MATEMÁTICAS BÁSICAS
para ciencias de la salud

Rosario Granados Silva

Matemáticas básicas para ciencias de la salud

Rosario Granados Silva

Matemáticas básicas para ciencias de la salud

Rosario Granados Silva

AREANDINA
Fundación Universitaria del Área Andina

Granados Silva, Rosario autor
Matemáticas básicas para ciencias de la salud -- / Rosario Granados Silva
-- Bogotá: Fundación Universitaria del Área Andina, 2019.

isbn 978-958-5539-50-1

124 páginas: gráficas; 23 cm.

Incluye índice.

1. Matemáticas 2. Análisis matemático.3. Análisis numérico

Catalogación en la fuente Biblioteca. Fundación Universitaria del Área Andina (Bogotá)

519.27 – scdd22

MATEMÁTICAS BÁSICAS PARA CIENCIAS DE LA SALUD

ISBN (digital): 978-958-5539-50-1

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA DEL ÁREA ANDINA

Calle 70 No. 12-55, Bogotá, Colombia

Tel: +57 (1) 7424218 Ext. 1231

Correo electrónico:
publicaciones@areandina.edu.co

Dirección editorial:
Eduardo Mora Bejarano

Coordinación editorial:
Camilo Andrés Cuéllar Mejía

Concepto gráfico:
Diseño, composición e impresión
Entrelibros e-book solutions
www.entrelibros.co
Laura García Tovar

Impreso en Bogotá, Colombia.
Depósito legal según Decreto 460 de 1995.

BANDERA INSTITUCIONAL BOGOTÁ

Pablo Oliveros Marmolejo ⸸
Gustavo Eastman Vélez
Miembros Fundadores

Diego Molano Vega
Presidente de la Asamblea General y Consejo Superior

José Leonardo Valencia Molano
Rector Nacional y Representante Legal

Martha Patricia Castellanos Saavedra
Vicerrectora Nacional Académica

Ana Karina Marín Quirós
Vicerrectora Nacional de Experiencia Areandina

María José Orozco Amaya
Vicerrectora Nacional de Planeación y Calidad

Darly Escorcia Saumet
Vicerrectora Nacional de Crecimiento y Desarrollo

Erika Milena Ramírez Sánchez
Vicerrectora Nacional Administrativa y Financiera

Felipe Baena Botero
Rector - Seccional Pereira

Gelca Patricia Gutiérrez Barranco
Rectora - Sede Valledupar

María Angélica Pacheco Chica
Secretaria General

Eduardo Mora Bejarano
Director Nacional de Investigaciones

Cristian Julían Díaz Álvarez
Decano Nacional de Facultad de Ingenierías y Ciencias Básicas

Nancy Mesa Arguello
Directora Departamento de Ciencias Básicas

Camilo Andrés Cuéllar Mejía
Subdirector Nacional de Publicaciones

CONTENIDO

Agradecimientos

Quiero agradecer primero a Dios, quien me dio siempre la fortaleza y el ánimo para salir adelante en los momentos difíciles y con quien siempre celebré mis triunfos.

Mi cálido aprecio a aquellos compañeros y amigos que me apoyaron en la preparación de este trabajo, ofreciendo sus sugerencias; mi gratitud especial para la doctora Gloria García Oliveros y los doctores Oscar Pinillos Bohórquez, Luis Carlos Anzola Pachón, Bernardo Ortiz y Mario Santamaría.

Siempre es un privilegio expresar mi gratitud a toda mi familia, especialmente a mi hija María Camila por su amor y apoyo.

Un especial reconocimiento a la Dirección Nacional de Investigaciones y Desarrollo de la Fundación Universitaria del Área Andina porque con sus comentarios y críticas permitieron corregir y mejorar algunos aspectos del trabajo.

Dedicatoria

A los estudiantes de ciencias de la salud, con la esperanza de que lo utilicen, lo aprovechen y lo disfruten.

Capítulo 1

Conjuntos numéricos

Medir y contar fueron probablemente las primeras actividades de tipo matemático que realizó el hombre; posiblemente después de muchos siglos, este tuvo el concepto abstracto de número.

Fue G. Frege quien asoció el concepto de número natural a la teoría de conjuntos; las funciones eran conocidos por los babilonios, según se observa en tablillas uniformes del año 2000 a. C.

Los números irracionales se atribuyen a Pitágoras (572 – 497 a.C.), quien estableció la relación entre los catetos de un triángulo y su hipotenusa en su famoso teorema. Más tarde, Teodoro de Cirene demostró la irracionalidad de $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$.

Los números negativos fueron estudiados muy poco, e incluso rechazados en la Edad Media. Solo en el siglo XVI Harriot introdujo el signo (-) para caracterizar los números negativos.

Introducción

Una colección cualquiera de objetos se conoce como un conjunto.

Los conjuntos se denotan con letras mayúsculas y sus elementos se escriben entre llaves y separados por comas. Ejemplos:

$$A = \{ a,e,i,o,u\}$$

$$B = \{1,2,3, ...9\}$$

$$C = \{x/x \text{ es un entero par}\}$$

Los conjuntos A y B están escritos en forma enumerada y el conjunto C en forma de notación conjuntista.

El conjunto C también se puede escribir en forma enumerada:

$$C = \{ 2, 4, 6, 8,...\}$$

El conjunto B también se puede escribir en notación conjuntista:

$$B = \{x/x \text{ es un dígito}\}.$$

Para indicar que un elemento pertenece a un conjunto se usa el símbolo $\in$ y para indicar que no pertenece se usa $\notin$.

Por ejemplo, al usar los conjuntos arriba mencionados:

$$5 \in B,\ m \notin A\ ,\ 13 \notin C,\ 100 \in C,\ 9 \in B,\ i \in A.$$

Se dice que dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos.

$$\text{Si } A = \{ 1,2,3 \} \text{ y } B = \{ 3,2,1 \} \text{ entonces, } A = B.$$

Si todos los elementos de un conjunto A son también elementos de otro conjunto B, entonces, se dice que A es un subconjunto de B y se denota por $A \subset B$.

Por ejemplo, considerar los siguientes conjuntos:

$$A = \{ x/x \text{ es un entero impar}\}$$

$$B= \{-5,-3,-1,1,3,5\}$$

$$C = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5 \}$$

Entonces, B es un subconjunto de A, pues todos los elementos de B son enteros impares; esto se denota por $B \subset A$.

El conjunto C no es un subconjunto de A, pues 0, 2, 4 no son elementos de A; esto se denota como $C \not\subset A$.

Propósitos (logros o competencias)

El conjunto de números reales

El **conjunto de números reales** se denota con la letra mayúscula **R.** Este conjunto se forma de la unión de los siguientes conjuntos:

El **conjunto de números naturales,** denotado por

$$\mathbf{N} = \{1,2,3,......\}$$

se conoce como el conjunto de números que se usa para contar.

El **conjunto de números cardinales**, denotado por

$$\mathbf{w} = \{0,1,2,3,....\}$$

Se observa que son los naturales más el cero.

El **conjunto de números enteros**, denotado por

$$\mathbf{Z} = \{- 3,-2,-1,\ 0,\ 1,\ 2,3,\ \}$$

Se observa que son los cardinales más los negativos.

