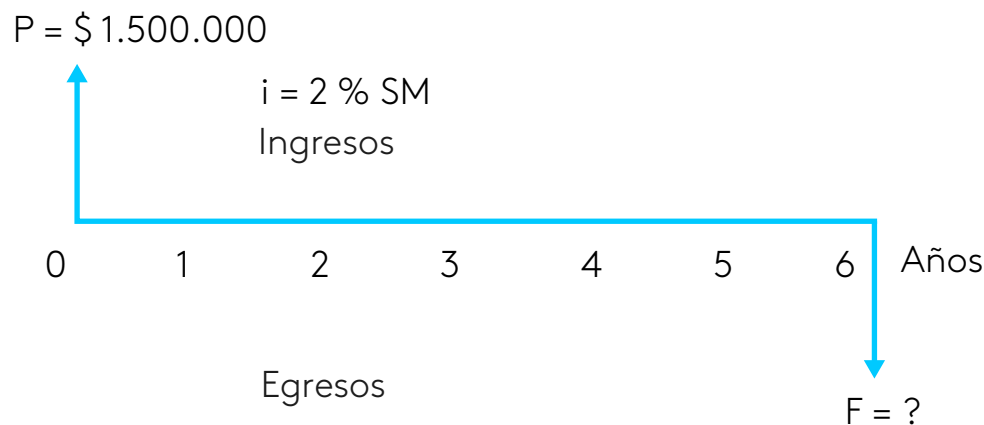


Figura 3. Deudor - determinar valor final  
Fuente: propia

Una vez realizada la gráfica, se procede a plasmar el planteamiento del problema, el cual queda de la siguiente manera:

$$P = \$ 1.500.000$$

$$i = 2 \% \text{ (simple mensual)}$$

$$n = 1 \text{ semestre (6 meses)}$$

$$F = ?$$

Solución: después de aplicar la fórmula, se obtiene lo siguiente.

$$F = P(1+in)$$

$$F = 1.500.000 (1 + 0,02 \times 6)$$

$$F = 1.500.000 (1+0.12)$$

$$F = 1.500.000 (1.12)$$

$$F = 1.680.000$$

Lo anterior indica que el señor Rubio debe pagar al cabo de los 6 meses la suma de \$1.680.000 pesos por el uso del dinero a una tasa de interés del 2 % simple mensual.

### **Cálculo del valor presente (P)**

En algunas oportunidades es necesario identificar el monto de dinero a invertir para ganar cierta cantidad de dinero, a continuación, se procede a solucionar un ejercicio de valor presente.

La señora Santana desea saber cuál es el valor que ella debe depositar en el banco el día de hoy, para que al finalizar 60 meses pueda retirar la suma de \$ 50.000.000. Dicha entidad paga a los ahorradores el 32 % de interés simple anual, la figura se presenta de la siguiente manera:

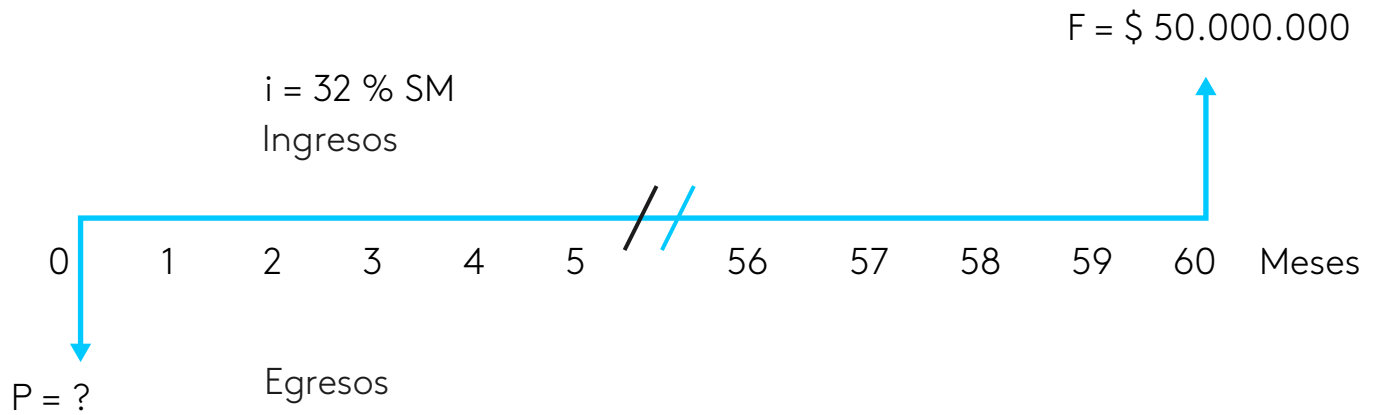


Figura 4. Ahorrador - valor inicial  
Fuente: propia

Después de plasmar el problema en una gráfica, se realiza el siguiente planteamiento.

$$F = \$ 50.000.000$$

$$n = 60 \text{ meses (5 años)}$$

$$i = 32 \% \text{ anual simple}$$

$$P = ?$$

Utilizamos la fórmula  $F=P(1+in)$  Puesto que se necesita hallar el valor inicial o  $P$ , entonces se despeja  $P$  de la siguiente fórmula:

$$P = \frac{F}{(1 + in)}$$

$$P = \frac{50.000.000}{(1 + 0.32 * 5)}$$

$$P = \frac{50.000.000}{2,60}$$

$$P = \$ 19.230.769,23$$

La interpretación al problema propuesto se comprende de la siguiente forma:

La señora Santana para poder retirar pasados 60 meses la suma de \$ 50.000.000 a una tasa del 32 % anual simple debe consignar el día de hoy la suma de \$19.230.769,2308.

### Cálculo de la periodicidad (n) o tiempo

Existen problemas a los cuales se les debe determinar la periodicidad en función de días, meses, años o en otras unidades de tiempo, razón por la cual se procede de la siguiente manera:

¿Cuánto tiempo debe dejar la señora Santana invertida en una entidad financiera una cantidad de dinero igual a \$ 20.000.000 para que pueda retirar la suma de \$ 74.500.000 teniendo en cuenta que la tasa que cobra es del 3 % simple bimestral?, se diagrama de la siguiente manera:

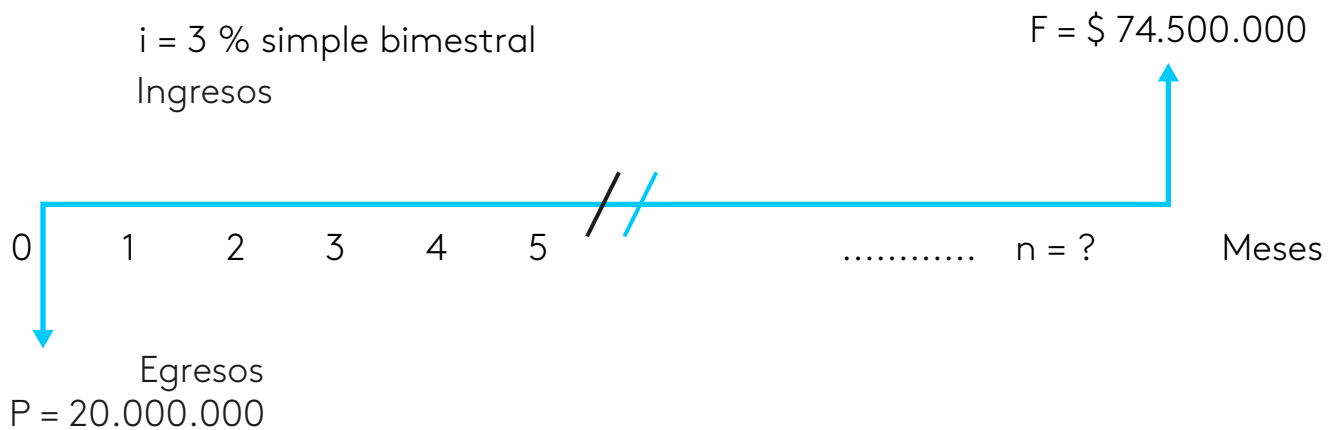


Figura 5. Deudor - determinar el tiempo  
Fuente: propia

El planteamiento corresponde a:

$$F = 74.500.000$$

$$P = 20.000.000$$

$$i = 3\% \text{ simple bimestral}$$

$$n = ?$$

Despejando de la fórmula básica  $F = P(1 + in)$ , la variable  $n$ , el planteamiento queda de la siguiente manera:

$$n = \frac{\frac{F}{P} - 1}{i}$$

$$n = \frac{\frac{74.500.000}{20.000.000} - 1}{0,03}$$

$$n = \frac{3,725 - 1}{0,03}$$

$$n = 90.83 \text{ aproximado } 91 \text{ bimestres}$$

Este resultado se da en una unidad de tiempo bimestral debido a que la tasa de interés fue incorporada en bimestres.

