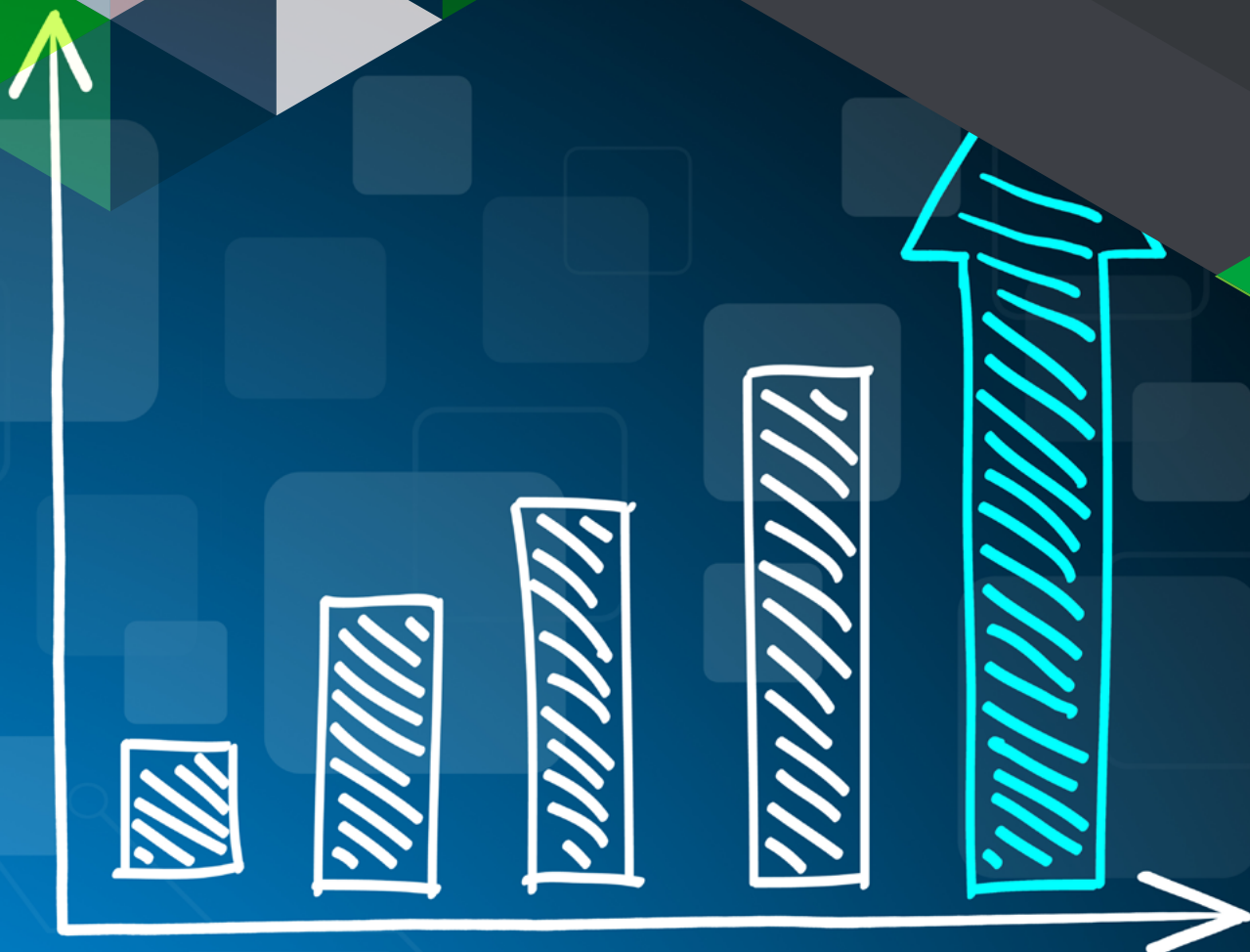


# FINANZAS I

Andrés Riveros

## EJE 4

Propongamos



Introducción . . . . .	3
Evaluación financiera . . . . .	4
Series uniformes o gradiente aritmético . . . . .	9
Condiciones de una anualidad . . . . .	10
Clasificación de las series uniformes . . . . .	11
Ejemplo de cálculo de series uniformes . . . . .	12
Evaluación financiera de proyectos . . . . .	16
Etapas de la evaluación financiera . . . . .	16
Variables financieras para la toma de decisión de inversión . . . . .	16
Criterios de decisión para evaluar proyectos . . . . .	17
Ejemplo de aplicación de VPN. . . . .	18
Reglas de decisión de la TIR. . . . .	21
Cierre . . . . .	28
Bibliografía . . . . .	29

Iniciaremos definiendo los conceptos de tasas de interés y tasas equivalentes, ya que dichos conceptos son la base para avanzar en los siguientes temas. Posteriormente explicaremos los conceptos de valor presente y valor futuro, su utilización, forma de cálculo y ejemplos prácticos. Seguidamente se detallarán los diferentes tipos de **series** uniformes, se explicarán mediante ejemplos sencillos y por último se analizarán los métodos de evaluación financiera de proyectos VPN y TIR con y sin riesgo, mediante ejemplos prácticos usando funciones de Excel y usando fórmulas matemáticas.



## Series

Grupo de cosas o valores que tienen algo en común.

# Evaluación financiera



La **tasa de interés** es la rentabilidad de un capital determinado calibrado en términos de porcentaje.

Se procederá a explicar dos principios fundamentales de la gestión financiera:

- **Principio de valor del dinero en el tiempo:** esto significa que el dinero se valoriza a través del tiempo a una velocidad o magnitud llamada tasa de interés.
- **Principio de equivalencia:** dos montos de dinero situados en distintos puntos del tiempo son equivalentes si al desplazarlos al mismo punto, se igualan en magnitud. Ejemplo: \$100.000 de hoy son equivalentes a \$120.000 dentro de un año en relación con una tasa de interés de 20 % anual.

La condición necesaria para utilizar las fórmulas de equivalencia de dinero en el tiempo, es que la expresión del tiempo para la tasa de interés empleada coincida con el período de tiempo transcurrido entre dos momentos consecutivos. Cuando se presentan ambas condiciones se habla de interés periódico.

La expresión del lapso de tiempo puede ser en términos discretos (día, mes, trimestre, semestre, año) o en términos continuos (utilizada para cálculos infinitesimales en donde se utiliza la constante Euler). Durante el curso se utilizará la expresión del período de tiempo únicamente en términos discretos.

El importe de rédito se estima y se concibe como formado, pero no se paga obligatoriamente.

Las tasas de interés se clasifican de acuerdo a varios criterios a saber:

### 1. Con base en la forma de capitalización de los intereses se clasifica en:

- **Tasa de interés simple:** es el interés que no se capitaliza, es decir, se estima con base en el valor adeudado o capital inicial que permanece invariable. En consecuencia, el interés obtenido en cada intervalo unitario de tiempo es el mismo. La fórmula de cálculo de interés simple es:

$$I_s = C * n * i \quad (1)$$

Donde: **I<sub>s</sub>** = interés simple, **C**= capital fijo invariable, **n** = número de períodos, **i**= tasa de interés.



#### Capitalización

Señala el instante cuando el rédito estimado o recolectado se suma al capital, o sea, se capitaliza.

**Ejemplo de aplicación:** María posee unos ahorros que suman \$1 millón de pesos y los va a invertir en un Certificado de Depósito a Término (CDT) por un año para obtener un rendimiento del 7 % sobre su dinero. Esto quiere decir que al final de los 12 meses María recibirá \$1,07 millones. En vista de que la tasa de rendimiento es mucho mayor que la tasa ofrecida por las cuentas de ahorro donde acostumbraba mantener sus ahorros, decide renovarlo automáticamente cada año. Por medio de la siguiente tabla se podrá apreciar el interés simple, en donde el cálculo de intereses se efectúa con base en un capital original que permanece constante.