El **conjunto de números racionales**, denotado y definido por

$$\mathbf{Q} = \{\ ,\ b \neq 0 \text{ y } a,\ b \text{ números enteros}\}$$

El **conjunto de números irracionales**, denotado y definido por

Q' = {decimales infinitos no repetitivos}

Estos números **no** se pueden expresar como un cociente entre dos enteros.

Ejemplos: $\sqrt{2}$, π, $\sqrt{3}$.

Expresiones de la forma $\frac{a}{b}$

Significados

Las expresiones de la forma $\frac{a}{b}$ pueden denotar:

Cociente

En este caso, $\frac{a}{b}$ representa la división de los números a y b. Por ejemplo, $\frac{3}{4}$ representa la división $3 \div 4$.

Un número racional equivale a 1 si se escribe de la forma a/a.

Ejemplos: 1/1, 3/3, 5/5, 10/10.

Todo número racional puede escribirse como un decimal finito o un decimal infinito repetitivo.

Ejemplos: ½ = 0,5, decimal finito; 1/3 = 0,333, decimal infinito repetitivo.

Relación parte-todo o medida

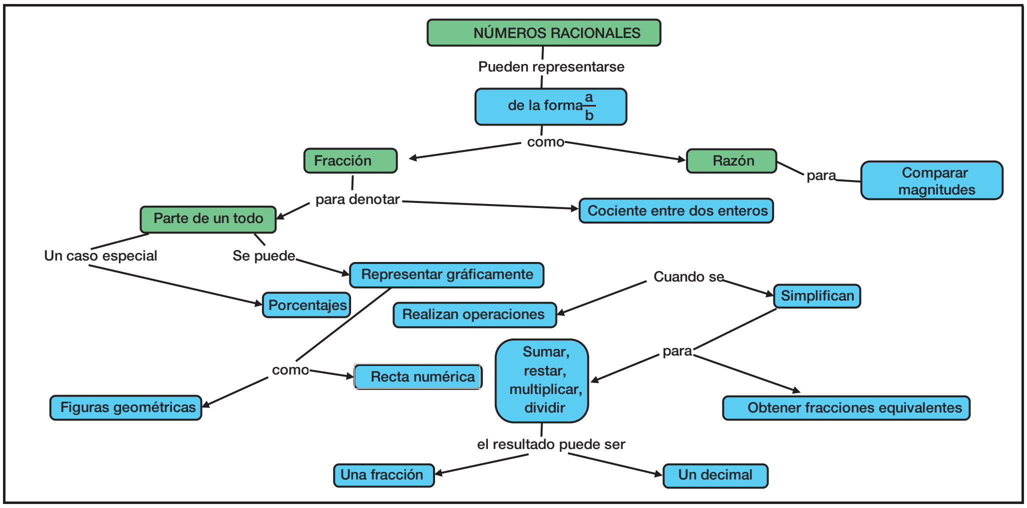
En este caso, la expresión $\frac{a}{b}$ representa una parte de una cantidad. Por ejemplo, $\frac{2}{5}$ de una cantidad significa dividir la cantidad en 5 partes iguales y tomar 2 de ellas.

A veces se utiliza como indicador de medida, al comparar una cantidad con respecto a otra. Por ejemplo, en un salón hay la mitad de estudiantes que en el otro salón.

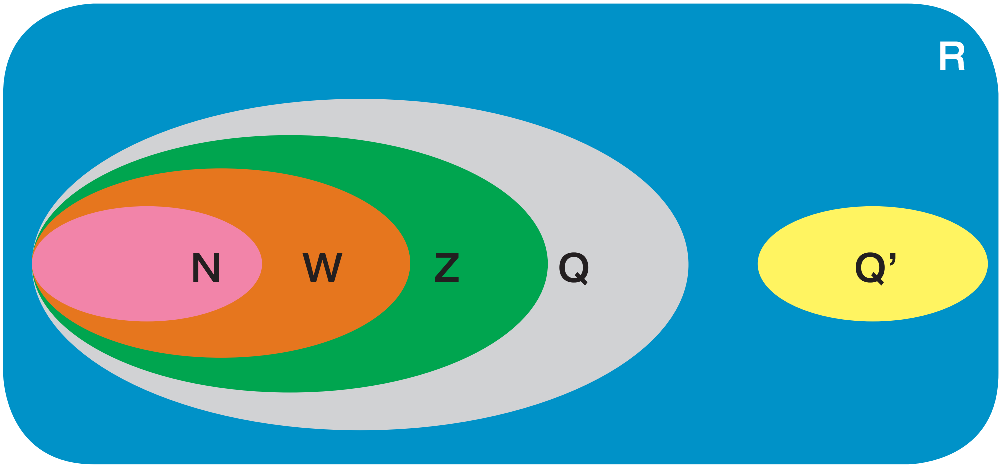
Cuando el todo o referente es representado por 100, $\frac{a}{b}$ significa un porcentaje. Al decir el 30% de los estudiantes no tiene el libro, el 30% representa a la fracción $\frac{30}{100}$, lo cual equivale a decir que los $\frac{3}{10}$ de los estudiantes no tienen el libro.

Razón

Cuando se comparan dos cantidades o magnitudes de la misma clase. Si la relación corresponde a magnitudes de diferente clase, $\frac{a}{b}$ se llama **rata.**



La relación entre los conjuntos antes mencionados es:



Propiedades de los números reales

Si a, b y c son números reales, entonces:

Propiedad	Operación	Definición	Qué dice	Ejemplo
Conmutativa	Suma	$a+b=b+a$	El orden al sumar o multiplicar reales no afecta el resultado.	$2+8=8+2$
	Multiplicación	$ab=ba$		$5(-3)=(-3)5$
Asociativa	Suma	$a+(b+c)=(a+b)+c$	Se pueden hacer diferentes asociaciones al sumar o multiplicar reales, sin que se afecte el resultado.	$7+(6+1)=(7+6)+1$
	Multiplicación	$a(bc)=(ab)c$		$-2(4x7)=(-2x4)7$
Identidad	Suma	$a+0=a$	Todo real sumado a 0 se queda igual; el cero es la identidad aditiva.	$-11+0=-11$
	Multiplicación	$a(1)=a$	Todo real multiplicado por 1 se queda igual; 1 es la identidad multiplicativa.	$17(1)=17$
Inversos	Suma	$a+(-a)=0$	La suma de opuestos es cero.	$15+(-15)=0$
	Multiplicación	$(a)\frac{1}{a}=1$	El producto de recíprocos es 1	$\frac{1}{4}(4)=1$
Distributiva	Suma respecto a multiplicación	$a(b+c)=ab+ac$	El factor se distribuye en cada sumando.	$2(x+8)=2(X)+2(8)$

Otras propiedades son:

Propiedad de los opuestos	Qué dice	Ejemplo
$-(-a) = a$	El opuesto del opuesto es el mismo número.	$-(-9)=9$
$(-a)(b)= a\ (-b)= -(ab)$	El producto de reales con signos diferentes es negativo.	$(-15)\ (2) = 15(-2) = -(15 \times 2) = -30$
$(-a)(-b) = ab$	El producto de reales con signos iguales es positivo.	$(-34)\ (-8) = -34 \times -8= 272$
$-1\ (a) = -a$	El producto entre un real y -1 es el opuesto del número real.	$-1\ (7.6) = -7.6$