La interpretación queda de la siguiente manera: la señora Santana debe dejar invertida la suma de \$ 20.000.000 durante un periodo de 91 bimestres para al cabo de este tiempo pueda retirar \$ 74.500.000 a una tasa del 3 % bimestral.

### Cálculo de la tasa de interés (i)

Finalmente, es importante determinar la tasa de interés en problemas de matemática financiera, ya que teniendo en cuenta esta variable se pueden tomar diversas decisiones.

Para poder hallar la tasa de interés se sugiere revisar el siguiente ejercicio.

¿Cuál será la rentabilidad simple mensual que podrá obtener el señor Sepúlveda, si invierte hoy un en una entidad financiera la suma de \$ 1.000.000 y culminados 3 años para poder retirar \$ 2.000.000? La figura se presenta de la siguiente manera:

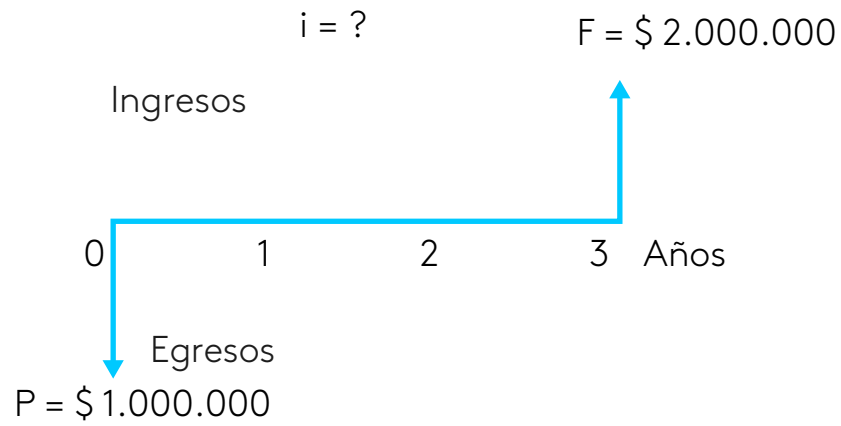


Figura 6. Deudor - determinar tasa de interés  
Fuente: propia

El planteamiento del problema queda de la siguiente manera:

$$F = \$ 2.000.000$$

$$P = \$ 1.000.000$$

$$i = ?$$

$$n = 3 \text{ años (36 meses)}$$



Utilizando la fórmula que se ha venido utilizando  $F = P(1 + in)$ , se despeja  $i$  para obtener la siguiente solución:

$$i = \frac{\frac{F}{P} - 1}{n}$$

$$i = \frac{\frac{2.000.000}{1.000.000} - 1}{36}$$

$$i = \frac{2 - 1}{36}$$

$$i = 0.027 * 100$$

$$i = 2,77 \% SM$$

Como la tasa de interés se vinculó al ejercicio en unidades mensuales de tiempo, el resultado obtenido corresponde con una tasa de interés mensual.

La interpretación del ejercicio es que la rentabilidad pagada por la entidad financiera al señor Sepúlveda es del 2,77 % SM por dejar invertida la suma de \$ 1.000.000 de pesos en un periodo de tiempo de 3 años.



### Instrucción

Observe atentamente en la infografía que encuentra en los recursos del eje, las características del interés simple.

## Interés compuesto

Respecto al interés compuesto, este puede definirse como aquel interés que da la oportunidad de realizar capitalización de los intereses causados, en palabras más sencillas reinvertir los intereses.



### Lectura recomendada

Se invita al estudiante a realizar la lectura y el desarrollo de los ejercicios de interés compuesto que se encuentran en las páginas 37 a la 44 del libro

*Curso de matemática financiera: teoría y práctica*

Jorge Fornasari y Gustavo Berbery

Analicemos los siguientes problemas relacionados con el interés compuesto.

### Cálculo del valor final (F)

Aplicando la fórmula del interés compuesto la cual se utiliza para hallar F ahora aplicando la fórmula al problema quedará de la siguiente manera:

$$F = P(1 + i)^n$$

La señora Mariluz pide a una entidad financiera un dinero prestado por valor de \$2.000.000 los cuales serán pagados en un término de 6 meses, la tasa de interés que cobra la entidad es de 2 % mensual ¿Cuál es la cantidad de dinero que deberá pagar la señora Mariluz al finalizar la operación y quedar al día con el crédito?, se representa de esta forma:

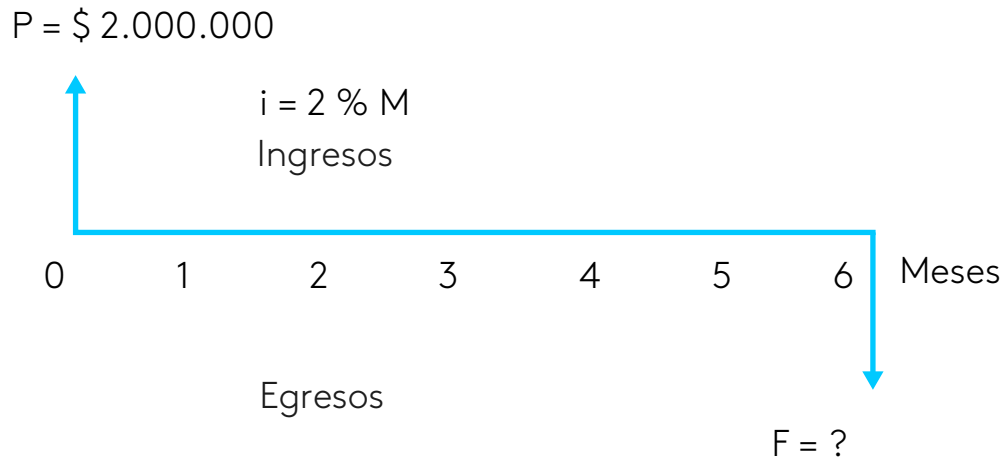


Figura 7. Deudor- cálculo del valor final  
Fuente: propia

El planteamiento queda así:

$$P = \$ 2.000.000$$

$$n = 6 \text{ meses}$$

$$i = 2 \% \text{ mensual}$$

$$F = ?$$

La solución aplicando la fórmula y reemplazando los valores será:

$$F = P(1 + i)^n$$

$$F = 2.000.000(1 + 0,02)^6$$

$$F = 2.000.000(1,02)^6$$

$$F = 2.000.000(1,1262)$$

$$F = 2.252.400$$

La interpretación queda de la siguiente manera: la señora Mariluz debe cancelar en el mes 6, la suma de \$ 2.252.400 pesos por un crédito inicial de \$ 2.000.000 a una tasa de interés del 2 % mensual.