Años	0	1	2	3	4	5
Capital acumulado (en millones de pesos)	\$1	\$1,07	\$1,14	\$1,21	\$1,28	\$1,35

Tabla 1. Capital más rendimientos usando interés simple  
Fuente: propia

Con dicho dinero acumulado piensa pagar la cuota inicial para comprar una moto.

- **Tasa de interés compuesto:** es el interés que se capitaliza o acumula durante cada periodo sobre una base de dinero que también va aumentando gracias a los intereses acumulados. La fórmula de cálculo de interés compuesto es:

$$I_c = C (1 + i)^n - 1 \quad (2)$$

Donde:  $I_c$  = interés compuesto,  $C$  = capital inicial,  $(1 + i)$  = factor de actualización,  $n$  = número de periodos,  $i$  = tasa de interés.

**Ejemplo de aplicación:** un día cualquiera llaman a Carlos del banco a ofrecerle un préstamo por \$3 millones por 5 años, que le cobra por concepto de intereses una tasa de interés mensual de 2 %. Por medio de la siguiente tabla se podrá apreciar el interés compuesto, en donde el capital siempre aumenta con los intereses acumulados.

Años	0	1	2	3	4	5
Capital acumulado (en millones de pesos)	\$3	\$3,02	\$3,14	\$3,21	\$3,28	\$3,35

Tabla 2. Capital más rendimientos usando interés compuesto  
Fuente: propia

## 2. Con base en el tipo de variable económica analizada se clasifica en:

- **Tasa nominal:** es el interés que se capitaliza o liquida más de una vez por año. Proviene del interés simple y desconoce el precio del dinero en el tiempo y la continuidad con la cual se capitaliza el interés. Se paga por un préstamo o una cuenta de ahorros. Esta tasa de referencia la fija el Banco de la República para reglamentar las operaciones activas (préstamos y créditos) y pasivas (depósitos y ahorros) del sistema financiero. La tasa nominal se utiliza para cálculos anuales, por consiguiente, es indiferente decir tasa nominal o tasa nominal anual. La fórmula de cálculo de tasa nominal es:

$$I_n = C (1 + n * i_p) \quad (3)$$

Donde:  $I_n$  = interés nominal,  $C$ = capital inicial,  $n$  = número de períodos,  $i_p$  = tasa de interés periódica.

- **Tasa efectiva anual:** es aquella tasa que muestra el costo o rendimiento efectivo de un activo financiero. Su principal característica es que el período de tiempo en que se causa la tasa de interés (un año) es igual al periodo de tiempo en que se capitaliza el interés (un año). El tipo de interés utilizado es compuesto, por lo cual los intereses obtenidos se vuelven a invertir a la misma tasa de interés. La tasa efectiva es aquella a la que efectivamente está colocado el capital. Su fórmula de cálculo es:

$$I_e = C (1 + i_p)^n - 1 \quad (4)$$

Donde:  $I_e$  = interés efectivo,  $C$ = capital inicial,  $n$  = número de períodos,  $i_p$  = tasa de interés periódica.

## 3. Con base en la causación de los intereses, se clasifica en:

- **Tasa de interés vencida:** es aquella tasa que se liquida o paga al final del período de capitalización. Ejemplo de aplicación: Juan decide pedir un préstamo por \$5 millones al Banco y le cobran una tasa de interés del 2 % mensual pagadera al vencimiento. Esto quiere decir que al finalizar los 30 días (duración del mes) se causarán o pagarán intereses respecto del valor adeudado por valor de \$100.000 pesos. Por defecto, la tasa de interés pactada es vencida.
- **Tasa de interés anticipada:** es aquella tasa que se liquida o paga al comienzo del período de capitalización. Ejemplo de aplicación: Jaime pide prestado \$8 Millones de pesos al Banco y este le cobra una tasa de interés del 1,8 % mensual pagadera por anticipado. Esto quiere decir que, al momento de desembolsar el dinero del préstamo, el Banco le descontará los intereses, por lo tanto, recibirá \$7.856.000. La tasa de interés anticipada es menor a la tasa de interés vencida, puesto que se liquida en un plazo menor de tiempo comparada con la vencida, es decir, en el primer día del periodo de capitalización. Su fórmula de cálculo con base en la tasa de interés periódica es:

$$Ia = C * [ ( ip / (1 + ip ) ) n ] - 1 \quad (5)$$

Donde: **Ia** = interés anticipado, **C**= capital inicial, **n** = número de períodos, **ip** = tasa de interés periódica.

Para convertir una tasa anticipada en tasa efectiva anual se aplica la siguiente fórmula:

$$Ie = C * [ (1 - ia ) - n - 1] \quad (6)$$

Donde: **Ia** = interés anticipado, **C**= capital inicial, **n** = número de períodos, **Ie** = tasa de interés efectiva.

Puntualmente no tiene que existir coincidencia entre los periodos de **causación** y de capitalización, ya que puede existir por ejemplo, una tasa de interés del 5 % mensual capitalizable trimestralmente. Cuando coincide el período de causación y de capitalización se habla de **período de composición**.



#### Causación

Señala el momento en el cual el interés tiene lugar o se causa de acuerdo con lo estipulado en un contrato.



### Instrucción

Se invita a los estudiantes a visualizar el recurso de aprendizaje "Tipos de tasas de interés y condiciones de las anualidades" en la página principal del eje.

#### *Identificación de tasas donde no coinciden periodos de causación y capitalización*

Para identificar una tasa de interés se utiliza una notación en la que se identifica en primer lugar el tipo de tasa (nominal o efectiva), luego el período de causación (se expresa en términos mensual, trimestral, semestral, anual), seguidamente se expresa el periodo de liquidación o capitalización (por ejemplo, tasa anual con capitalización trimestral) y una opcional que es la modalidad de pago (anticipada o vencida).



### Ejemplo

1. 10 % N.M.V., quiere decir que el tipo de tasa es nominal (N), su capitalización o liquidación es mensual (M) y la modalidad de pago es vencida (V).
2. 20 % E.A., quiere decir que tanto la expresión del período de tiempo de la tasa como el período de capitalización son iguales (efectiva), corresponden a un año (anual) y la modalidad de pago por defecto es vencida (V).





3. 9 % T.T.A., quiere decir que tanto el período de tiempo de la tasa como el período de su capitalización son iguales (efectiva), correspondiente a un trimestre (T.T.) y la modalidad de pago es anticipado (A).



### Instrucción

Se invita a los estudiantes a visualizar el recurso de aprendizaje "Nube de palabras" en la página principal del eje.

## Series uniformes o gradiente aritmético

Las series uniformes son un conjunto de flujos de dinero, usualmente de importe fijo, pagados o recibidos a intervalos regulares.



### Flujos

Es el movimiento de dinero que puede ser de entrada o salida en un período de tiempo determinado.

La suma de dinero puede ser incorporada o abonada y varía en la misma proporción cada año. Esa proporción de aumento o reducción es el **gradiente**. Por ejemplo, los gastos de mantenimiento de un cierto equipo se pueden incrementar una cierta cantidad constante cada período y se representarían como un flujo negativo (salida de dinero). A partir de dos flujos de dinero se forma una **serie**.

A las series también se les llama **anualidades**.

Es importante conocer en finanzas sobre las anualidades, porque es el sistema de amortización más utilizado para pagar los créditos comerciales y créditos de vivienda.