Las propiedades del cero son las siguientes:

Propiedad del cero	Qué dice	Ejemplo
$a \times 0 = 0$	Todo real multiplicado por 0 es 0.	$16 \times 0 = 0$
$a \times b = 0$; entonces, $a = 0$ o $b = 0$	Si un producto es 0 entonces al menos uno de sus factores es igual a 0.	$(a+b)(a-b) = 0$; entonces, $a+b=0$ o $a-b=0$

Se debe recordar que:

Operación	Definición	Qué dice	Ejemplo
Resta	$a - b = a + (-b)$	La resta es la suma del opuesto del sustraendo.	$2 - 8 = 2 + (-8) = -6$
División	$a \div b = a(1/b)$	La división es la multiplicación por el recíproco del divisor.	$2 \div 5 = 2 \times 1/5 = 2/1 \times 1/5 = 2/5.$

Preguntas de autoevaluación

1. Dada la siguiente tabla, poner una cruz en el o los casilleros correspondientes a todos los conjuntos numéricos a los cuales pertenece cada uno de los números dados:

Número	N	Z	Q	Q'	R
-5					
3π					
2					
-1/4					
6,3					
0					
$\sqrt{5}$					
$\sqrt{-1}$					
3,3782					
$\sqrt{4}$					

2. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son falsas y cuáles son verdaderas? Indicar verdadero o falso (*v* o *f*).

   a. $\sqrt[3]{27} \in Q$ ( )

   b. $\sqrt{-25} \in R$ ( )

   c. $2/5 \in Q$ ( )

   d. $\sqrt[3]{-27} \in R$ ( )

   e. $\sqrt{3} \in I$ ( )

3. Determinar si la afirmación es verdadera o falsa (*v* o *f*). Si es falsa, justificar su respuesta.

   a. -8 es un número natural. ( )

   b. π es un entero. ( )

   c. -3/5 es un racional. ( )

   d. $7\sqrt{2}$ es un irracional. ( )

   e. 0 es un real. ( )

   f. 0/3 es racional. ( )

4. Dar un ejemplo de un número que satisfaga cada una de las condiciones dadas:
    a. Racional que no sea entero.
    b. Entero que no sea natural.
    c. Natural que no sea racional.
    d. Real que no sea racional.
    e. Entero que no sea real.
5. El entrenador de un equipo de fútbol realizó el control de peso de 10 de sus jugadores. El peso ideal es 73 kg. Después escribió la información en la tabla.

Jugador	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Kg de más o de menos	+3	+1	0	-4	+6	-2	+2	-1	-5	+5

¿Qué indican: los números negativos, los positivos y el cero?

6. Un número puede ser el resultado de diferentes operaciones, por ejemplo: 12 es el resultado de 60/5, 16-4, 9+3., 6(4)/2… Con 4 cuatros y las operaciones que usted conoce se pueden expresar los dígitos. Por ejemplo: 1 = 44/44 ; 2= 4/4 + 4/4. Expresar los demás dígitos.

FICHA DE TRABAJO
UNIDAD 1

NOMBRE:__________________________

FECHA:___________________________

1

CONJUNTOS NUMÉRICOS

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

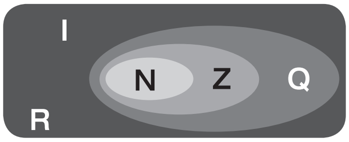
- Identificar los números reales y sus propiedades.
- Identificar las diferentes expresiones de los números racionales.

SESIÓN ACTIVADORA: DE CONFRONTACIÓN DE IDEAS Y CONCEPTOS A VALIDAR

- ¿Sabe usted cuantos subconjuntos pertenecen al conjunto de los números reales?
- ¿Los números enteros son siempre positivos?
- ¿El cociente entre dos enteros es siempre un entero?

PARA AVANZAR MÁS

1. Dado el siguiente diagrama, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera s)?



I. El conjunto de los números naturales unido con el conjunto de los números enteros forma el conjunto de los números racionales.

II. El conjunto de los números naturales es subconjunto del conjunto de los números enteros, y los dos son subconjunto del conjunto de los números racionales.

III. La unión del conjunto de los números racionales y el conjunto de los números irracionales forma el conjunto de los números reales.

a. Solo I es verdadera.

b. I y II son verdaderas.

c. II y III son verdaderas.

d. I y III son verdaderas.

e. I, II y III son verdaderas.

2. Dada la siguiente tabla, poner una x en el o los casilleros correspondientes a todos los conjuntos numéricos a los cuales pertenece cada uno de los números dados:

Número	-8	7π	4	-1/8	3,6	0	√5	√-9	8,3782	√25
N										
Z										
Q										
I										
R										

3. Clasificar cada uno de los siguientes números en el conjunto numérico más pequeño al cual pertenece (N, Z, Q, I, R).
    a. -5/4
    b. 0,333
    c. √3
    d. -7
    e. -√3
    f. 5/24

4. El resultado de $\left[5967 + (-45{,}987) - \left(-\frac{2352}{6}\right) + 0{,}07\right]$ es:
    a. 631,3083
    b. 52,253
    c. 522,53
    d. 5529,083
    e. 6313,083

5. Los decimales que pueden escribirse en forma de fracción son:
    a. Los finitos e infinitos periódicos.
    b. Los infinitos periódicos, únicamente.
    c. Los infinitos no periódicos.
    d. Todos los decimales.

FICHA DE TRABAJO
UNIDAD 1

NOMBRE:___________________________

FECHA:___________________________

2

CONJUNTOS NUMÉRICOS

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Identificar los números reales y sus propiedades.
- Identificar las diferentes expresiones de los números racionales.

SESIÓN ACTIVADORA: DE CONFRONTACIÓN DE IDEAS Y CONCEPTOS A VALIDAR

¿Todos los números son reales?

PARA AVANZAR MÁS

1. Indicar *f* o *v*, según sea el caso.
   a. La diferencia entre dos números naturales no siempre es un número natural. ( )
   b. El cociente de dos números naturales no siempre es un número natural. ( )
   c. La suma, la diferencia y el producto de dos números enteros es otro número entero. ( )
   d. El cociente de dos números enteros no siempre es un número entero. ( )
   e. $\frac{2}{3}$ es un número real. ( )
   f. $\frac{144}{12}$ es un número entero ( )
   g. 1,32 es un número racional. ( )

2. Representar los cinco primeros números naturales en la recta numérica y contestar:
   a. ¿Cuántos números naturales hay entre 2 y 3?
   b. ¿Cuántos entre 1 y 5?
   c. ¿Cuántos entre 3 y 5?

3. Expresar de tres formas diferentes cada una de las siguientes operaciones, indicando la propiedad empleada:
   a. $5 + 3 = 3 + 5$
   b. $2 + (3 + 4) = (2 + 3) + 4$
   c. $(6 \times 3) \times 1 = 6 \times (3 \times 1)$
4. Intercalar:
   a. 3 números racionales entre 4 y 5.
   b. 5 números racionales entre 0 y 1.
   c. 2 números racionales entre -2 y -1.
5. Escribir en forma decimal los números racionales:
   a. 15/4
   b. -18/7
   c. -42/5
   d. 56/8
   e. 17/11
   f. 5/25

AUTOEVALUACIÓN

¿QUÉ APRENDÍ?	¿QUÉ DESAPRENDÍ?	ASPECTOS PARA MEJORAR

Capítulo 2

Fracciones

La noción de racional proviene de ración (parte de un todo). Los números racionales están formados por los números enteros (que pueden expresarse como cociente: 6= 6/1, 28=28/1) y los números fraccionarios (los números racionales no enteros: 2/5, 3/12).