### Cálculo del valor presente (P)

Retomando la fórmula anterior, despejamos P para identificar el valor presente o la inversión inicial, se sugiere revisar el siguiente ejemplo:

El señor Javier desea saber ¿Cuál es el valor a consignar el día de hoy en el Banco Imperio para que él pueda disponer de la suma de \$ 50.000.000 al finalizar 6 años, y teniendo conocimiento del cobro de la tasa de interés del 32 % anual?, la figura queda así:

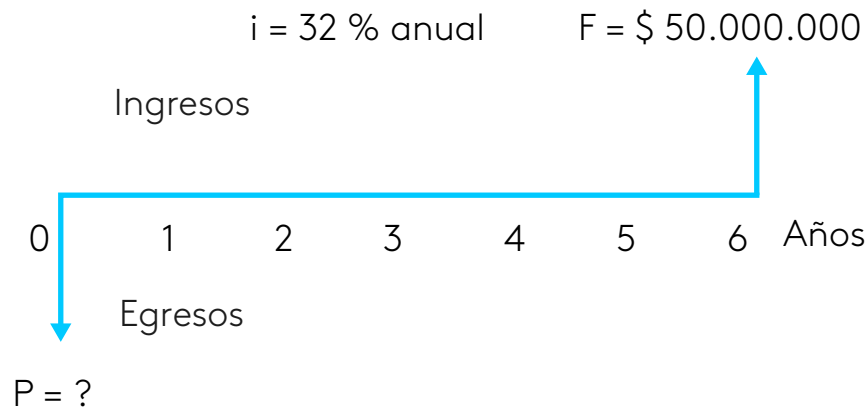


Figura 8. Ahorrador - determinar el valor presente  
Fuente: propia

El planteamiento es el siguiente:

$$F = \$ 50.000.000$$

$$n = 6 \text{ años}$$

$$i = 32 \% \text{ mensual}$$

$$P = ?$$

Se procede a despejar P y a reemplazar en la ecuación con los valores expuestos por el problema.

$$F = P(1 + i)^n$$

$$P = F(1 + i)^{-n}$$

$$P = 50.000.000(1 + 0,32)^{-6}$$

$$P = 50.000.000(0,1890)$$

$$P = 9.452.058,8532$$

La interpretación será que el señor Javier deberá depositar en el Banco Imperio la suma de \$ 9.452.058,8532 para que transcurridos 6 años le sea regresado la suma de \$50.000.000.

### Cálculo del tiempo (n) o de los períodos

Es importante adicionalmente identificar el número de periodos o el tiempo que se deja invertido un dinero o se pide prestado, para esto se despeja n de la fórmula del interés compuesto y se obtiene:

$$F = P(1 + i)^n$$

$$n = \frac{\text{Log } \frac{F}{P}}{\text{Log } (1 + i)}$$

La anterior fórmula se aplicará al siguiente problema, ¿Cuánto tiempo se deben dejar \$25.000.000 millones de pesos invertidos para que la señora Luz Mary pueda retirar \$74.500.000 en el Banco Imperio en una entidad que reconoce el 3 % bimestral?, la figura queda de la siguiente manera:

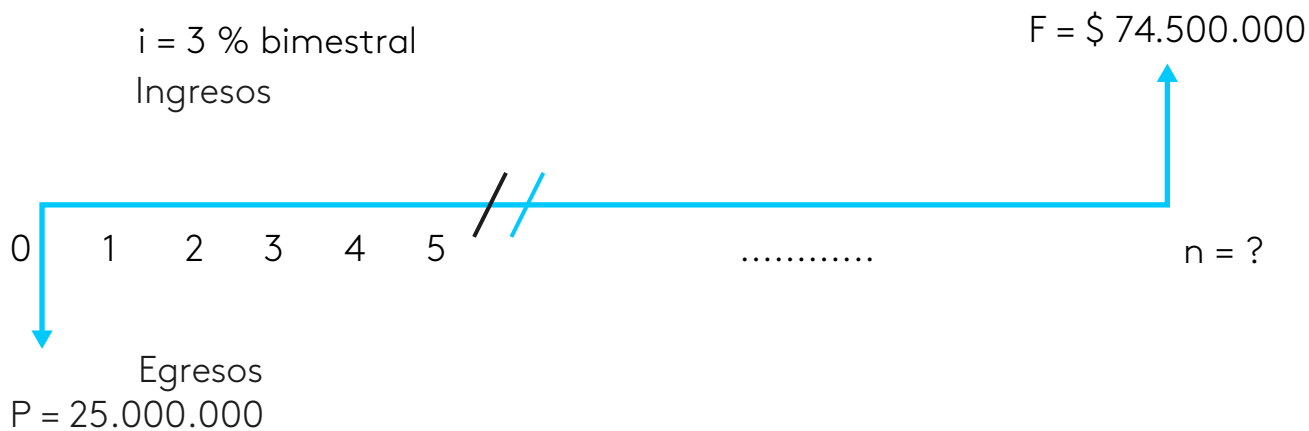


Figura 9. Deudor - determinar el tiempo  
Fuente: propia

El planteamiento pertinente es:

$$F = \$ 74.500.000$$

$$P = \$ 25.000.000$$

$$i = 3\% \text{ bimestral}$$

$$n = ?$$

$$n = \frac{\text{Log } \frac{F}{P}}{\text{Log } (1 + i)}$$

Se reemplazan las cifras en la fórmula quedando así.

$$n = \frac{\text{Log } \frac{74.500.000}{25.000.000}}{\text{Log } (1 + 0,03)}$$

$$n = \frac{\text{Log } 2,98}{\text{Log } 1,03}$$

$$n = 36,9407 \text{ bimestres}$$

La respuesta da en bimestres debido a que la tasa se incorporó en esta unidad de tiempo. La interpretación será que la señora Luz Mary debe dejar \$ 25.000.000 en la entidad por un tiempo de 36.9407 bimestres a una tasa de 3 % bimestral para de esta forma poder retirar \$ 74.500.000.

### Cálculo de la tasa de interés (i)

Finalmente, el interés compuesto al igual que el interés simple, permite despejar de la fórmula general la tasa de interés, la cual se entenderá mejor dando solución al siguiente problema:

¿Cuál es la rentabilidad mensual que el señor Rubio podrá obtener, si invierte hoy \$ 1.500.000 a un banco para que al cabo de 3 años pueda retirar \$ 2.000.000? Se presenta de esta manera:

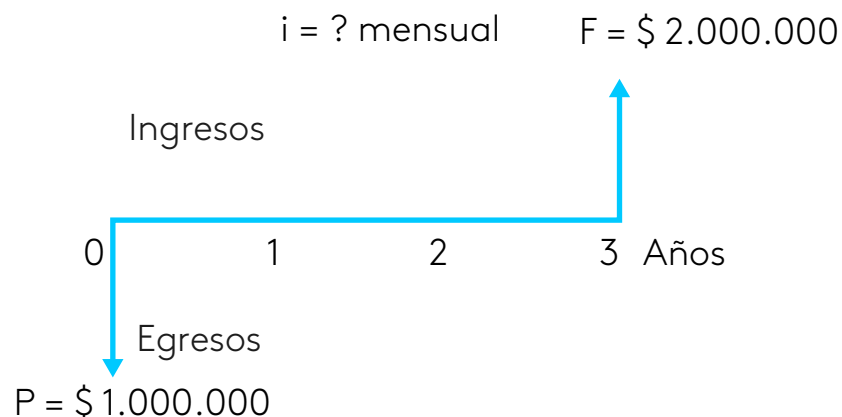


Figura 10. Determinar la tasa de interés  
Fuente: propia

El planteamiento queda de la siguiente manera:

$$F = \$ 2.000.000$$

$$P = \$ 1.000.000$$

$$n = 3 \text{ años (36 meses)}$$

$$i = ?$$

Despejando (i) y reemplazando en la fórmula quedará:

$$i = \left[ \frac{F}{P} \right]^{1/n} - 1$$

$$i = \left[ \frac{2.000.000}{1.000.000} \right]^{1/36} - 1$$

$$i = [1,3333]^{0,02780} - 1$$

$$i = 0.008023183 * 100$$

$$i = 0.8023183 \% \text{ mensual}$$

La interpretación será que si el señor Rubio invierte \$ 1.500.000 a un plazo de 36 meses podrá retirar \$ 2.000.000 a una tasa del 0.8023183 % mensual.



### Instrucción

Para complementar este apartado, se invita al estudiante a realiza la actividad de aprendizaje: podcast con pregunta.



# Anualidad y amortización



## Anualidades

Como se estudió en el eje 1 en la parte de contextualización, las anualidades en operaciones de índole financiera, utilizando la matemática, se denominan como una serie de pagos los cuales se deben realizar para poner en ceros una deuda adquirida, a continuación, se desarrollan unos casos que el estudiante podrá analizar y de esta forma plasmar la teoría a la práctica, a continuación, un ejemplo de anualidad vencida.