### Ejemplo

Dada una serie de desembolsos mensuales constantes y vencidos (**S**), efectuados cada fin de mes, los cuales se capitalizan a una tasa de interés efectiva mensual (**i**).

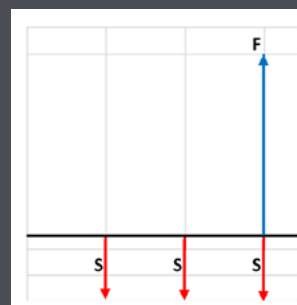


Figura 1. Serie uniforme de 3 salidas de dinero y valor futuro equivalente.  
Fuente: propia



Suponiendo que hay tres flujos negativos de dinero, si se ubicaran en una serie, serían tres desembolsos mensuales vencidos uniformes. Este grupo de desembolsos uniformes establecerían una serie. Dicho flujo (**F**) sería una serie uniforme, el cual posee un valor equivalente al final de los tres meses.

Teniendo como dato el valor de los depósitos, se plantea la siguiente ecuación cuya finalidad es estimar el valor futuro equivalente de los **3** depósitos que forman una serie uniforme y cuya fecha de cumplimiento está ubicada al final del tercer periodo.

$$F = S(1 + i)^2 + S(1 + i) + S \quad (7)$$

Observando la ecuación (1), el primer desembolso se capitaliza dos periodos, el segundo desembolso se capitaliza un periodo y el tercer desembolso no se capitaliza, puesto que concuerda con la fecha final.

Se va a suponer que cada desembolso (**S**) tiene un valor de \$1 millón y la tasa de interés es del **1 %** mensual. Se tendrá por tanto la siguiente ecuación:

$$F = \$1x10^6(1 + 0,01)^2 + 1x10^6(1 + 0,01) + 1x10^6 \quad (8)$$

El valor futuro del flujo de tres gastos mensuales vencidos dará como resultado \$3,03 millones de pesos.

La figura 1 es un claro ejemplo de gráfico de flujo para una serie uniforme vencida que tiene dos características resaltantes. Primero, en el periodo "**0**" no existe ninguna renta y que el periodo vinculado con la serie futura "**F**", corresponde con la última renta. Este esquema es muy importante para sintetizar cálculos más complejos, puesto que admite conseguir una fórmula que sintetiza la correspondiente valoración. La fórmula que calcula el valor futuro de una serie uniforme vencida es la siguiente:

$$F = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (9)$$

### Condiciones de una anualidad

Se deben cumplir las siguientes condiciones para que una serie de pagos sea considerada anualidad: 1) todos los desembolsos o pagos deben ser equivalentes, 2) la cantidad de desembolsos debe ser igual a la cantidad de periodos. 3) todos los desembolsos deben ser regulares, 4) todos los desembolsos son llevados al principio o al final de la serie, a la misma tasa y a un valor equivalente, es decir, la anualidad debe tener un valor presente equivalente o un valor futuro equivalente.

## Clasificación de las series uniformes

- 1. Anticipada:** se caracteriza porque el desembolso o pago se efectúa al comienzo del período. Por ejemplo: los pagos mensuales de arrendamiento anticipado, créditos comerciales en los cuales no se requiere pago de cuota inicial, pero si se exige el pago de la primera cuota.

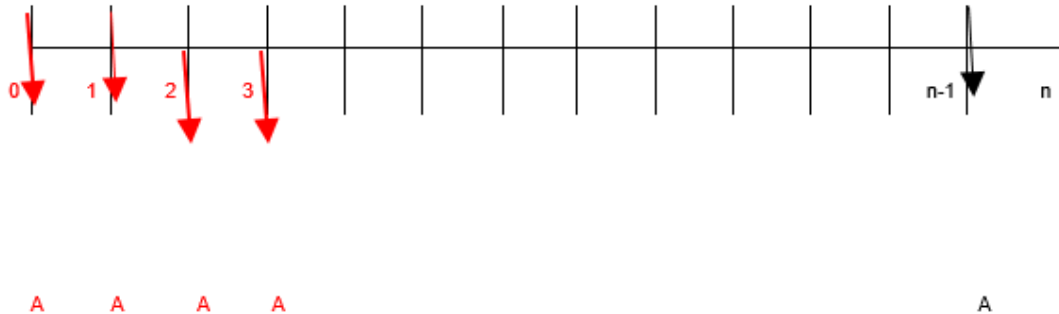


Figura 2. Serie uniforme anticipada  
Fuente: propia

- 2. Diferida:** se caracteriza por un período de interrupción de dos o más períodos entre la fecha inicial y la correspondiente al primer pago. Por ejemplo: las compañías fabricantes de carros ofrecen un período de gracia de un año después de entregado el carro para empezar a pagar las cuotas.

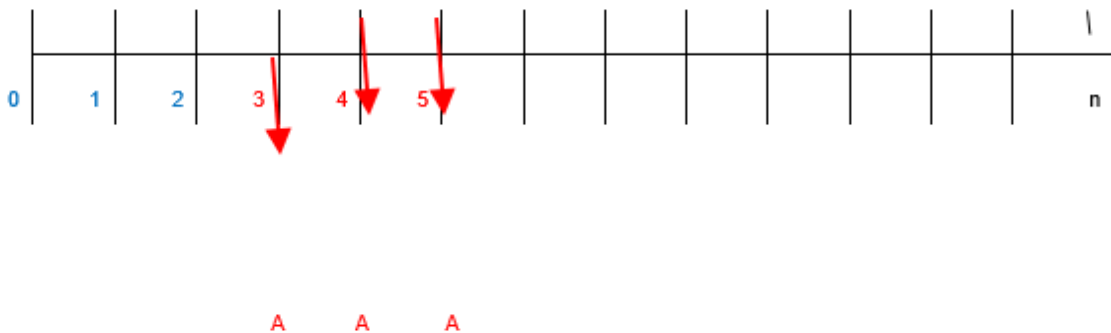


Figura 3. Serie uniforme diferida  
Fuente: propia

**3. Vencida:** se caracteriza porque el pago se lleva a cabo al final del período. Por ejemplo: los pagos con tarjeta de crédito.

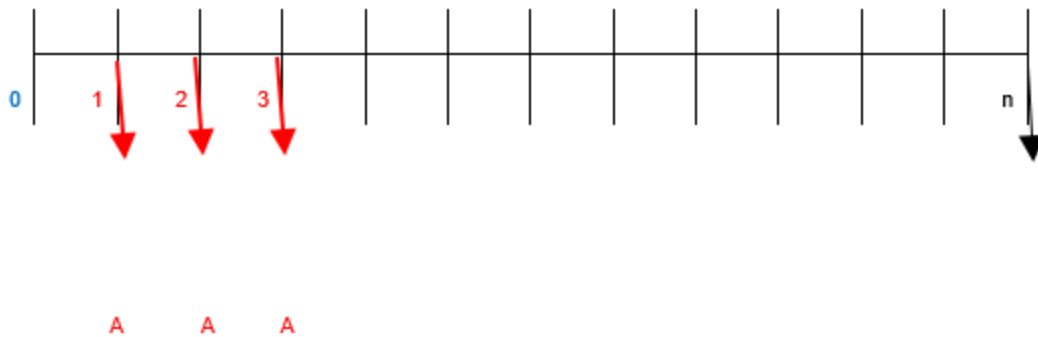


Figura 4. Serie uniforme vencida  
Fuente: propia

**4. Perpetua:** se caracteriza porque la duración de los pagos es indefinida. Por ejemplo: las acciones ordinarias emitidas por empresas ofrecen pago de dividendos en forma indefinida a sus tenedores.