Es importante tener en cuenta que, mientras que en los números enteros cada número tiene un siguiente (-1, 0, 1, 2, 3, 4…), existen infinitos números entre cada número racional.

PROPÓSITOS (LOGROS O COMPETENCIAS)

- Identificar las fracciones como una expresión de los números racionales.
- Justificar sus procedimientos al realizar operaciones con números fraccionarios.

NÚMERO FRACCIONARIO

Conocido también como fracción o número fraccionario, es el que expresa 1 o más partes iguales de la unidad.

Términos

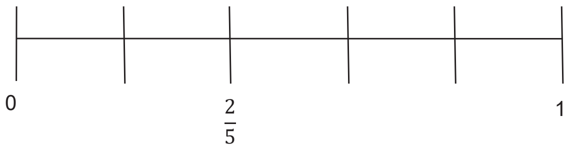
La fracción está compuesta por 2 términos básicos, el **numerador** y el **denominador.**

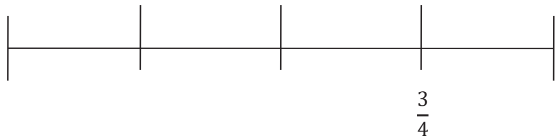
El numerador indica cuántas partes se toman de la unidad.

El denominador menciona en cuantas partes se ha dividido la unidad.

Por ejemplo: $\frac{2}{3}\left(\frac{NUMERADOR}{DENOMINADOR}\right)$

También:





Escritura

Una fracción tiene 2 formas de escribirse (notación). La primera es poniendo una línea horizontal entre el numerador y el denominador. Por ejemplo: $\frac{2}{7}$.

La otra forma es poniendo una línea diagonal entre ambos números. Por ejemplo: 10 / 3.

Lectura

Para leer un fraccionario, primero se lee el numerador como se enuncian comúnmente los números: un, dos, tres, cuatro, etc… El denominador lo leemos así: 2 es medios, 3 es tercios, 4 es cuartos, 5 es quintos, 6 es sextos, 7 es séptimos, 8 es , 9 es novenos y 10 es décimos.

Cuando el denominador sea mayor que 10, se le añade al número la terminación avo. Con base en esta regla, se puede decir que 11 se lee onceavo, 12 se lee doceavo, 13 se lee treceavo, etc.

Por ejemplo: 3 / 5 se lee tres quintos; 1 / 45 se lee un cuarentaicincoavo.

Clases

Las fracciones se dividen en 2 tipos:

Fracción común

Es la fracción cuyo denominador no es la unidad seguida de ceros. Por ejemplo: 18 / 3, 9 / 5.

Fracción decimal

Es la fracción que tiene como denominador la unidad seguida de ceros. Por ejemplo: 6 / 10, 8 / 100.

Tipos

Sin importar que sea decimal o común, las fracciones pueden ser:

Propias: son las fracciones que tienen el numerador menor que el denominador, por ejemplo: $\frac{19}{130}, \frac{12}{43}$.

Impropias: son las fracciones que tienen el numerador mayor que el denominador, por ejemplo: $\frac{150}{42}, \frac{98}{22}$.

Unitarias: son las fracciones que tienen el numerador igual al denominador, por ejemplo: $\frac{4}{4}$, $\frac{15}{15}$.

Número mixto: una fracción mixta es aquella que contiene un número entero y una fracción , por ejemplo: $2\frac{1}{5}$, $7\frac{2}{3}$.

Algunas afirmaciones que se pueden hacer con respecto a las fracciones son:

- Toda fracción propia es menor que la unidad.
- Toda fracción impropia es mayor que la unidad.
- Toda fracción unitaria es igual a la unidad.
- Todo número mixto contiene un número exacto de unidades y además una o varias partes iguales de la unidad.
- De varias fracciones que tengan igual denominador, es mayor la que tenga mayor numerador.
- De varias fracciones que tengan el mismo numerador, es mayor la que tenga menor denominador.
- Si a los 2 términos de una fracción propia (numerador y denominador) se les suma un mismo número, la fracción nueva es mayor que la primera.
- Si el numerador de una fracción es multiplicado por cierto número, la nueva fracción queda multiplicada por dicho número, pero si es el denominador el que se multiplica, la fracción queda dividida.
- Si los 2 términos de una fracción se multiplican o dividen por un mismo número, la fracción no varía.
- Si a los 2 términos de una fracción propia se les resta un mismo número, la nueva fracción es menor que la primera.
- Si a los 2 términos de una fracción impropia se les suma un mismo número, la fracción nueva es menor que la anterior; sin embargo, si se les resta un mismo número, la nueva fracción va a ser mayor que su antecesora.

PREGUNTAS Y RESPUESTAS SOBRE FRACCIONES

¿Cómo se obtiene la fracción de un número?

Calcular la fracción de un número es lo mismo que multiplicar la fracción por ese número.
Ejemplo: calcular los 2 / 3 de 60:

$$\frac{2}{3}(60) = \frac{2x60}{3} = \frac{120}{3} = 40$$

También: $\frac{2}{3}(60) = 2(60 \div 3) = 2x20 = 40$

¿Cómo se convierte un número mixto en fracción impropia?

Muy sencillo, se multiplica el entero por el denominador y al producto se le suma al numerador. El denominador es el mismo. Por ejemplo: 6 ½.

En ese caso, se realiza la operación: $\frac{(6x2)+1}{2}$

Así quedaría la fracción: 13 / 2.

¿Cómo se sabe cuántos enteros hay en una fracción impropia?

Se divide el numerador por el denominador. Si el cociente es exacto, el mismo representa los enteros, pero si la división es inexacta, el residuo es el numerador, y el divisor es el denominador. Por ejemplo:

18 / 6 = 18÷6 = 3 (número entero)

9 / 5 = 9÷ 5 = 1 4/5

¿Cómo se reduce un número entero a fracción?

Existen 2 formas:

La más sencilla consiste en ponerle al número el denominador

1. Por ejemplo: 3 = 3 / 1, 24 = 24 / 1.

Cuando se da un denominador específico, lo que se hace es multiplicar ese número por el denominador dado, y de ese modo se saca el numerador. El denominador es el que se tenía previamente. Por ejemplo:

número entero = 13; denominador dado = 5

13 x 5 = 65

Fracción = 65 / 5

¿Cómo se puede reducir o multiplicar una fracción?

- Para multiplicar una fracción, lo único que se hace es multiplicar el numerador y el denominador por el número dado o deseado. Por ejemplo:

  3 / 5

  3 x 3 = 9

  5 x 3 = 15

  Nueva fracción: 9 / 15

- Para reducir una fracción se divide el numerador y el denominador entre un número que pueda dividir a ambos de forma exacta. Por ejemplo:

  12 / 24

  12 ÷4 = 3

  24÷4 = 6

  Nueva fracción: 3 / 6

¿Qué es una fracción irreducible?