La señora Mariluz tiene un préstamo por valor de \$ 1000 el cual deberá pagar en dos cuotas mensuales exactas a una tasa del 3 % mensual ¿Cuáles son esas dos cuotas iguales que deberá pagar la señora Mariluz?, se ejemplifica de la siguiente forma.

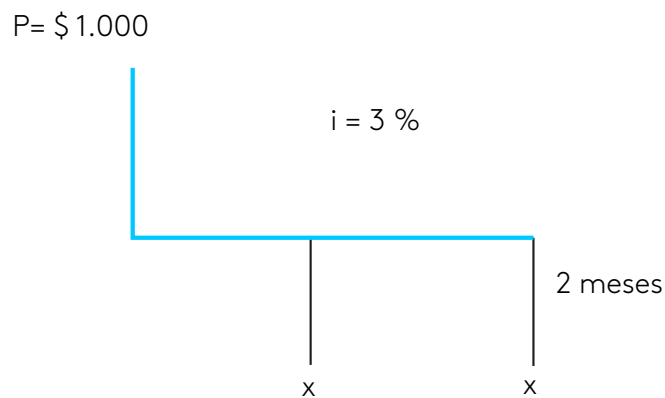


Figura 11. Ejemplo de anualidad  
Fuente: propia

La ecuación queda de la siguiente manera:

$$1000 = \frac{x}{(1 + 0,03)^1} + \frac{x}{(1 + 0,03)^2}$$

Se despeja y realizan los cálculos, la respuesta x es igual a 522.61, es decir que la señora Mariluz debe realizar dos pagos iguales de \$ 522.61 para cancelar el préstamo que realizó.

Ahora bien, si la anualidad que se desea calcular es durante un año se sugiere analizar el siguiente ejercicio:

Calcular el valor presente de una anualidad de periodicidad mensual por valor de \$ 500 durante un periodo de tiempo de 1 año cuya tasa de interés es de 5 % mensual.

La fórmula será igual:

$$P = 500 \frac{(1 + 0,05)^{12} - 1}{0,05 (1 + 0,05)^{12}}$$

$$P = \$4431,626$$

Ahora se desarrolla un ejemplo de anualidad anticipada:

Una persona realiza un depósito en la cuenta de ahorros por la suma de \$250 a comienzo de cada año y durante 8 años, al cabo de este tiempo cuánto tendrá la persona si el banco reconoce el 3 %.

Planteamiento:

$$R = 250$$

$$n = 8 \text{ años}$$

$$i = 3 \%$$

$$F = ?$$

Aplicando la fórmula:

$$F = R (1 + i) \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

$$F = 250 (1 + 0,03) \frac{(1 + 0,03)^8 - 1}{0,03}$$

$$F = 2.289,78$$

La interpretación queda de la siguiente manera: la persona al cabo de los 8 años, depositando \$ 250 al comienzo de cada año recibirá \$ 2.289,78 pesos con una tasa de rentabilidad ofrecida por el banco de 3 %.

## Amortización

Las amortizaciones son un proceso de tipo financiero en el cual se distribuyen cierto valor para ser pagadero en pagos iguales y teniendo en cuenta acuerdos con una entidad prestadora del dinero. A continuación, se desarrolla un ejercicio:

La señora Sandra solicita un crédito por un valor de \$ 1.000.000 el cual debe ser pagado en un año, el interés del banco es del 32.2 % anual. Realizar la tabla de amortización para el préstamo (Ossa, s. f.).

Planteamiento:  $P = \$ 1.000.000$

$n = 12 \text{ meses}$

$i = 32,25$  anual convertido a mensual, ya que los pagos son mensuales quedará la tasa 2.6 % mensual.

$$A = 1.000.000 \left[ \frac{0,026(1,026)^{12}}{1,026^{12} - 1} \right]$$

$A = \$ 98.078.34$ , este valor corresponde a los 12 pagos que se deben realizar.

La tabla de amortización quedará de la siguiente manera:

n	Pago	Intereses	Abono a capital	Saldo
0	0	0	0	1.000.000
1	98.078.34	26.000	72.078	927.922
2	98.078.34	24.125	73.952	853.970
3	98.078.34	22.203	75.875	778.075
4	98.078.34	20.230	77.848	700.247
5	98.078.34	18.206	79.872	620.375
6	98.078.34	16.130	81.948	538.427
7	98.078.34	13.999	84.079	454.348
8	98.078.34	11.813	86.265	368.083
9	98.078.34	9.570	88.508	279.575
10	98.078.34	7262	90.809	188.766
11	98.078.34	4.908	93.170	95.596
12	98.078.34	2485	95.596	0

Tabla 1. Amortización  
Fuente: Ossa, (s. f.)

## Evaluación de proyectos

La evaluación de proyectos es indispensable para poder hacer análisis y posteriormente tomar decisiones en la organización, es por esto que se hace indispensable revisar ejercicios aplicados con el valor presente neto y la tasa interna de retorno, temas vistos en el eje 1.

### Ejercicio VPN

Daniel compró un bus por valor de \$ 50.000.000 el cual le produce \$ 20.000.000 de utilidad durante cada año, por los próximos 5 años, al finalizar el periodo, Daniel vende el bus en \$ 10.000.000, y las TIO o Tasa de Interés de Oportunidad es de a) 22% y b) 25% ¿Qué decisión tomará Daniel? Se procede a establecer el flujo de caja para el anterior problema detallando así:

### Flujo de caja para Daniel

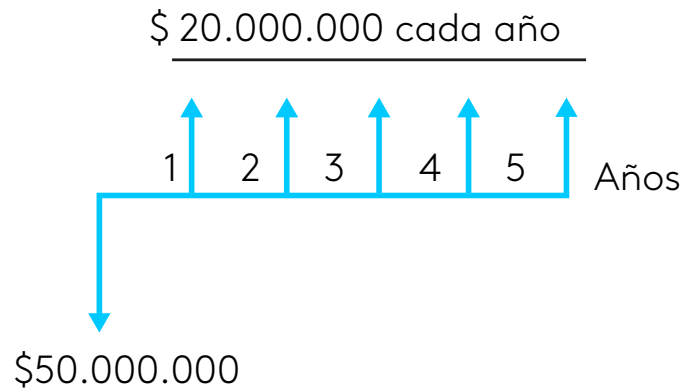


Figura 12. Valor presente neto  
Fuente: propia

Solución cuando  $i = 22\%$

$$VPN(0,22) = -50.000.000 + \left[ \frac{(1,22)^5 - 1}{0,22 (1,22)^5} \right] + \frac{10.000.000}{(1,22)^5}$$

$$VPN = 10.972.787,76$$

Solución cuando  $i = 25\%$

$$VPN(0,25) = -50.000.000 + \left[ \frac{(1,25)^5 - 1}{0,25 (1,25)^5} \right] + \frac{10.000.000}{(1,25)^5}$$

$$VPN = 7.062.400$$

Interpretación: para el señor Daniel es mejor la TIR del 22 %, ya que la rentabilidad será de \$10.972.787,79 vs la TIR del 25 %, con la cual la rentabilidad será menor \$7.062.400.

### Ejercicio TIR

Esta Tasa Interna de Retorno (TIR) se encarga de igualar a 0 el VPN tanto de ingresos como egresos en una propuesta de inversión.