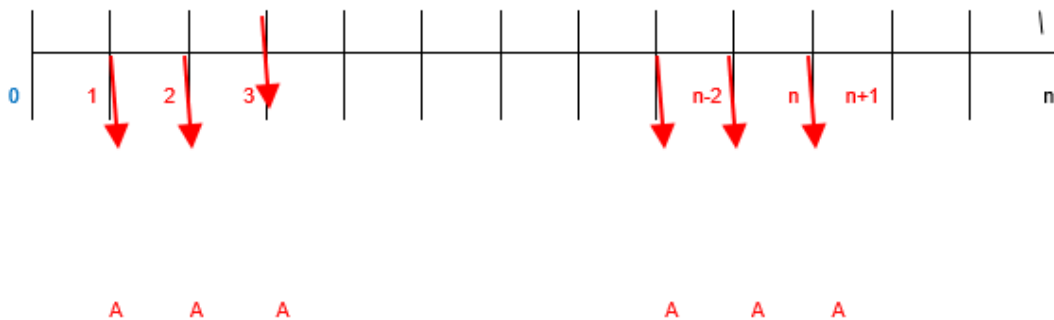


Figura 5. Serie uniforme perpetua  
Fuente: propia

### Ejemplo de cálculo de series uniformes

**1.** Valor presente de una Anualidad Anticipada (AA)

El valor presente de una serie uniforme de pagos iguales anticipados será aquel valor que, en el momento de realizada la operación financiera, sea equivalente a toda la serie.

$$P = A + A \left[ \frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i(1+i)^{n-1}} \right] \quad (10)$$



## Ejemplo

Se solicita un crédito que inicialmente se había acordado pagar en 18 cuotas iguales de \$180.000 cada una por mes anticipado. Se decide a última hora liquidar de contado. Si la tasa de interés acordada es del 2 % mensual. **Hallar el valor presente de las cuotas.**

Al aplicar la fórmula (10) para calcular el valor presente se obtiene:

$$VP = 180.000 + 180.000 \left[ \frac{(1 + 0.02)^{17} - 1}{0.02(1 + 0.02)^{17}} \right]$$

$$VP = 180.000 + 180.000 \left[ \frac{0.4002}{0.0280} \right]$$

$$VP = 180.000 + 180.000[14,2918]$$

$$VP = 180.000 + 2.572.536,94$$

$$VP = 2.752.536,94$$

**RTA:** El valor presente será igual a: \$2.752.536,94 pesos.

## 2. Valor presente de una Anualidad Diferida (AD)

Una anualidad diferida se caracteriza porque el primer pago se efectúa unos períodos después de realizada la operación financiera. El momento en que queda formalizada la operación financiera se llama **Momento de Convenio**.

En las AD el tiempo que transcurre sin amortización de capital se llama **tiempo muerto** o **período de gracia**. Sin embargo, durante el período de gracia hay causación de intereses.

En las AD se pueden presentar dos casos:

- En aquellos casos donde los intereses causados a lo largo del período de gracia no se cancelan periódicamente, si no que se van capitalizando. En dicho caso, al término del lapso muerto el principal habrá incrementado y, por consiguiente, para estimar el monto de los pagos iguales se debe considerar dicho valor equivalente.
- En aquellos casos donde los intereses causados a lo largo del periodo muerto se pagan periódicamente. En dicho caso, al final del período muerto el capital inicial permanece constante.



## Ejemplo

Juan tiene una deuda de \$3.800.000 a una tasa de interés del 2 % mensual. Piensa pagarlos mediante 6 cuotas mensuales iguales, empezando a cancelar la primera cuota después de 4 meses de haber adquirido la obligación. **Calcular el valor de las cuotas.**

Se calcula el valor futuro de la obligación de \$3.800.000 en el período 3 cuando los intereses causados no se pagan se capitalizan, se aplica la fórmula de valor futuro:

$$VF = VP(1 + i)^n$$

$$VF = 3.800.000(1 + 0.02)^3$$

$$VF = 4.032.590,4$$

El VF obtenido es el valor presente de la serie ubicado en el período 3. Cómo se pide calcular el valor de la cuota, se aplica la fórmula:

$$A = VP \left[ \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \quad (11)$$

$$A = 4.032.590,4 \left[ \frac{0.02(1 + 0.02)^6}{(1 + 0.02)^6 - 1} \right]$$

$$A = 719.921,48$$

**RTA:** el valor de las cuotas o anualidades será de \$719.921,48.

### 3. Valor presente de una Anualidad Vencida (AV)

Es el valor ubicado un período anterior a la fecha del primer pago, equivalente a una serie de pagos iguales y periódicos.

$$VP = A \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \quad (12)$$

El VP estará ubicado al principio del período en el que se hace el primer pago (A).



## Ejemplo

Una compañía aseguradora de riesgos laborales aprobó la pensión de invalidez por \$1 millón durante los próximos 80 meses a uno de sus clientes. La compañía de seguros desea saber **¿Qué suma de dinero debe invertir hoy en un fondo de inversión que paga una tasa de interés del 2 % mensual para cubrir el pago futuro?**

La ecuación de equivalencia (12) con fecha focal el punto 0 es:

$$VP = 1x10^6 \left[ \frac{(1 + 0.02)^{80} - 1}{0.02(1 + 0.02)^{80}} \right]$$

**RTA:** La compañía aseguradora de riesgos laborales deberá invertir hoy día la suma de \$39.744.513,59 de pesos para cubrir los 80 pagos mensuales.

### 4. Valor presente de una Anualidad Perpetua (AP)

Su valor se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$(13) \quad VP = \frac{A}{i}$$



## Ejemplo

Al morir Pedro dejó un capital de \$300.000.000 de pesos a favor de un anciano, con la condición de que recibirá solo el valor de los intereses. **¿Cuánto recibirá el anciano de por vida si una entidad financiera le reconoce una tasa de interés del 2 % mensual?**

Despejando la fórmula (11) se encuentra que:

$$A = 300.000.000 * 0.02 = 6.000.000$$

**RTA:** El anciano recibirá cada mes \$6 millones de pesos.

## Evaluación financiera de proyectos

La evaluación financiera de proyectos consiste en obtener la rentabilidad comercial, es decir, los ingresos que puede generar un proyecto de inversión a precios de mercado.

Al estudiar un proyecto desde la óptica financiera, el análisis de cuantificación de ingresos y egresos se mide con base en lo que entrega (salidas de dinero), recibe (entradas de dinero) o deja de recibir (costo de oportunidad).

### Etapas de la evaluación financiera

Para evaluar financieramente un proyecto se deben seguir los siguientes pasos:

1. Elaborar el flujo de caja neto del proyecto.
2. Calcular las variables financieras necesarias para la toma de decisión de un proyecto de inversión como son: costo de oportunidad, costo de capital y tasa de descuento.
3. Aplicar los criterios necesarios para la toma de decisión de inversión.