Es la fracción que, como su nombre lo dice, no se puede reducir más, utilizando factores primos. Esto ocurre porque el numerador y el denominador son primos entre sí. Cuando una fracción es irreducible se dice que está en su más simple expresión o a su mínima expresión. Por ejemplo:

7 / 5, 20 / 33

Si se eleva una fracción irreducible a una potencia, la fracción que resulta es también irreducible.

¿A qué se refiere el término "simplificación de fracciones"?

Esta expresión se refiere a convertir una fracción en otra equivalente, cuyos términos (denominador y numerador) sean menores. Para eso se dividen sus 2 términos sucesivamente por los factores comunes que tengan. Por ejemplo:

500 / 125 ÷ 5 = 100 / 25 ÷ 5 = 20 / 5 ÷ 5 = 4 / 1 Es decir, 500/125 = 4

OPERACIONES CON RACIONALES

SUMA O RESTA

Lenguaje algebraico	Lenguaje natural	Ejemplo
$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$ $\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$	La suma o resta de fracciones con denominadores iguales es igual a la suma o resta de los numeradores sobre el mismo denominador.	$\frac{5}{10}+\frac{7}{10}=\frac{5+7}{10}=\frac{12}{10}$ $\frac{5}{10}+\frac{7}{10}=\frac{5-7}{10}=\frac{-12}{10}$
$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$ $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$	La suma o resta de fracciones con denominadores diferentes es igual a la suma o resta del producto cruzado sobre el producto de los denominadores.	$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{1(3)+2(2)}{2(3)}=\frac{3+4}{6}=\frac{7}{6}$

MULTIPLICACIÓN

Lenguaje algebraico	Lenguaje natural	Ejemplo
$\frac{a}{b}\text{x}\frac{c}{d}=\frac{a(d)}{c(b)}$	El producto de fracciones es igual al producto de los numeradores sobre el producto de los denominadores.	$\frac{4}{7}\text{x}\frac{3}{5}=\frac{4\ (3)}{7\ (5)}=\frac{12}{35}$

DIVISIÓN		
$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a(d)}{c(b)}$	La forma más directa de dividir dos fracciones es realizando productos cruzados. Así, el cociente de dos fracciones es otra fracción que tiene como numerador el producto del numerador del dividendo por el denominador del divisor, y cuyo denominador es el producto del denominador del dividendo por el numerador del divisor.	$\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} = \frac{1}{2} \text{ x } \frac{5}{3} = \frac{1\text{x}5}{2\text{x}3} = \frac{5}{6}$
$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \text{ x } \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$	También se puede ‘invertir’ la segunda fracción y mutiplicar ’directamente’, es decir, numerador por numerador, y denominador por denominador.	$\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} = \frac{1}{2} \text{ x } \frac{5}{3} = \frac{1(5)}{2(3)} = \frac{5}{6}$
$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a(d)}{b(c)}$	También, poniendo una fracción en el numerador y la otra en el denominador, se simplifica en otra fracción, donde se divide el producto de extremos entre el producto de medios:	$\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{5}} = \frac{1(5)}{2(3)} = \frac{5}{6}$

PARA RECORDAR

Lenguaje algebraico	Lenguaje natural	Ejemplo
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $= bc$	Dos fracciones son iguales si el producto cruzado entre sus términos es igual.	$\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$ entonces $1(12) = 2$ (6)
$\frac{ad}{bd} = \frac{a}{b}$	Al simplificar una fracción se eliminan los divisores comunes entre sus términos.	$6/22 = 6/2 \div 22/2 = 3/11$
$\frac{-a}{b} = \frac{c}{-b} = -\frac{a}{b}$	Una fracción es negativa si al menos uno de sus términos es negativo.	$\frac{-9}{12} = \frac{9}{-12} = -\frac{9}{12}$

EJERCICIOS

Simplificar las siguientes fracciones:

1. $\frac{3}{6}$	2. $\frac{15}{45}$
3. $\frac{4}{9}$	4. $\frac{2}{8}$
5. $\frac{6}{12}$	6. $\frac{12}{48}$
7. $\frac{25}{125}$	8. $\frac{36}{144}$
9. $\frac{27}{162}$	10. $\frac{64}{96}$

Indicar cuál fracción es mayor (Utilizar los signos > o <):

1. $\frac{6}{11}$ $\quad$ $\frac{2}{9}$	2. $\frac{4}{11}$ $\quad$ $\frac{6}{7}$
3. $\frac{4}{9}$ $\quad$ $\frac{12}{17}$	4. $\frac{4}{3}$ $\quad$ $\frac{9}{2}$
5. $\frac{12}{122}$ $\quad$ $\frac{4}{18}$	6. $\frac{8}{18}$ $\quad$ $\frac{24}{34}$
7. $\frac{12}{9}$ $\quad$ $\frac{27}{6}$	8. $\frac{3}{18}$ $\quad$ $\frac{24}{34}$
9. $\frac{3}{4}$ $\quad$ $\frac{2}{9}$	10. $\frac{2}{5}$ $\quad$ $\frac{2}{9}$

Sumar las siguientes fracciones:

1. $\frac{9}{5} + \frac{1}{5}$	2. $\frac{2}{3} + \frac{5}{3}$
3. $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$	4. $\frac{5}{6} + \frac{1}{5}$
5. $\frac{3}{7} + \frac{11}{2}$	6. $\frac{11}{8} + \frac{21}{4}$
7. $\frac{9}{11} + \frac{5}{7}$	8. $\frac{3}{2} + \frac{4}{3}$
9. $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{2} + \frac{4}{3}$	10. $\frac{5}{6} + \frac{1}{5} + \frac{9}{5} + \frac{2}{3}$

Restar las siguientes fracciones:

1. $\frac{6}{7} - \frac{1}{7} =$	**2.** $\frac{6}{11} - \frac{1}{2} =$
3. $\frac{4}{3} - \frac{5}{2} =$	**4.** $\frac{5}{8} - \frac{1}{8} =$
5. $\frac{9}{11} - \frac{1}{5} =$	**6.** $\frac{21}{5} - \frac{11}{4} =$
7. $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$	**8.** $\frac{7}{9} - \frac{1}{3} =$
9. $\frac{2}{7} - \frac{1}{9} =$	**10.** $\frac{3}{5} - \frac{2}{9} =$

Calcular las siguientes fracciones:

1. Los 2/3 de los 5/9 de los 6/25 de 50 000.	2. Los 7/5 de los 2/7 de 200 000.
3. 2/9 de los 3/5 de 18.	4. 1/2 de los 2/3 de 24.
5. Los 3/2 de los 9/5 de los 6/45 de 75.	6. 4/18 de los 6/11 de 180.
7. 2/5 de los 3/2 de 300 000.	8. Los 5/2 de los 4/3 de los 3/25 de 5.
9. 7/2 de los 3/14 de 120.	10. 2/15 de los 3/2 de 150.

PROBLEMAS DE FRACCIONES

1. La cuarta parte del cuerpo humano está compuesta de agua; los tres décimos, de tejido vivo y el resto, de minerales. ¿Qué fracción corresponde a minerales?	2. Los seis décimos de la sangre humana están compuestos de agua; un quinto, de glóbulos rojos y blancos; un décimo, de otros y el resto, de minerales. ¿Qué parte corresponde a minerales?
3. Un recipiente contiene 5 l de solución salina, Se consumen los 2/5 de su contenido. ¿Cuántos litros de solución quedan?	4. Hace unos meses Pedro pesaba 126 kg, que representan los 2/3 de su peso actual. ¿Cuánto pesa Pedro?