Revisemos entonces el presente flujo de caja:

Año	Flujo de Caja
0	-20.000
1	-12.000
2	18.000
3	18.000
4	18.000
5	30.000

Tabla 2. Flujo de caja para la tasa interna de retorno  
Fuente: propia

El diagrama para el flujo de caja será:

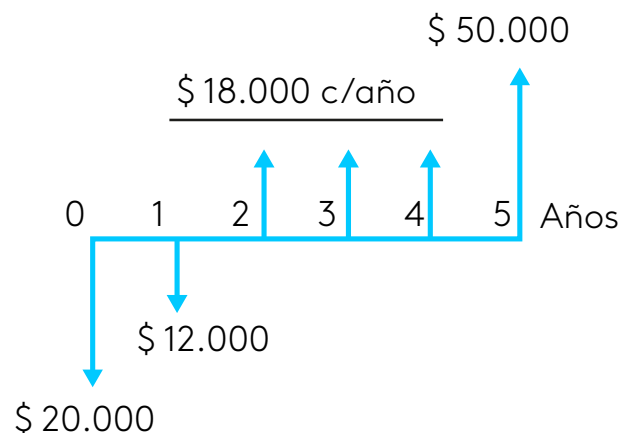


Figura 13. Diagrama de flujo de caja de la TIR  
Fuente: propia

Se toman tasas (i) aleatorias, para el ejercicio se tomará 30 % y 35 %, quedando planteado así:

$$VPN(0,30) = -20.000 - \left[ \frac{12.000}{1,30} \right] + 18.000 \left[ \frac{(1,30)^3 - 1}{0,30 (0,30)^3} \right] \frac{1}{1,30} + \frac{30.000}{(0,30)^3}$$

$$VPN = 3.955,28$$

$$VPN(0,35) = -20.000 - \left[ \frac{12.000}{1,35} \right] + 18.000 \left[ \frac{(1,35)^3 - 1}{0,35 (0,35)^3} \right] \frac{1}{1,35} + \frac{30.000}{(0,35)^3}$$

$$VPN = 413,25$$



### Instrucción

Se invita al estudiante a revisar el organizador gráfico 2 el cual articula la información presentada.

Finalizando estos ejercicios se puede indicar que el presente eje busca poner en práctica todo el conocimiento previamente estudiando en el eje 1 y 2. Así mismo, se puede afirmar que la matemática financiera brinda diversas herramientas de análisis que permiten realizar cálculos matemáticos, los cuales son necesarios para realizar la toma de decisiones acertadas en el ámbito empresarial.

Fornasari, J., y Berbery, G. (2009). *Curso de matemática financiera: teoría y práctica*. Recuperado de <https://ebookcentral-proquest-com.proxy.bidig.areandina.edu.co/lib/bibliotecafuaasp/reader.action?docID=3195355>

Ossa, J. (s. f). *Unidad Central del Valle del Cauca*. Recuperado de <http://javossa.50webs.com/PDF/Ejercicios%20resueltos/Ejercicios%20resueltos%20sobre%20amortizaciones.pdf>



# MATEMÁTICA FINANCIERAS

Mariluz Rubio

**EJE 4**

Propongamos



En la actualidad, tanto las empresas como las personas están en la necesidad de prestar mucha más atención a la forma cómo comunican cada mensaje que se quiere transmitir al público deseado, esto es evidente ya que según como se logre enviar un mensaje, así mismo podrá traer consecuencias positivas o negativas en el ámbito en el que se desarrolle, para lo cual la pregunta que orientará este eje es, ¿Cuál es la manera adecuada de comunicar los resultados de análisis y verificación de información, en pro del mejoramiento y la toma de decisiones al interior de la organización?

Se puede afirmar que las matemáticas financieras ocupan un papel relevante al momento de realizar la toma de decisiones ya que en ella, se incluyen diferentes análisis y estudios respecto al valor del dinero, las compañías entonces deben enfocarse en ese valor, teniendo en cuenta variables estudiadas en los anteriores referentes respecto al tiempo, la tasa de interés y el número de periodos, entre otros, de forma tal que cada decisión de inversión sea mucho más clara y que pueda dar los resultados que se esperan alcanzar.

En el mundo empresarial, a diario se presentan situaciones o problemas que deben ser resueltos en algunos casos de manera inmediata, aunque se presentan inconvenientes que no permiten llegar a esa solución tan esperada, debido a que en las compañías a nivel general se cuenta con una limitante y es la insuficiencia de recursos, por lo tanto, la toma de decisiones de índole financiero necesita del soporte de otras disciplinas como se ha mencionado en anteriores referentes, ejemplo, la matemática financiera necesita de la economía, la administración, la contabilidad, por mencionar algunas ciencias, con el fin de lograr reunir toda la información necesaria y proceder a tomar la decisión adecuada.

Normalmente, quien se encarga de realizar el proceso de toma de decisión es una persona o compañía ya sea esta última pública o privada, cuando se presentan problemas se pueden identificar ciertos elementos:

- La unidad, que es la que se encarga de tomar la decisión.
- Las variables controlables, que a su vez pueden ser de tipo interna o **endógena**.



#### **Endógena**

Reforzando lo mencionado en el referente, las variables endógenas son aquellas que de alguna manera se cree pueden ser controladas o se puede estimular la probabilidad de que estén sean reales.

- Las variables no controlables, asimiladas en los procesos de planeación estratégica como aquellas variables presentadas en el entorno o también llamadas exógenas.
- Las alternativas las cuales pueden darse una vez se analice el problema y se pongan en la mesa las diferentes posibilidades de solución al mismo, teniendo presente que se seleccionará la mejor alternativa.
- La falta de recursos o recursos limitados que no permiten en muchas oportunidades llevar a cabo las decisiones tomadas.
- La decisión en sí, como tal se trata de la decisión seleccionada del portafolio de alternativas y que debe tener como características no solo ser la más eficiente sino además velar por optimizar los resultados que se esperan.

Esta toma de decisiones por sí sola no sería pertinente, para esto se hace necesario entender de manera general el proceso de comunicación ya que claramente la matemática financiera se convierte en el rumbo a futuro para las compañías.

Dicho proceso de comunicación brinda herramientas de diferente índole, las cuales incentivan la gestación y la puesta en marcha de las decisiones tomadas, de tal forma que se pueda transmitir un mensaje claro y acertado a todo el personal de la organización.

Es por esto, que el estudiante ha ido desarrollando diferentes etapas que le permiten abordar los ejercicios del presente eje y ejecutarlos de manera autónoma. Cada uno de los ejes comenzando por el epistemológico, entregó conceptos generales y todas aquellas bases relevantes que le permiten al estudiante seguir a la siguiente fase denominada sociocrítica, en la cual se desarrolló la capacidad de análisis, se presenta la relación existente del papel moneda con la matemática financiera y a su vez con otras disciplinas.

El eje anterior cuya intencionalidad abordó la temática praxiológica o puesta en marcha de cada uno de los conceptos estudiados, permitió al estudiante afianzar el conocimiento y poner en práctica situaciones problemáticas respecto a las finanzas.

Finalmente, se define que el objetivo del presente referente teórico busca abordar la manera en la cual la comunicación se relaciona con la matemática financiera, siendo esta relación concluyente para que las organizaciones puedan llegar a una toma de decisiones más asertiva y de esta forma cumplir con los objetivos propuestos.



#### Instrucción

Para comprender mejor lo indicado en la introducción al eje, le invito a observar atentamente la infografía 1, que encuentra en la página principal del eje.

# Proceso de la toma de decisiones



En esta parte se contextualiza al estudiante con los componentes que contiene un proceso estructurado para la toma de decisiones, ya que una vez son tomadas ciertas medidas en la organización se procede a comunicar a quienes se considere pertinente.

Como se mencionó previamente, existen variables que pueden ser controladas por la empresa y otras que no se pueden controlar, en el sistema de la toma de decisiones estas variables se definen como la entrada de información al proceso de toma de decisión, es importante tener una premisa y es que si existe algo que no pueda ser medido entonces no se podrá administrar.



### Instrucción

Complemente esta información revisando la infografía 2 que encuentra en los recursos del eje.

En este punto y a partir de las intenciones del presente referente, el cual es comunicar y poner en práctica, es importante retomar ejercicios de matemática financiera que permitirán al estudiante aplicar las fórmulas y conocimiento adquirido a lo largo de la asignatura, a su vez, determinar los resultados para poder aplicarlo en el proceso de toma de decisiones, seleccionando alternativas más favorables para la empresa.

En esta primera parte se tomará el tema de interés simple, para dar solución a cada uno de los problemas se debe seguir una serie de pasos que consiste en realizar la gráfica o diagrama de flujo, en el cual se plasma el ejercicio, una vez realizado se procede a plantear las variables y aplicar la fórmula pertinente para dar solución al problema.



### Recordemos

Las dudas o inquietudes generadas en el desarrollo de los ejercicios propuestos, podrán ser discutidas en el encuentro sincrónico de la semana.