### Variables financieras para la toma de decisión de inversión

1. **Costo del Dinero (CD)**: es la tasa en que incurre el(los) inversionista(s) por utilizar los recursos necesarios para invertir en proyectos. Dicho costo permite comparar flujos de dinero en un momento futuro. Puede estar representado por el costo de oportunidad, por el costo de capital o por el costo promedio ponderado de capital. Esta información es fácil de manejar matemáticamente, pero su obtención puede ser un proceso tedioso y complejo.
2. **Costo de Oportunidad (CO)**: es el compendio de beneficios que se dejan de ganar cuando se selecciona una alternativa de inversión, de entre dos o más alternativas posibles. Dicha información se puede obtener de 2 fuentes: **1. Mercado de renta variable (acciones)**: aquí se transan acciones de empresas inscritas en la Bolsa de Valores de Colombia y por tanto se puede conocer el rendimiento individual de las acciones, así como el rendimiento general por grupos específicos. **2. Mercado de capitales**: aquí se transan títulos valores como CDT, bonos, títulos de tesorería (TES), emitidos tanto por empresas como por el gobierno. La maduración de dichos títulos es generalmente de corto plazo. Los recursos que se mueven en este mercado se destinan a la financiación. Los rendimientos son interesantes, dependiendo del riesgo asumido en dichos títulos valores. Puesto que dichos instrumentos financieros están disponibles para cualquier inversionista, con ello se puede determinar el costo de oportunidad del dinero. En caso de incluir en forma explícita el riesgo, deberá utilizarse una tasa de oportunidad libre de riesgo (por ejemplo, el rendimiento ofrecido por los TES). Si se busca el rendimiento en el mercado bursátil, se recomienda buscar acciones de empresas que pertenezcan



al sector al cual pertenece el proyecto. El costo de oportunidad debe estar asociado a inversiones de riesgo similar. Ejemplo: si una persona tiene dinero disponible para invertirlo, el rendimiento que gana en la actualidad sobre su dinero será su costo de oportunidad y en ese caso, ese sería su costo de capital. Para el caso de empresas, se debe considerar no solo lo que se paga por intereses de la deuda, sino también hay que tener en cuenta lo que aspiran a ganar los accionistas o socios. En resumen, se paga por la utilización del capital de terceros.

- 3. Costo de Capital (CC) o Tasa de Descuento (TD):** es la tasa de rendimiento esperada que los inversionistas requieren para captar fondos de un proyecto de inversión determinado. En consecuencia, el costo del capital (CC) está vinculado al riesgo del proyecto de inversión. La **tasa crítica** (TC) es la tasa de rendimiento mínima esperada que la organización estaría dispuesta a aceptar para justificar la inversión. Por consiguiente, la TC para cualquier inversión potencial puede ser superior o inferior al costo total de capital (CTC) de la compañía, dependiendo del nivel de riesgo de la inversión potencial en comparación con el riesgo total de la compañía.

El costo de capital representa las expectativas del inversionista. Existen 2 elementos para estas expectativas: **1. Tasa Libre de Riesgo (TLR)**, la cual incluye: \* **Tasa de rendimiento real**: corresponde al monto (excluyendo inflación) que los inversionistas esperan obtener a cambio de permitir que otra persona utilice su dinero sin incurrir en riesgo. \* **Inflación esperada**: corresponde a la depreciación esperada del poder adquisitivo mientras se utiliza el dinero. **2. Riesgo**: incertidumbre sobre cuándo y cuánto flujo de dinero será recibido. Aunque estas expectativas pueden ser diferentes para diferentes inversores, el mercado tiende a formar un consenso con respecto a una inversión o categoría de inversiones en particular. Ese consenso determina el **costo del capital** para las inversiones con diferentes niveles de riesgo. Una propiedad del CC es que representa el rendimiento porcentual que iguala el ingreso económico esperado con el valor presente. La **tasa de rendimiento esperada** en este escenario se llama **tasa de descuento**. La **tasa de descuento** refleja tanto el valor temporal del dinero como el riesgo y, por lo tanto, representa el CC. La tasa a la cual los **rendimientos totales futuros esperados** son descontados al valor presente es la **tasa de descuento**, que es el costo de capital (tasa de rendimiento requerida) para una inversión en particular.

### **Criterios de decisión para evaluar proyectos**

- 1. Valor Presente Neto (VPN) o Valor Actual Neto (VAN):** es el monto actual resultante equivalente de la diferencia entre entradas y salidas de dinero presentes y futuras de un proyecto. También se puede definir como el método que muestra los beneficios netos generados por un proyecto durante su vida útil después de cubrir la inversión inicial y de obtener la ganancia requerida de la inversión. Los ingresos corresponden a flujos de dinero aportados por los inversionistas previos al inicio del proyecto (si el proyecto no existe aún) o recursos aportados por los inversionistas para proyectos en marcha que buscan mejorar la productividad de la empresa.

Los egresos se pueden clasificar en gastos operativos y gastos de capital. Los gastos operativos (en inglés opex) corresponden a los costos normales de operación del proyecto. Los gastos de capital (en inglés capex) son aquellos que se destinan para la compra de activos o pago de servicios que permitan mejorar la productividad de la empresa. La fórmula de cálculo es:

$$VPN = I_0 + \sum_{j=1}^n \left( \frac{F_j}{(1+TCD)^j} \right) \quad (17)$$

Donde: **VPN**: Valor Presente Neto, **I<sub>0</sub>**: Inversión inicial,  $\sum_{j=1}^n$  Sumatoria desde **j=1** hasta **j=n**, **F<sub>j</sub>**: valor neto del periodo correspondiente (ingresos menos egresos), **j**: período, **n**: último período, **TCD**: tasa costo del dinero o tasa de descuento. Una vez comprendido el criterio de decisión para evaluar proyectos de inversión VPN.



## Lectura recomendada

Lo invitamos a que realice la lectura complementaria de (Velez, 2005) y luego desarrolle la actividad de aprendizaje, en la página principal del eje.

Luís, D. V. (2005). *Un juicio sobre el valor presente neto como criterio de decisión*. Ensayos De Economía, 15(27), 11-24.

### Ejemplo de aplicación de VPN

Asuma que una compañía desea comprar equipos para el manejo de residuos de basura. Se estima que el valor de mercado del equipo nuevo es de \$130 millones. Se estima que la vida útil del nuevo equipo es 5 años, de los cuales se espera obtener ganancias anuales en ese mismo periodo por \$30 millones, \$40 millones, \$70 millones, \$70 millones y \$80 millones, respectivamente. Finalmente, se asume que la compañía ha establecido una tasa de descuento del 18 %. Aplicando la fórmula (14) se obtiene la siguiente ecuación:

$$VPN = -\$130 \times 10^6 + \frac{\$30 \times 10^6}{(1+0.18)} + \frac{\$40 \times 10^6}{(1+0.18)^2} + \frac{\$70 \times 10^6}{(1+0.18)^3} + \frac{\$70 \times 10^6}{(1+0.18)^4} + \frac{\$80 \times 10^6}{(1+0.18)^5}$$

**VPN= \$37.829.225,65.** El resultado es positivo, por consiguiente, se acepta el proyecto.

¿Qué pasaría si la tasa de descuento fuera de 35 %? ¿Qué decisión se tomaría?

$$VPN = -\$130 \times 10^6 + \frac{\$30 \times 10^6}{(1+0.35)} + \frac{\$40 \times 10^6}{(1+0.35)^2} + \frac{\$70 \times 10^6}{(1+0.35)^3} + \frac{\$70 \times 10^6}{(1+0.35)^4} + \frac{\$80 \times 10^6}{(1+0.35)^5}$$

VPN= -\$18.463.100,36. El resultado sería negativo, por lo cual no se aceptará el proyecto.