5. Tres enfermeras cortan 2000 m de gasa. Una corta los 3/8; otra, los 1 1/3 de la anterior. ¿Cuántos metros tiene que cortar la tercera?

6. La quinta parte del día la emplea un joven en estudiar; la sexta parte en hacer ejercicios y la novena parte en divertirse. ¿Qué parte del día le queda libre?

7. Un promotor de salud obtiene un contrato para desarrollar un trabajo. Del valor del contrato gastará 1/4 en honorarios de otros profesionales, 3/16 en materiales varios, 1/16 en transporte y 1/8 en comisiones a terceros. ¿Qué porción del contrato quedará para al promotor?

8. Un estudiante tiene tres horas para resolver un examen. Utilizará 1/4 de hora para la primera sección y dos horas y 2/5 de hora para la segunda sección. ¿Cuántos minutos le quedarán para la última sección? ¿Cuánto tiempo en horas?

9. Un enfermero pone por la mañana las 3/4 partes de los apósitos que tenía. Por la tarde, 4/5 de los que le quedaban. Si al terminar el día aún le quedan 2 apósitos, ¿cuántos apósitos tenía?

10. Una ambulancia cubre la distancia entre dos ciudades en tres horas. En la primera hora 3/8 recorre del trayecto; en la segunda, los 2/3 de lo que le queda, y en la tercera, los 80 km restantes. ¿Cuál es la distancia total recorrida?

11. La ecuación (fórmula de Gauss) de las lentes convergentes puede expresarse así:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{1}{f}$$

donde do es la distancia del objeto a la lente, di es la distancia de la imagen a la lente y f es la distancia focal de la lente Si se considera un objeto a 10 cm de una lente convergente de 30 cm de distancia focal, ¿a qué distancia está situada la imagen producida por esa lente?

12. La ecuación (fórmula de Gauss)de las lentes divergentes puede expresarse así:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{1}{f}$$

donde do es la distancia del objeto a la lente, di es la distancia de la imagen a la lente y f es la distancia focal de la lente. Una lente divergente se emplea para formar la imagen virtual de un objeto real. El objeto se pone a 80 cm a la izquierda de la lente (do es negativa) y la imagen se localiza a 45 cm a la izquierda de la lente (di es negativa). Determinar la distancia focal de la lente.

13. La ecuación (fórmula de Gauss) de las lentes convergentes puede expresarse así:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{1}{f}$$

donde do es la distancia del objeto a la lente, di es la distancia de la imagen a la lente y f es la distancia focal de la lente. Si la distancia focal es de 10 cm, hallar la distancia de la imagen de un objeto situado a 15 cm de de la lente.

14. Alicia dispone de 300 jeringas. El jueves usó 2/5 de esa cantidad y el sábado, los 3/4 de lo que le quedaba. ¿Cuántas usó cada día y cuántas le quedan?

15. Si un funcionario emplea 5/8 del día en trabajar, ¿qué parte del día y cuántas horas dedica al descanso?

16. Una persona tenía $ 60 000. De ese capital pagó los 3/8 y gastó los 5/12 de lo que tenía inicialmente; si después recibió los 3 ¼ de $ 20 000, ¿cuánto tiene ahora?

17. De una finca de 1200 hectáreas se vende 1/8 y se arrienda 1/6; de lo que queda, 3/5 se cultivan y el área restante se deja para recreación. ¿Cuántas hectáreas se dejan para recreación?

18. Una persona gana mensualmente $ 800000. Gasta los 2/5 en alimentación; $ 260.000 en vivienda y ¼ de lo que le queda en otros gastos. ¿Cuánto puede ahorrar mensualmente?

19. Los 3/8 de una finca se venden, los 2/5 de lo que queda se siembran de caña y el resto de tabaco. ¿Qué parte de la finca se siembra de tabaco?

20. La edad de María es 1/2 de los 2/3 de la de Juana. Si esta tiene 24 años, ¿cuántos años tiene María?

FICHA DE TRABAJO
UNIDAD 2

1

NOMBRE:______________________________

FECHA:_______________________________

FRACCIONES

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

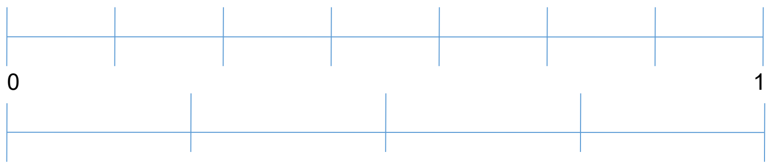
- Representaciones equivalentes del número racional.
- Propiedad del concepto "particiones iguales de la unidad" (o todo).
- Fracciones equivalentes.
- Visualización del fraccionamiento.

SESIÓN ACTIVADORA: DE CONFRONTACIÓN DE IDEAS Y CONCEPTOS A VALIDAR

¿El cociente entre dos enteros es siempre un entero?

PARA AVANZAR MÁS: UN CONJUNTO LLAMADO LOS RACIONALES

1. En cada una de las siguientes rectas numéricas, escribir en cada subdivisión la fracción correspondiente.



2. Juan tiene una parcela de tierra, como la figura. En la mitad quiere sembrar cebolla; en la mitad de la parte restante quiere sembrar zanahoria; y en la parte restante quiere sembrar por partes iguales tomate y cilantro. Mostrar en la figura cómo es la repartición que hace Juan de su parcela.

3. Dibuje y responda las siguientes preguntas:

   a. ¿Cuánto es $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{5}$?

   b. ¿Cuánto es $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{6}$?

4. En una figura representar las siguientes fracciones y encontrar la suma:

   a. $\frac{1}{5}$ y $\frac{3}{5}$

   b. $\frac{3}{8}$ y $\frac{5}{8}$

5. a. Representar las siguientes fracciones y sumarlas:

   $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{7}$

   b. Subrayar las fracciones que son equivalentes:

   $\frac{4}{5}, \frac{5}{4}, \frac{40}{50}, \frac{43}{53}, \frac{6}{7}, \frac{16}{20},$

FICHA DE TRABAJO
UNIDAD 2

NOMBRE:______________________________

FECHA:________________________________

2

FRACCIONES

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Representaciones equivalentes del número racional.
- Propiedad del concepto particiones iguales de la unidad (o todo).
- Fracciones equivalentes.
- Visualización del fraccionamiento.

SESIÓN ACTIVADORA: DE CONFRONTACIÓN DE IDEAS Y CONCEPTOS A VALIDAR

¿El cociente entre dos enteros es siempre un entero?

PARA AVANZAR MÁS: UN CONJUNTO LLAMADO LOS RACIONALES

1. Probablemente usted ha oído expresiones como las siguientes:

    - Medio kilo.
    - Tres cuartos de litro.
    - Un cuarto de hora.
    - Un tercio de la herencia.
    - Un metro y medio.
    - Los precios están rebajados a la mitad.

    a. ¿Qué tienen en común estas expresiones? Justificar la respuesta.

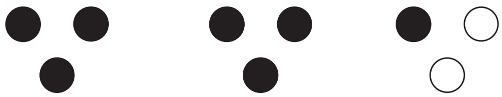
    b. ¿Qué escrituras matemáticas se usa para representar a cada una?