1. Se solicita que sea calculado el interés simple generado al finalizar una operación financiera, teniendo en cuenta que el inversionista hace una inversión por un valor de \$15.000.000 en el Banco Ayala, el inversionista y el banco determinaron una tasa de interés del 2 % simple mensual, y se tiene un plazo de cinco años. **(Respuesta = \$ 18.000.000).**
2. La señora Luz Mary se acerca a una entidad financiera y solicita con el asesor un crédito por un valor de \$ 5.000.000. La entidad financiera decide aprobar la solicitud y le indica que, al finalizar el compromiso adquirido, debe cancelar un monto por valor de \$ 10.000.000. Se le solicita determinar ¿Cuál deberá ser la tasa de interés simple en términos mensuales, y anuales? si se tiene en cuenta que la transacción financiera tiene una duración de dos años. **(Respuesta = 50 % simple anual y 4,1667 % simple mensual).**
3. ¿Cuánto tiempo deberá dejar Javier invertida la suma de \$ 25.000.000 para que al finalizar la operación financiera el señor Javier pueda disponer de \$ 50.000.000? Es importante que tenga en cuenta que el banco reconoce una tasa del 10 %. **(Respuesta = 10 años).**

4. Se solicita que sea realizado el cálculo del valor final obtenido al finalizar un periodo de 20 trimestres, teniendo en cuenta una inversión de \$ 1.000.000 en una institución bancaria que está reconociendo por la operación financiera una tasa de interés del 10 % semestral. **(Respuesta = \$ 2.000.000).**
5. Determine cuánto debe invertir el día de hoy el señor Andrés en un banco el cual, al finalizar el año 10 se compromete a devolver la suma de \$ 35.000.000. Debe suponer que la entidad reconoce una tasa de interés del 6 % simple bimestral. **(Respuesta = \$ 7.608.695,6522).**

En esta segunda parte es de interés compuesto, se debe realizar una gráfica o diagrama de flujo, en cual plasme el ejercicio, una vez graficado se procede a plantear las variables y aplicar la fórmula pertinente para dar solución al problema, este proceso finaliza con una interpretación de los resultados encontrados, ejecutando el proceso de toma de decisiones.

1. Se requiere calcular valor final obtenido en un periodo de 20 trimestres, si el señor David invierte \$ 1.000.000 en un banco el cual le reconocerá un 5 % trimestral. **(Respuesta = \$2.653.297.7051).**
2. El señor Julián quiere averiguar ¿Cuál deberá ser el valor que debe depositar el día de hoy en una entidad financiera, para que pueda disponer de la suma de \$ 40.000.000 teniendo en cuenta un periodo de tiempo de 6 años, y con una tasa de interés pagada por la entidad de 32 % anual? **(Respuesta = \$ 7.560.000).**
3. Averiguar ¿Cuánto tiempo la señora Juana deberá dejar invertida en una cuenta bancaria la suma de \$ 25.000.000 para que pueda retirar \$ 74.500.000 en una entidad financiera que le reconocerá el 3 % bimestral? **(Respuesta = 36.9407 bimestres).**
4. ¿Cuánto será la rentabilidad trimestral del señor Armando, si el día de hoy decide invertir la suma de \$ 1.500.000 para poder retirar pasados 3 años la suma de \$ 2.000.000? **(Respuesta = 2,4263 % trimestral).**

Por último, un ejercicio de anualidades, se debe hacer los siguientes pasos los cuales consisten en realizar la gráfica o diagrama de flujo, en el cual se plasme el ejercicio, una vez graficado, se procede a plantear las variables y aplicar la fórmula pertinente para dar solución al problema.

1. La señora Martha realiza un depósito en su cuenta de ahorros personal por la suma de \$ 2.500 a comienzo de cada año ¿Cuánto tendrá al cabo de 8 años si se determinó que el banco reconoce una tasa de interés del 3 %? **(Respuesta = \$ 2.2897,8).**

2. Una entidad bancaria realiza una reserva al comienzo de cada año por un valor de \$ 10.000, este dinero lo dejara destinado para situaciones imprevistas a futuro. Si se estima que el fondo ganará un 3 % ¿Cuál será el monto al cabo del décimo año? (Respuesta = \$ 118.07,96).
3. Una organización decide alquilar un terreno con un valor de \$ 4000 mensuales y propone al propietario realizar el pago del arriendo al principio de año contemplando una tasa del 1 % mensual. Se solicita determinar, cuánto cuesta el valor actual del alquiler. (Respuesta = \$ 45.470,51).

Todas aquellas decisiones que sean tomadas al interior de la organización, relacionadas con problemas financieros deben ser pensadas teniendo en cuenta los objetivos planteados al interior de la empresa, los cuales deben estar en concordancia con los recursos que cuenta la organización y las posibles fuentes de financiación a las que la empresa pueda acceder, una vez sea realizada aquella valoración de proyectos para identificar cuál será el más idóneo y de esta manera ejecutarlos.



Figura 1. Valoración de proyectos  
Fuente: Shutterstock/593389664

Existen diversas decisiones, en términos de decisiones de inversión que deben ser comunicadas en la empresa se pueden encontrar:

## Búsqueda de proyectos nuevos

Actualmente las empresas tienen ciertas limitantes ya que existen muy pocas oportunidades para realizar inversiones a largo plazo. Estas limitaciones hacen que la situación de algunas organizaciones sea peligrosa ya que su existencia se puede extinguir. Dado lo anterior, muchas empresas en la actualidad permiten que todos los funcionarios sin importar en qué áreas se encuentren, postulen nuevas ideas en términos financieros que permitan ser revisadas y ser analizadas para invertir en ellas en caso de ser favorables para la empresa.

## Evaluación de los proyectos de inversión

Cada vez más las organizaciones se están dando cuenta de la importancia de tomar ciertas decisiones de inversión al interior de la empresa. Así mismo, es evidente que al estar esta decisión en la cabeza de una sola persona se convierte en un aspecto negativo para la organización.

Es recomendable que todas las organizaciones conformen un comité que realice funciones como investigar y analizar toda aquella información relevante para poner en marcha grandes proyectos de inversión y de esta forma, que emitan conceptos respecto a la información obtenida para que así, tanto las decisiones como la comunicación de las mismas sea mucho más adecuada y pertinente en el ámbito empresarial.

## Selección de los proyectos de inversión:

Una vez se realizan todos aquellos cálculos y análisis financieros pertinentes de los proyectos o posibles ideas de negocio en las cuales un inversionista podrá invertir el dinero, se procede a seleccionar el proyecto adecuado de inversión.



## Evaluación de proyectos

Teniendo en cuenta los pasos mencionados previamente, se procede a realizar una inmersión en el tema de evaluación de proyectos, dado que este tema es fundamental en la toma de decisiones de una empresa y puede afectar el curso de la misma, dependiendo de la manera como se comunique toda la información, cambiará los resultados al interior de la empresa.

La matemática financiera es una herramienta importante al momento de evaluar proyectos en las organizaciones, ya que ella presenta diversos y diferentes métodos que permiten realizar dichos análisis para que cada organización tome las decisiones pertinentes según lo que están buscando. Es importante tener en cuenta que cuando se realiza una evaluación de proyectos no se trata simplemente de aplicar fórmulas matemáticas, sino que a su vez requiere de un proceso de análisis e interpretación para poder identificar los hallazgos y tomar decisiones acertadas.