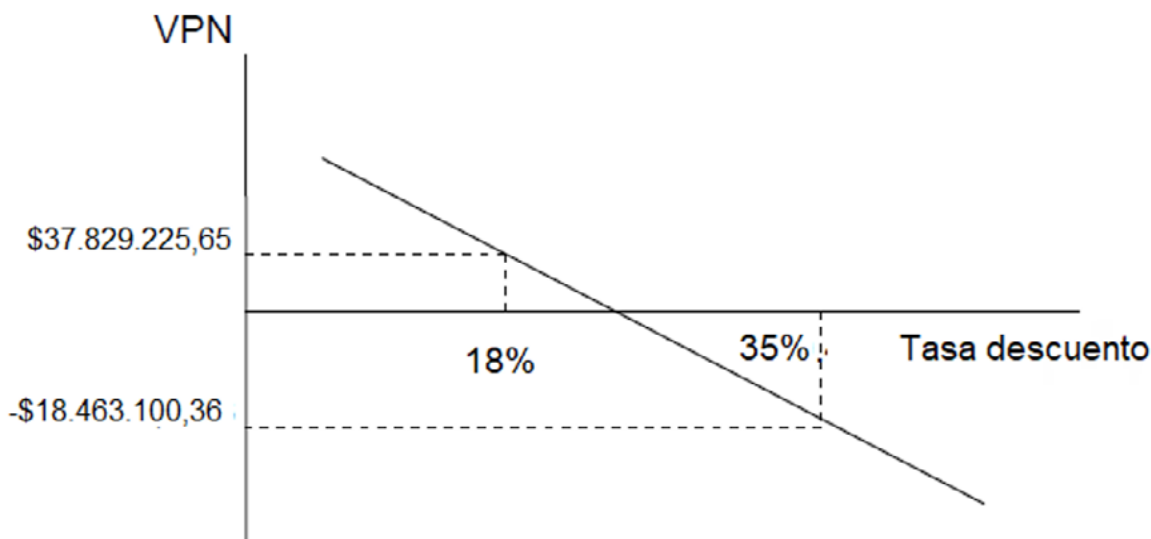


Figura 6. Gráfica de relación entre Tasa de descuento y VPN.  
Fuente: propia

Se puede apreciar en la figura 6 que entre mayor es la tasa de descuento, menor es el valor del VPN.

### Desventajas del VPN

1. Se requiere previo conocimiento sobre la tasa de descuento para poder evaluar financieramente los proyectos.
2. Cualquier equivocación en el cálculo de la tasa de descuento afecta la valoración de los proyectos alternativos, favoreciendo a los proyectos de mayor monto, puesto que será más fácil encontrar el valor presente de un proyecto de mayor valor en comparación con el valor presente de un proyecto de poco valor.
3. Un aumento o una disminución leve en la tasa de descuento puede cambiar la clasificación de los proyectos.

## Reglas de decisión del VPN

- Si  $VPN > 0$ , se acepta financieramente el proyecto.
- Si  $VPN < 0$ , se rechaza financieramente el proyecto.
- Si  $VPN = 0$ , es indiferente financieramente invertir o no en el proyecto.

## Cálculo de VPN mediante Excel 2013

Se pueden utilizar dos fórmulas para calcular el **Valor Presente (VP)**:

**A. VA:** se utiliza cuando las cuotas o pagos son uniformes, los períodos son iguales y las tasas de interés son constantes. Siempre se debe ingresar el valor inicial del proyecto con signo negativo (**- I0**), para que la función realice el cálculo apropiadamente. **B. VNA:** se utiliza cuando se tienen períodos iguales y tasas de interés constantes. Computa el valor presente neto de una inversión con base en una tasa de descuento y una serie de pagos futuros (valores negativos) e ingresos (valores positivos). Sus argumentos son: **VNA(tasa;valor1;[valor2];...)**. El argumento **"tasa"** corresponde a la tasa de descuento periódica a lo largo del período, **"valor1"** es obligatorio incluirlo y corresponde a los pagos futuros, en donde se puede seleccionar un rango de datos con signo negativo o positivo, **"valor2"** es opcional, debe tener la misma duración que **"valor1"** y ocurrir al final de cada período.

## Ejemplo para calcular VPN usando función VNA de Excel 2013



### Ejemplo

1. Calcular el VPN de 2 proyectos de inversión A y B, en donde la tasa costo de dinero (TCD) es igual a 15 %.

Período	Proyecto A	Proyecto B
0	-40.000.000	-40.000.000
1	12.000.000	8.000.000
2	12.000.000	6.000.000
3	12.000.000	5.000.000
4	12.000.000	0
5	80.000.000	95.000.000
TCD	15%	
VPN	\$34.033.879,18	\$22.012.754,76

Figura 7. Cálculo de VPN de 2 proyectos de inversión utilizando la función VNA de Excel 2013  
Fuente: propia



Se puede observar en la **figura 7** al utilizar la función VNA de Excel 2013, que ambos proyectos de inversión se aceptan puesto que los resultados son mayores a cero. El primer argumento tasa corresponde a la **tasa** de descuento, que es de **15 %** y se representa como **TCD**, el segundo argumento es **valor1** y corresponde a los cinco flujos de dinero que empiezan en el período 1 y terminan en el período 5 ( $12.000.000 + 12.000.000 + 12.000.000 + 12.000.000 + 80.000.000$ ). De acuerdo con Microsoft, la función **VNA** utiliza dentro de sus argumentos flujos de dinero futuro, por lo cual el **flujo inicial (-40.000.000)** puede estar ubicado en el periodo **0** o puede ser que se produzca al comienzo del primer periodo, no se incluyen valores en los argumentos, sino que se suma al final (fuera de la función VNA) para obtener el **VPN**, puesto que todos los flujos estarán ubicados en el **período cero** (Microsoft, VNA (función VNA), 2017).

**2. Tasa Interna de Retorno (TIR):** es la tasa de rendimiento que iguala a cero el VPN de un proyecto. Muestra la **rentabilidad** del proyecto bajo el supuesto de que todos los ingresos son reinvertidos automáticamente a la misma tasa. Es **"interna"** porque solo depende de los flujos de dinero de una inversión en particular, no de las tasas ofrecidas por otras alternativas de inversión.



### Rentabilidad

Es la ganancia o utilidad que se ha conseguido de un recurso o activo.

### Reglas de decisión de la TIR

- Si  $TIR > \text{Tasa de descuento}$ , se acepta financieramente el proyecto.
- Si  $TIR < \text{Tasa de descuento}$ , se rechaza financieramente el proyecto.
- Si  $TIR = \text{Tasa de descuento}$ , se acepta financieramente el proyecto

## Ventajas de la TIR

1. Logra clasificar los proyectos de inversión de acuerdo con su tasa de descuento.
2. Valora el importe del dinero en el tiempo.
3. No precisa conocer la tasa de descuento para poder computarlo.

## Desventajas de la TIR

- Se requieren cálculos aburridos cuando los flujos de efectivo son irregulares.
- Favorece a los proyectos de bajo monto.
- Lleva a resultados equivocados cuando los flujos de entradas y salidas de recursos del proyecto a lo largo de los años cambian de signo.

## Metodología de cálculo de la TIR

- La metodología para estimar la TIR puede adoptar dos variantes:
- Cuando los flujos de ingresos netos son uniformes.
- Cuando los flujos de ingresos netos son irregulares.

## Etapas para calcular la TIR con flujos uniformes

Computar el lapso máximo óptimo de recuperación de la inversión del proyecto de inversión.

Con base en la duración del proyecto, calcular la tasa de interés que convierte el valor presente neto en cero, utilizando por ejemplo una tabla financiera de anualidades, para calcular el factor de interés. La tasa de interés vinculada con ese factor, es la tasa interna de retorno redondeada al 1 % más próximo. Su fórmula de cálculo es:

$$I = \sum \frac{F}{(1+TIR)^n} = F * \left[ \frac{(1+TIR)^n - 1}{TIR * (1+TIR)^n} \right] \quad (18)$$

## Ejemplo de aplicación de la TIR mediante tabla financiera

Suponga que existe un proyecto que requiere financiación por \$20 millones, que produce flujos de dinero de \$5 millones anuales, durante 6 años para el proyecto A.