2. Representar por medio de un dibujo las siguientes cuatro situaciones. Después, responder si hay algo en común entre ellas:

    - Comí los tres quintos de chocolate.
    - Los tres quintos de los alumnos de mi clase se van de excursión.
    - Dividí tres hojas de papel entre 5 alumnas.
    - En una caja hay tres bolas verdes y dos azules. Sin mirar, sacar una bola de la caja. Cuál es la probabilidad de que sea verde?

3. Existe un número que multiplicado por 5 da 3 como resultado. Escribir una expresión que represente dicha situación.

4. ¿Qué fracción es la parte sombreada?



5. Llenar los espacios en blanco con los valores que satisfagan la igualdad.

   a. $(36)^{\frac{9}{\_\_}} = 81$

   b. $\_\_\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{45}$

   c. $\frac{3}{4} \div \frac{2}{\_\_} = \_\_ \frac{27}{8}$

AUTOEVALUACIÓN

¿QUÉ APRENDÍ?	¿QUÉ DESAPRENDÍ?	ASPECTOS PARA MEJORAR

Capítulo 3

Porcentaje

Introducción

El porcentaje es una de las expresiones matemáticas que más se usan en la vida cotidiana. La información que aparece en los medios de comunicación en muchas ocasiones presenta datos expresados en porcentajes. Por ejemplo, ¿quién no ha oído decir alguna vez?: “Rebajas del 10% en todos los artículos del hogar” o “El desempleo aumentó el último trimestre un 0,5%”. Un porcentaje es la proporción de una cantidad respecto a otra y representa el número de partes que nos interesan de un total de 100.

PROPÓSITOS (LOGROS O COMPETENCIAS)

- Generalizar a partir de ejemplos el procedimiento para calcular porcentajes.
- Interpretar porcentajes e identificarlos como una razón.
- Identificar los porcentajes como una fracción o cociente.

PORCENTAJE

Un porcentaje es una forma de expresar un número como una fracción con 100 como denominador. También se le llama comúnmente tanto por ciento, donde **por ciento** significa “de cada cien unidades”. Se usa para definir relaciones entre dos cantidades, de forma que el porcentaje es la proporción de una cantidad respecto a otra y representa el número de partes que nos interesan de un total de 100. El porcentaje se denota utilizando el símbolo %, que se debe escribir inmediatamente después del número al que se refiere, sin dejar espacio de separación.

El tanto por ciento como fracción

El tanto por ciento se divide entre 100 y se simplifica la fracción. Ejemplo: para saber cómo se representa el 10% en fracción se divide y luego se simplifica:

$$100\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

Una fracción común como porcentaje

La fracción común se multiplica por 100 y se resuelve la operación; el resultado será el porcentaje.

Ejemplo: Para representar 1/10 como un porcentaje se hace la operación siguiente:

$$\frac{3}{10} = \frac{3}{10} = 10\%$$

El porcentaje es una forma de comparar cantidades; es una unidad de referencia que relaciona una cifra o cantidad con el todo que le corresponde, que es siempre 100, considerando como unidad la centésima parte del todo.

Ejemplos:

1 centésimo = 1/100

5 centésimos = 5/100

Nota importante. No olvidar que las fracciones deben expresarse siempre lo más pequeñas posible; deben ser fracciones irreductibles.

¿Qué significa 50%?: significa que de una cantidad que se ha dividido en cien partes se han tomado 50 de ellas, o sea, la mitad.

¿Qué significa 25%?: significa que de un total de 100 partes se han tomado 25, o sea ¼ (25/100 al simplificar por 5, se reduce a ¼).

Cálculo de porcentaje

En el cálculo intervienen cuatro componentes:

Cantidad total	----	100 %
Cantidad parcial	----	Porcentaje parcial

Ejemplo:

(Cantidad total)	$ 2000	equivale al	100 %	(porcentaje total)
(Cantidad parcial)	$ 1000	equivale al	50 %	(porcentaje parcial)

Existen tres situaciones o tipos de problemas que pueden plantearse.

Dada una cantidad total, calcular el número que corresponde a ese porcentaje (%) parcial.

Ejemplo: ¿Cuál (cuánto) es el 20% de 80?

Para resolverlo, se hace así:

80 (20/100) = 1600/100 = 16

También,

$$\frac{80}{100} = \frac{x}{20}$$

Resolvemos la incógnita (x):

$$X = \frac{80\ (20)}{100}$$

Haciendo la operación, queda:

$$X = \frac{1600}{100}$$

Simplificando, queda:

$x = 16$

Respuesta: el 20 % de 80 es 16.

Calcular el total, dada una cantidad que corresponde a un porcentaje de él.

Ejemplo: si el 20 % de una cierta cantidad total es 120, ¿cuál es el total?

Para resolverlo, se hace:

$(X)(20/100) = 120$

$$X= \frac{100(120)}{20}$$

$X= 600$

También,

$$\frac{x}{100} = \frac{120}{20}$$

Se resuelve la incógnita (x):

$$X = \frac{100(120)}{20}$$

Haciendo la operación, queda:

$$X = \frac{12000}{20}$$

Simplificando, queda $x= 600$

Respuesta: 120 es el 20 % de un total de 600.

Dado el total y una parte de él calcular qué % del total es esa parte.

Ejemplo: ¿Qué porcentaje de 120 es 40?

Para resolverlo, se hace:

$120\ (X/100) = 40$

$$X = \frac{100(40)}{20}$$

$$X = \frac{4000}{120}$$

40 es el 33,33% de 120

También,

$$\frac{120}{100} = \frac{40}{x}$$

Se resuelve la incógnita (x):

$$X = \frac{100(40)}{120}$$

Haciendo la operación, queda:

$$X = \frac{4000}{120}$$

Simplificando y haciendo la división, queda:

x = 33,33

Respuesta: 40 es el 33,33 % de 120.

Cómo se convierte una fracción en un porcentaje

Para convertir una fracción en un porcentaje se siguen los siguientes pasos, ilustrados con un ejemplo: convertir 4/5 en un porcentaje.

- Dividir el numerador de la fracción por el denominador (4 ÷ 5 = 0,80).
- Multiplicar por 100 (0,80)(100) =80
- Redondear el resultado a la precisión deseada.
- Terminar la respuesta con el signo % (80%).

Convertir un porcentaje a una fracción

Dar los siguientes pasos para convertir un porcentaje en una fracción.
Por ejemplo: convertir 45% a una fracción.

- Eliminar el signo porcentual.
- Hacer una fracción con el porcentaje como el numerador y 100 como denominador (45/100).
- De ser necesario, reducir la fracción.

Cómo se convierte un decimal en un porcentaje

Seguir los siguientes pasos para convertir un decimal en un porcentaje, mediante un ejemplo: convertir 0,45 en un porcentaje.

- Multiplicar el decimal por 100: (0,45) (100) = 45.
- Agregar el signo porcentual a la respuesta (45%).