En el proceso de evaluación de proyectos es necesario pasar por cuatro etapas fundamentales para lograr encontrar la solución adecuada, esos pasos son los siguientes:

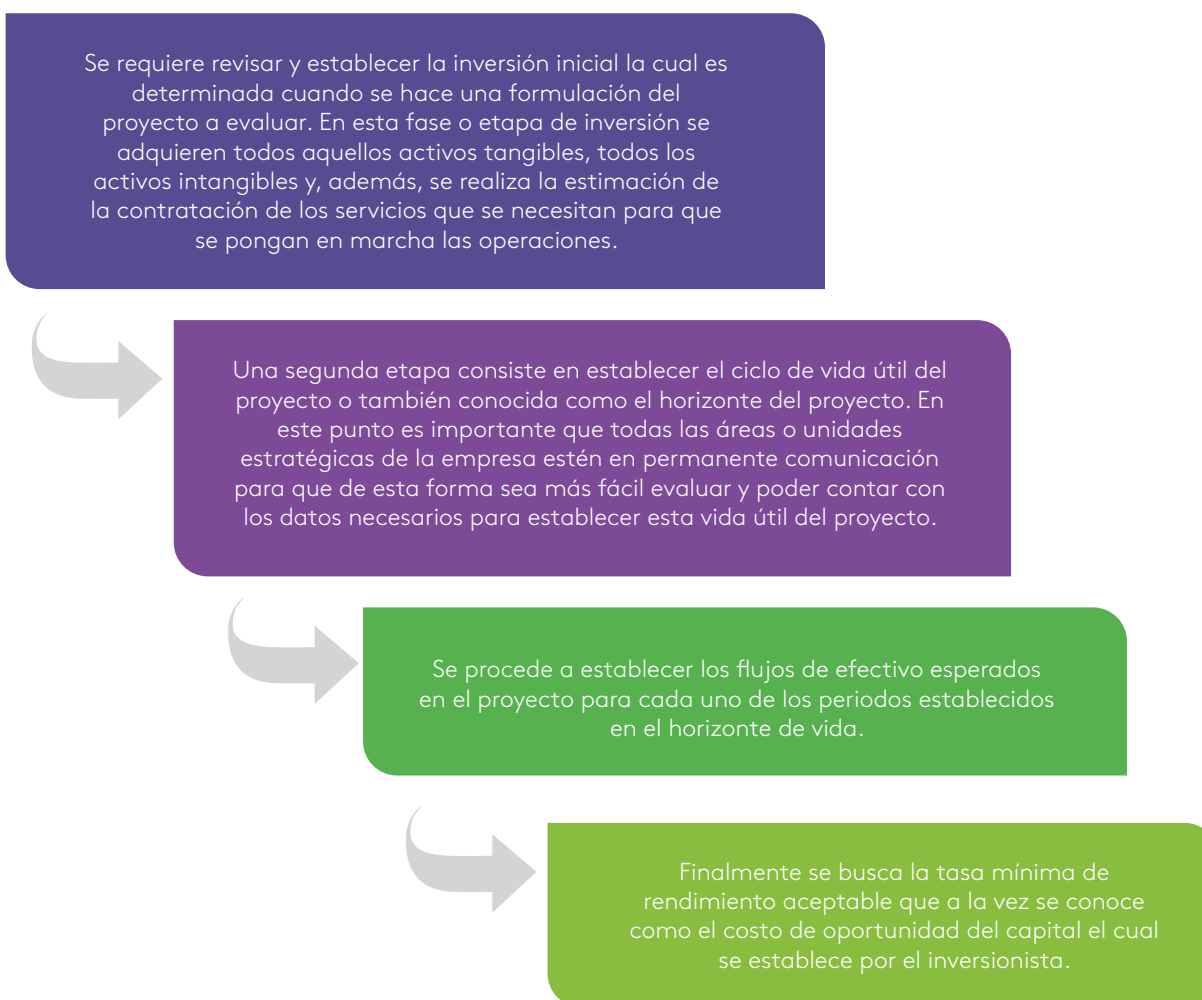


Figura 2. Etapas de la evaluación de proyectos  
Fuente: propia

## Métodos de evaluación

Una vez revisadas las cuatro fases por las cuales se pasa al momento de evaluar proyectos, se hace indispensable comenzar con cada uno de los métodos pertinentes para la evaluación de proyectos, los cuales se revisaron en el referente de pensamiento 2 y que en este nuevo espacio académico se aplicará de manera tal que el estudiante pueda comunicar los resultados a las empresas u organizaciones.

Generalmente en las grandes empresas se dice que los proyectos tienden a fallar constantemente por la falta de investigación que se debe realizar antes de llevarlos a cabo o ejecutarlos y también, por la falta de comunicación adecuada de cada uno de los procesos que deben ser tenidos en cuenta. Lo anterior puede ser evitado teniendo en cuenta unos adecuados procesos de evaluación y una detallada planeación para comunicar el paso a paso y los resultados obtenidos.

En términos generales todo proyecto busca la mejor alternativa de inversión y la forma más adecuada para que toda la organización, así mismo, donde se quiere poner la empresa y cómo se va a lograr obtener el resultado deseado.

En finanzas y en los procesos de evaluación de proyectos generalmente los analistas deben plantearse determinadas situaciones inciertas con el ánimo de poner el proyecto en todos y cada uno de los escenarios posibles para que a su vez se puedan plantear los diversos retos que cada uno de ellos implican; de igual forma, poder cumplir las metas inicialmente trazadas.

Dado lo anterior, es necesario llevar a cabo una evaluación financiera que permita hacer una investigación profunda y completa del flujo de los fondos, teniendo en cuenta variables que pueden afectar dicho proyecto como el riesgo. El objetivo de este tipo de evaluación es determinar un posible rendimiento de aquella inversión para poder tomar la decisión de ejecutar un proyecto.

La evaluación financiera es importante debido a que se concentra en revisar y observar todos aquellos factores que puedan estar involucrados, teniendo en cuenta los alcances y los riesgos en que se pueda incurrir. Es aquí donde entra a jugar un papel importante la persona encargada de comunicar todas aquellas decisiones importantes en la organización, debido a que todos los proyectos requieren de una adecuada estructura y evaluación para tomar decisiones.



### Reflexionemos

- ¿Qué recursos son necesarios para llevarlo a cabo?

Es importante resaltar que todos los proyectos requieren de ciertos recursos, los cuales pueden ser monetarios, humanos y tecnológicos y ellos dependen de qué tan grande o ambicioso es el proyecto y que tan riesgoso será invertir en él.

- ¿Cuáles son las unidades que participarán en realizar dicha evaluación?

En esta labor, las unidades que participan son aquellas con habilidades idóneas para contemplar todas las variables que inciden en el éxito del mismo.

Se toman en cuenta entonces, dos de los indicadores más importantes que permiten evaluar, tomar decisiones y comunicar los resultados obtenidos a la empresa.

## Valor Actual Neto (VAN) o Valor Presente Neto (VPN)

Cuando en el proceso de evaluación de proyectos se habla del valor actual neto o valor presente neto, se relaciona este con aquella ganancia neta que se acumula y que es generada por el proyecto teniendo en cuenta un período determinado de tiempo. Este método de evaluación se realiza partiendo del flujo de efectivo descontado, es por esto por lo que se tiene presente el valor del dinero en el tiempo. Dicho flujo de efectivo descontado consiste en establecer si el Valor Actual (VA) de todos los flujos que se esperan van a justificar el desembolso original (inversión inicial) en el proyecto conocido como la variable (A) entonces:

Si VA es mayor o igual que A, se procede a aceptar el proyecto evaluado, de lo contrario entonces el analista o evaluador deberá rechazar la propuesta.

En términos generales el VAN es aquella contribución neta que trae el proyecto finalizado en términos de riqueza, teniendo en cuenta que debe ser restada toda aquella inversión inicial. Una vez hecha esta operación, se realiza una actualización de todos los flujos de efectivo que el empresario establece y los cuales básicamente reflejan todo el **costo de oportunidad** de aquel capital que se invirtió y el cual corresponde a un posible rendimiento, que es el que espera el inversionista.



### Costo de oportunidad

Es aquel valor que se sacrifica que surge de tomar cierta decisión de tipo económico.

En otras palabras, el valor actual neto es definido como aquel método que utilizan todos los inversionistas para evaluar el rendimiento de los proyectos deseados y consiste, en realizar una comparación de un valor actual de todos y cada uno de los flujos de efectivo que espera el inversor recibir con la realización de una inversión inicial.



## Visitar página

Para complementar la información, se invita al estudiante a revisar el artículo:

[Cómo evaluar proyectos de inversión](#)

Rocío González

A continuación, se mencionan los dos tipos de valor actual neto con los que se puede contar para realizar la evaluación de proyectos empresariales:

### VAN económico

El análisis que se realiza en el valor actual neto es calculado, teniendo en cuenta la base del flujo de caja económico del proyecto, allí se tiene la siguiente premisa: el proyecto fue financiado completamente con recursos propios, sin tener en cuenta préstamos o dinero de terceros.



#### Instrucción

Para fortalecer los aspectos vistos hasta el momento se invita al estudiante a revisar la actividad de aprendizaje: pareo.