- **Paso 1:** El periodo de recuperación es 4 años, que resulta de dividir la inversión entre el flujo anual ( $\$20.000.000 / \$5.000.000 = 4$ ).
- **Paso 2:** En la tabla financiera de anualidades, el factor más cercano a 4, para el periodo de 6 años es **3,9975** (que corresponde al 13 %) y **4,1114** (que corresponde al 12 %). El valor más cercano a 4 es **3.9975**, por lo tanto, la TIR para el **proyecto A**, redondeado al 1 por ciento más próximo, es el **13 %**.

### Pasos para calcular la TIR con flujos no uniformes

La TIR se calcula mediante **interpolación**, mediante la ecuación:

$$TIR = i_1 + [(i_2 - i_1) \frac{(VPN_1)}{|VPN_1| + |VPN_2|}] \quad (19)$$



#### Interpolación

Consiste en determinar un dato dentro de un tramo en el que se conoce los importes en los bordes.

- **i2:** Tasa de corte (TC), con la que se calcula el VPN del proyecto y cuyo resultado debe ser positivo.
- **i3:** TC, con la que se calcula el VPN del proyecto y cuyo resultado debe ser negativo.
- **|VPN1|:** VPN positivo, en valor absoluto.



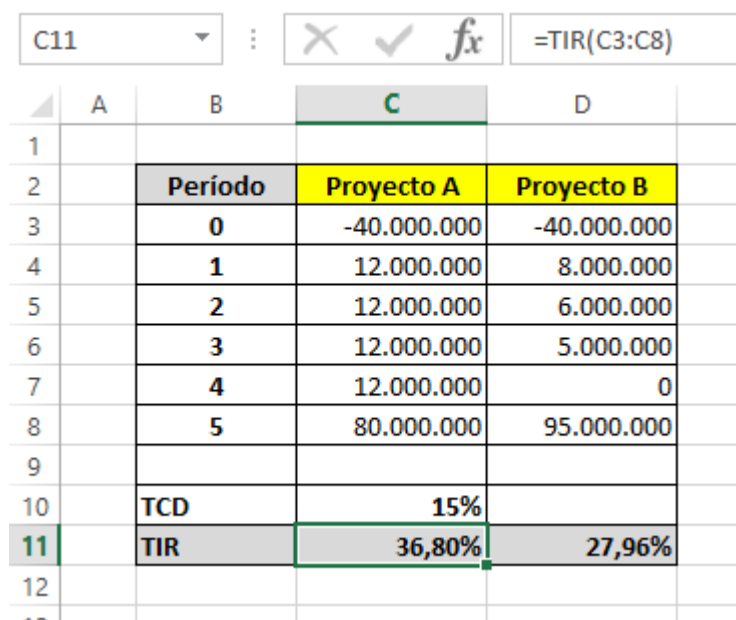
#### Tasa de corte

Es un índice que se emplea para deducir flujos de dinero.

- **|VPN2|:** VPN negativo, en valor absoluto.
- **Paso 1:** Hallar el valor presente neto positivo, con una TC adecuada (asignar valor 1).
- **Paso 2:** Elegir una TC mayor a la tasa del paso 1, con el fin de obtener un valor presente neto con valor negativo (asignar valor 2).
- **Paso 3:** Sustituir en la fórmula los valores de VPN y TC de los pasos 1 y 2, y determinar la TIR.

## Ejemplo para calcular TIR usando función TIR de Excel 2013

Calcular la TIR de 2 proyectos de inversión A y B, en donde la tasa costo de dinero (TCD) es igual a 15 %.



	A	B	C	D
1				
2		<b>Período</b>	<b>Proyecto A</b>	<b>Proyecto B</b>
3		0	-40.000.000	-40.000.000
4		1	12.000.000	8.000.000
5		2	12.000.000	6.000.000
6		3	12.000.000	5.000.000
7		4	12.000.000	0
8		5	80.000.000	95.000.000
9				
10		TCD	15%	
11		TIR	36,80%	27,96%
12				

Figura 8. Cálculo de TIR de 2 proyectos de inversión utilizando la función TIR de Excel 2013  
Fuente: propia

Se puede observar en la **figura 8** al utilizar la función TIR de Excel 2013, que ambos proyectos de inversión se aceptan, puesto que la TIR resultante (36,8 % y 27,96 %) en ambos proyectos es mayor a 15 %. Posee 2 argumentos, el primer argumento **Valores** corresponde a los flujos de dinero, sin importar si son positivos o negativos, no tienen que ser constantes, pero deben ocurrir en intervalos regulares. En la página web de Microsoft Office se menciona que la función TIR debe contener al menos un valor positivo y uno negativo para calcular la TIR. El orden de los flujos de dinero si influye en el resultado de la TIR. El resultado obtenido por TIR tiene una exactitud de 0,00001 %. Si TIR no llega a un resultado después de 20 intentos, devuelve el mensaje de error **#¡NUM!**. Si el resultado no se aproxima a su estimación, se debe realizar un nuevo intento con un valor diferente de estimar. El segundo argumento es Estimar, corresponde a un número que el usuario estima que se aproximará al resultado de TIR, se asume por defecto que es 10 %. No es necesario incluirlo (Microsoft, 2017).



### Lectura recomendada

Se invita a los estudiantes a realizar la lectura complementaria de (*Hartman y Schafrick, 2004*) sobre TIR y a desarrollar la actividad de aprendizaje: videopregunta.



Un proyecto es riesgoso cuando una o varias variables del flujo de caja son aleatorias en vez de determinísticas.

Existen 2 tipos de riesgo: **1. Diversificable:** es aquel riesgo controlado directamente por la organización y puede llegar a ser eliminado. **2. No diversificable o sistémico:** es un riesgo inherente al mercado, el cual no puede ser eliminado, pero si puede ser reducido.

El **riesgo total** es igual a la suma de ambos riesgos. Los individuos en general son **aversos** al riesgo y buscan maximizar su utilidad esperada, por lo tanto, la cantidad de dinero que estarían dispuestos a recibir en forma segura, en vez de asumir riesgo, sería menor que su esperanza matemática o valor esperado.

**Análisis probabilístico:** se va a suponer que la principal fuente de riesgo de un proyecto se debe a la variabilidad de los flujos de caja estimados. Esto implica suponer que el resto de variables involucradas como inversión, costo de oportunidad y vida útil, son ciertas. Primeramente se debe determinar el valor esperado **E()** o promedio del flujo de caja de cada período, mediante la siguiente ecuación:

$$E(FC_t) = \sum_{i=1}^n FC_{ti} P_i \quad (20)$$

Donde,  $E(FC_t)$ : corresponde al valor esperado del flujo de caja en el instante de tiempo  $t$ ,  $FC_{ti}$ : corresponde al flujo de caja en el momento  $(i)$  si se diera el resultado  $(i)$ ,  $n$ : número de posibles resultados del flujo de caja,  $P_i$ : es la probabilidad de ocurrencia del resultado  $i$ .

Posteriormente, a partir de los flujos de caja promedio se determina el valor esperado del VPN mediante la siguiente fórmula matemática:

$$E[VPN] = E\left[I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{FC_t}{(1+r)^t}\right] = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{E(FC)}{(1+r)^t} \quad (21)$$

Donde, **n**: número de períodos, **r**: tasa de descuento.