### VAN financiero

El valor actual neto financiero es determinado teniendo en cuenta la base del flujo de caja de índole financiero, este flujo de caja financiero tiene en cuenta ciertos aspectos tales como los ingresos y egresos de efectivo, los cuales son relacionados al financiamiento de la inversión teniendo en cuenta el capital de terceros, incluye además préstamos, amortizaciones, intereses y todo aquello que tiene que ver con la parte tributaria de intereses respecto al crédito. Para concluir el VAN financiero considera el endeudamiento y el plan de pagos del préstamo teniendo en cuenta una medición del aporte acumulado que genera el proyecto para el inversionista.

## Tasa Interna de Retorno (TIR)

Como se mencionó previamente, el método de la tasa interna de retorno básicamente consiste en tratar de encontrar aquella tasa de interés que cumpla con todas las condiciones que se estén buscando en el momento que el inversionista desea iniciar o aceptar un proyecto de inversión. Es importante tener presente que la tasa interna de retorno tiene ciertos criterios de decisión los cuales se mencionan a continuación:

## Si la TIR > costo de oportunidad del capital

Si el resultado de la tasa interna de retorno resulta mayor que el costo de oportunidad de capital, entonces el inversionista debe tomar la decisión de aceptar el proyecto, este resultado garantizará a futuro que la organización pueda obtener unos rendimientos.

## Si la TIR < costo de oportunidad del capital

Otro escenario que se puede dar al estimar la tasa interna de retorno es que sea menor al costo de oportunidad de capital, en cuyo caso el inversionista debe proceder a rechazar de inmediato el proyecto debido a que dicha tasa es mucho menor que la tasa de rendimiento ofrecida por otras opciones de inversión.



### Instrucción

Para complementar lo expuesto en este apartado le invito a realizar el recurso de aprendizaje: Memonota.

Es importante mencionar que quien vaya a transmitir el mensaje de los resultados obtenidos a través de las TIR a la organización, debe tener presente que una de las ventajas fundamentales es que facilita el entendimiento de los resultados a todos aquellos empresarios interesados. Además de otras ventajas que pueda presentar la TIR, también los empresarios deben considerar que una desventaja de la tasa interna de retorno no permite realizar planteamientos o formular ciertas conclusiones de manera directa respecto al aporte acumulado neto del proyecto.

Según Rodríguez, Bao y Cárdenas (2013), al igual que el VAN, existen ciertos tipos de TIR.

### **TIR económica**

Esta tasa interna de retorno económica se calcula teniendo en cuenta la fase del flujo de caja económico, en otras palabras, se asume que aquella inversión del proyecto fue realizada con el financiamiento de los recursos propios del inversionista o patrimonio de la empresa.

### **TIR financiera**

Respecto a la tasa interna de retorno financiera está determina que se tendrá en cuenta el flujo de caja financiero, que incluye todos aquellos ingresos y egresos de efectivo en los cuales, el financiamiento fue realizado con el capital de terceros por medio de deuda.



## Lectura recomendada

Se invita al estudiante a realizar la lectura del capítulo 2 del libro:

*Evaluación de proyectos de inversión*

Alberto García Mendoza

Se puede concluir en términos generales que todas aquellas técnicas que se utilizan en la evaluación de proyectos y las cuales tienen como primordial variable la VAN y la TIR conducen a la misma decisión, el proyecto de inversión puede ser aceptado o rechazado. El VPN considera distintos vencimientos en los flujos de caja, teniendo en cuenta el vencimiento próximo, se asume que todos los flujos de caja serán reinvertidos teniendo en cuenta la misma tasa  $K$  que es igual al costo de oportunidad o tasa de descuento utilizada en el proyecto, mientras que la TIR no contempla que los flujos de caja se reinvierte de manera periódica a la tasa de descuento  $K$ , sino que se hará a una tasa de descuento  $R$ , en términos generales, tiende a sobreestimar la capacidad de inversión que tiene el proyecto.

Se invita al estudiante a revisar la figura. Fórmula del valor presente neto, para poder entender cada una de las variables que intervienen en la misma y proceder con la interpretación.

$$VAN = -C_0 + \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{C_T}{(1+r)^T} = \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

$T =$  El factor "tiempo"

$r =$  El "tipo de descuento"

Figura 3. Fórmula del valor presente neto  
Fuente: <https://goo.gl/xKtV8Y>



## Instrucción

Ahora, para afianzar lo que ha aprendido revise el recurso de aprendizaje: nube de palabras.

## Comunicación en temas financieros

A lo largo del presente referente de pensamiento se ha expresado que la comunicación es otro tema importante en finanzas, ya que permitirá que toda la información que se logre obtener al momento de hacer análisis y evaluación sea transmitida de forma adecuada y pertinente a todas aquellas áreas y funcionarios a los cuales esta información les sea relevante para ejecutar las acciones en pro del cumplimiento de los objetivos financieros.

Esto obedece a que todos los funcionarios de la empresa necesitan estar informados de aquellos aspectos como la economía, liquidez y solvencia, para poder tener un canal único de comunicación y trabajar en equipo en pro de solventar ciertas crisis que se puedan presentar.

Algunos de los objetivos que persigue un sistema de comunicación financiero adecuado al interior de la organización pueden ser:

- Realizar todas aquellas actividades al interior de la empresa teniendo en cuenta criterios de transparencia.
- Comprender de manera clara y precisa todas aquellas situaciones y decisiones que se tomen al interior de la organización.
- Promover una adecuada credibilidad y buen nombre entre funcionarios, clientes y el sector externo.

Es claro que no toda la información debe ser 100 % comunicada al interior de la empresa y al exterior de la misma, por esta razón, se debe identificar:

- ¿Qué información se va a presentar?
- ¿De qué forma se va a dar a conocer?
- ¿A quiénes les interesa conocer cierta información?



### Ejemplo

Se puede mencionar:

- A los accionistas les interesa saber de qué manera la inversión está comportándose, ya que del comportamiento se puede evidenciar la ganancia o pérdida.
- Los gerentes requieren de la mayor cantidad de información posible para poder tomar las decisiones pertinentes en la empresa.

- A las cámaras de comercio y entidades del Gobierno, para proceder a identificar razones regulatorias y fiscales.
- A los acreedores y a los proveedores de la empresa se les debe enseñar el estado y solvencia de la organización, ya que necesitan establecer las garantías que ofrece la empresa para trabajar con ella.

En conclusión, todas aquellas decisiones que sean tomadas dentro de las organizaciones son relevantes, pues implican inversión de grandes sumas de dinero, además, de personal calificado y tiempo entre otros, teniendo en cuenta el manejo que se le dé a los proyectos y la toma de decisiones financieras, se verá reflejado el éxito o el fracaso en las empresas. Indiscutiblemente, pocas son las empresas que pueden recuperarse después de tomar una decisión equivocada y de mantener un sistema de comunicación ineficaz dentro de la organización.

Cabe resaltar que las malas decisiones tomadas al interior de la organización no solo repercuten en la empresa como tal, sino que, además, trae consecuencias negativas para los proveedores de la empresa, para los funcionarios que trabajan en la organización y en general a nivel económico para el país donde la empresa esté funcionando.



Anzil, F. (2009). *Flujo de efectivo descontado*. Recuperado de <https://www.econlink.com.ar/flujo-de-efectivo-descontado>

García, M. (1998). *Evaluación de proyectos de inversión*. Recuperado de <https://ebookcentral-proquest-com.proxy.bidig.areandina.edu.co/lib/bibliotecafuaasp/reader.action?docID=3191968>

González, R. (2009). *Como evaluar proyectos de inversión*. Recuperado e de <https://www.entrepreneur.com/article/262890>

Rodríguez, C., Bao, G. y Cárdenas, L. (2013). *Formulación y evaluación de proyectos*. México: Editorial Limusa.

Solo Contabilidad. (s. f.). *Anualidades anticipadas*. Recuperado de <http://www.solocontabilidad.com/anualidades/anualidades-anticipadas>

Esta obra se terminó de editar en el mes de Septiembre 2018  
Tipografía BrownStd Light, 12 puntos  
Bogotá D.C,-Colombia.



**AREANDINA**

Fundación Universitaria del Área Andina

---

MIEMBRO DE LA RED

**ILUMNO**