## Ejemplo

Existen dos alternativas de inversión (S y CH). La primera consiste en abrir una sanduchería y la segunda consiste en la fabricación de chocolates para su comercialización. Ambos requieren una inversión inicial de \$1 millón y tienen un costo de oportunidad del 10 %. Los dos flujos de dinero de cada proyecto junto con tres escenarios posibles son:



PROYECTO S	E1	E2	E3
Flujo Caja 1	\$ 500.000	\$ 700.000	\$ 900.000
Prob. 1	20%	30%	50%
Flujo Caja 2	\$ 600.000	\$ 800.000	\$ 1.000.000
Prob. 2	40%	30%	30%

Tabla 3. Flujos de caja de dos alternativas de inversión Proyecto S.  
Fuente: propia

PROYECTO CH	E1	E2	E3	E4
Flujo Caja 1	\$ 500.000	\$ 600.000	\$ 800.000	\$ 900.000
Prob. 1	10%	20%	30%	40%
Flujo Caja 2	\$ 650.000	\$ 700.000	\$ 800.000	\$ 850.000
Prob. 2	20%	30%	30%	20%

Tabla 4. Flujos de caja de dos alternativas de inversión proyecto CH  
Fuente: propia

En el proyecto S, los flujos de dinero esperados serán:

$$E(\text{FC1}_s) = (500.000 \times 20\%) + (700.000 \times 30\%) + (900.000 \times 50\%) = 760.000$$

$$E(\text{FC2}_s) = (600.000 \times 40\%) + (800.000 \times 30\%) + (1.000.000 \times 30\%) = 780.000$$

El valor esperado del  $\text{VPN}_s$  es:

$$E[\text{VPN}_s] = -1 \times 10^6 + \frac{760 \times 10^3}{1,1} + \frac{780 \times 10^3}{(1,1)^2} = 335.537,2$$

Figura 9. Valor esperado de dos flujos de caja del proyecto S  
Fuente: propia



En el proyecto CH, los flujos de dinero esperados serán:

- $(FC1CH) = (500.000 \times 10\%) + (600.000 \times 20\%) + (800.000 \times 30\%) + (900.000 \times 40\%)$
- $E(FC1CH) = 770.000$
- $E(FC2CH) = (650.000 \times 20\%) + (700.000 \times 30\%) + (800.000 \times 30\%) + (850.000 \times 20\%)$
- $E(FC2CH) = 750.000$

El valor esperado del VPNCH es:

$$E[VPN_{CH}] = -1 \times 10^6 + \frac{770 \times 10^3}{1,1} + \frac{750 \times 10^3}{(1,1)^2} = 319.834,7$$

Figura 10. Valor esperado de dos flujos de caja del proyecto CH  
Fuente: propia

De acuerdo con los resultados, el inversionista debería seleccionar el proyecto que posea el mayor valor esperado del VPN. Por consiguiente, el inversionista escogerá el **proyecto S**. Aunque este criterio de decisión parezca siempre correcto, esto no siempre es así. De antemano se conoce que la esperanza matemática o valor esperado evalúa el importe que se estima cogerá una precisa variable aleatoria cuando se reitera varias veces en un mismo ensayo. No obstante, el proyecto no se repetirá varias veces y por consiguiente el grado de variabilidad de la rentabilidad es significativo para que el inversionista tome una decisión.

El riesgo de un proyecto está asociado con la versatilidad de sus flujos netos evaluados en cada período. La dispersión de una variable aleatoria puede ser calculada mediante la varianza ( $\sigma$ ). De este modo, la varianza de un flujo de dinero sería:

$$VAR[FC_t] = \sum_{i=1}^S (FC_{ti} - E(FC_t))^2 \cdot P_i \quad (22)$$

La desviación estándar es una escala de dispersión de un conjunto de datos entorno a la media y se calcula sacando la raíz cuadrada de la varianza.

Si se asume que los flujos de caja de cada período son independientes entre sí, significa que su covarianza es igual a cero. Su fórmula de cálculo será:

$$VAR[VPN] = \sum_{t=1}^n \frac{\sigma^2(FC_t)}{(1+r)^{2t}} \quad (23)$$

La varianza del VPN de cada proyecto será:

$$VAR[VPN_S] = \frac{244 \times 10^3}{(1,1)^2} + \frac{276 \times 10^3}{(1,1)^4} = 390,16 \times 10^3$$

$$VAR[VPN_{CH}] = \frac{201 \times 10^3}{(1,1)^2} + \frac{55 \times 10^3}{(1,1)^4} = 203,68 \times 10^3$$

Figura 11. Cálculo de varianza del VPN de los proyectos A y B.  
Fuente: propia

Serán menos riesgosos aquellos proyectos con un rendimiento que presente una menor dispersión o menor desviación estándar. Por tanto, el proyecto A (sanduchería) es más riesgoso que el proyecto B (elaboración de chocolates). Suponiendo que un inversionista es adverso al riesgo, la determinación a tomar entre dos proyectos con igual rentabilidad y VPN esperado, será aquella que tenga más bajo riesgo (menos desviación estándar). De la misma forma, entre varios proyectos con igual nivel de riesgo, se elegirá aquel que genere mayor rentabilidad, puesto que se desea maximizar la rentabilidad dado un cierto nivel de riesgo. Ambas opciones serán eficientes.

El inversionista tendrá que optar entre dos presiones opuestas: maximizar el valor esperado del VPN y minimizar el riesgo.

## Cierre

El contenido responde apropiadamente la pregunta planteada al inicio del referente.

Podemos resumir este último eje afirmando que las tasas de interés se asimilan al alquiler pagado por el uso de los capitales o recursos. Tienen diferentes clasificaciones dependiendo de su causación, capitalización y tipo de variable económica analizada. La ciencia financiera ha podido avanzar y profundizar en varios aspectos como las series uniformes y los gradientes geométricos. Se utilizan mayormente en el cálculo de amortizaciones para muchas transacciones comerciales y operaciones de crédito. Los conceptos de valor presente y valor futuro han permitido desarrollar la evaluación financiera de proyectos, permitiendo tomar importantes decisiones sobre diferentes alternativas de financiamiento

y de inversión por parte de los administradores financieros y las juntas directivas de las organizaciones. Por último, los dos principales métodos de evaluación de proyectos (VPN y TIR) permiten comparar diferentes tipos de proyectos de inversión que anteriormente era imposible evaluar y ahora es posible gracias a la medición de su rentabilidad como criterio de decisión, analizando no solo los montos de los flujos de dinero y los intervalos de tiempo entre unos y otros, sino también la tasa de descuento que puede ser determinante. El criterio para usar uno u otro sin lugar a dudas depende de la determinación de la tasa de descuento, y que de contar con ella permite utilizar el VPN, de lo contrario solo podrá utilizar la TIR.



### Instrucción

Se invita a los estudiantes a realizar la actividad evaluativa.

Hartman, J., & Schafrick, I. (2004). *The relevante internal rate of return*. Recuperado de 2017, de <http://proxy.bidig.areandina.edu.co:2048/login?url=https://search.proquest.com/docview/206701608?accountid=50441>

Microsoft. (2017). *TIR (función TIR)*. Recuperado de <https://support.office.com/es-es/article/TIR-funci%C3%B3n-TIR-64925EAA-9988-495B-B290-3AD0C163C1BC>

Microsoft. (2017). *VNA (función VNA)*. Recuperado de <https://support.office.com/es-es/article/VNA-funci%C3%B3n-VNA-8672cb67-2576-4d07-b67b-ac28acf2a568>

Vélez, L. D. (2005). *Un juicio sobre el valor presente neto como criterio de decisión*. Recuperado de <http://proxy.bidig.areandina.edu.co:2048/login?url=https://search.proquest.com/docview/1677615999?accountid=50441>