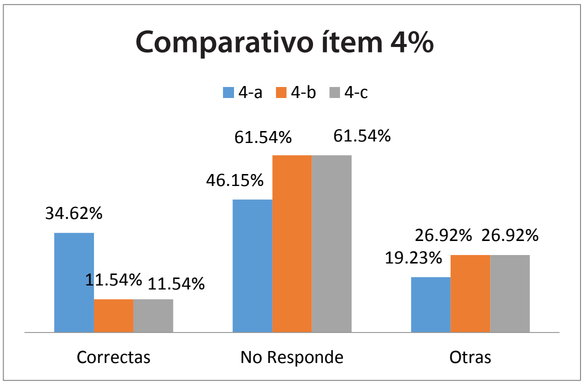
Cómo se convierte un porcentaje en un decimal

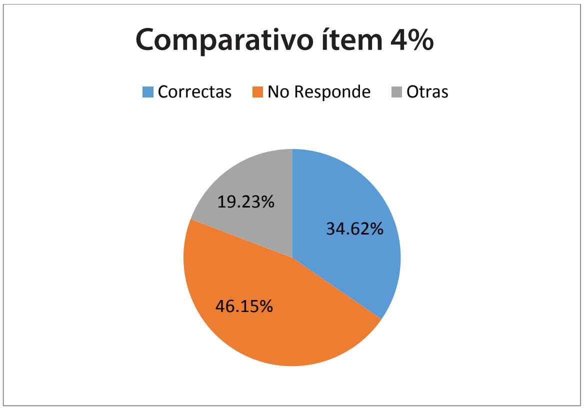
El procedimiento se ilustra con un ejemplo: convertir 43% en un decimal.
Dividir el porcentaje por 100 ($43 \div 100 = 0.43$)

APLICACIONES DE LOS PORCENTAJES

Los porcentajes se usan para:

- Relacionar una parte con el todo. Ejemplo: el 68% de los aspirantes a ingresar a la universidad son mujeres.
- Determinar una proporción entre dos cantidades. Ejemplo: la proporción de levadura y harina para el bizcocho es del 3%.
- Describir a la población, indicando el peso relativo de una magnitud sobre ella. Ejemplo: el 18% de la población de Colombia tiene estudios superiores.
- Determinar la variación relativa de una cantidad. Ejemplo: el nivel del agua almacenada en los embalses ha subido un 8% en lo que va del año.





Representacion gráfica

EJERCICIOS

Calcular los siguientes porcentajes:

1 20% de 540	2 15% de 350 000
3 75% de 75 000	4 16% de 85
5 0,2% de 3	6 50% de 13 528
7 25% de 18 485	8 10% de 24 786
9 0,03% de 29 635,42	10 0,0095% de 348 795,325

Expresar en forma de porcentaje:

1 ¼	2 35
3 0,005	4 ¾
5 0,02/500	6 0,15
7 4/25	8 0,009
9 45	10 25

Expresar en forma de decimal:

1 37%	2 2/7%
3 1 1/4%	4 0,005%
5 136%	6 40%
7 25%	8 30%
9 3/5%	10 9/4%

Hallar el número, si se sabe que:

1 45 es el 30%.	2 9 es el 10%.
3 15 es el 25%.	4 25 es el 0,4%.
5 4,25 es el 5%.	6 0,25 es el 4%.
7 35 000 es el 5%.	8 2 es el 25%.
9 0,46 es el 10%.	10 21 es el 1,25%.

PROBLEMAS DE PORCENTAJE

1 Se estima que la sangre de un individuo es el 7% del peso corporal ideal. Si un recién nacido pesa 3.000 gramos, calcular la cantidad de sangre (en gramos).

2 Jorge tiene que pagar $ 470.000, pero le rebajan el 5% de su deuda. ¿Cuánto debe pagar?

3 Pedro tenía $ 800.000 y gastó el 20%. Si le dio a su hermano el 15% del resto, ¿cuánto le queda?

4 Un artículo se rebaja de $ 270.000 a $ 237.600. ¿Cuál es el porcentaje de rebaja?

5 Una persona gastó $ 1.600.200, lo que equivale al 20% de su dinero. ¿Cuánto dinero tenía?

6 Si a 60 se le resta el 60% de su mitad, ¿cuánto se obtiene?

7 A cuánto hay que vender lo que ha costado $ 6.800.000 para ganar el 40% en la venta?

8 Una enfermera ha leído el 60% de las 240 historias clínicas. ¿Cuántas ha leído?

9 En una ciudad de 1.500.000 habitantes, el 12% lee determinado periódico. ¿Cuál es el número de lectores?

10 De los 300 alumnos de un curso de matemáticas, el 40% son mujeres. ¿Cuántos varones hay en el curso?

11 Si en un examen se obtienen 180 puntos de 240 posibles, ¿cuál es la calificación porcentual?

12 Si 2 de cada 5 alumnos del grupo tienen el texto de matemáticas, ¿cuál es el porcentaje del grupo que no dispone del texto?

13 En un concurso de matemática, Luis resolvió 21 problemas de 25 propuestos, y José resolvió 24 de 30 propuestos. ¿Cuál de los dos concursantes resolvió un mayor porcentaje?

14 Una persona cobró $ 471.750 de comisión por la venta de un terreno en $ 12.750 000. ¿Qué tanto por ciento cobró de comisión?

15 El precio de un succionador más el impuesto al valor agregado (IVA), es de $ 1.392.000. Si el IVA es del 19%, hallar el precio del succionador sin el impuesto.

16 El precio de un nebulizador más el interés de crédito es de $ 430.000. Si el interés es del 5%, hallar el precio de contado.

17 El censo de 2012 indicó que en la localidad de Usaquén habitaban 96.200 personas. Se calcula que cada año la población aumentó en 1,5% sobre la población del año inmediatamente anterior. En 2013 se realizó otro censo y se encontró que el 45% de los habitantes eran adultos. De los adultos, el 55% eran hombres. De los no adultos, el 22% eran niñas.

a. ¿Cuántos habitantes hombres había en 2013?
b. ¿Cuántos no eran adultos mujeres?
c. ¿Qué porcentaje de la población en 2013 eran hombres?

18 En la ciudad de Bogotá se presentaron 40 profesionales de Enfermería a concurso para liderar el programa de hipertensos crónicos del Distrito; de estos, el 70% eran mujeres; de ellas, el 75% perdió la prueba, en tanto que de los hombres solo el 25% perdió.

a. ¿Cuántos hombres presentaron la prueba?
b. ¿Cuántas mujeres perdieron la prueba?
c. ¿Qué porcentaje del total que presentaron la prueba representan las mujeres que perdieron?
d. ¿Qué porcentaje del total que perdieron la prueba representan las mujeres que perdieron?

19. El 18% del salario mensual de Ana se deduce por concepto de seguro médico. Si la deducción fue de $ 72.000, cuál es su salario?

20. La distribución de la población de la localidad de Mosquera se detalla a continuación: el 42% son adultos (sin incluir los ancianos); la población infantil es el doble de la población anciana. Si el número de habitantes es 45.000, ¿cuántos hay en cada categoría?

FICHA DE TRABAJO
UNIDAD 3

NOMBRE:______________________________

FECHA:______________________________

1

Porcentajes

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Interpretar el concepto de porcentaje.
- Generalizar, a partir de ejemplos, el procedimiento para calcular porcentajes.
- Identificar el porcentaje como una fracción.

SESIÓN ACTIVADORA: DE CONFRONTACIÓN DE IDEAS Y CONCEPTOS A VALIDAR

¿Qué significa el término porcentaje?

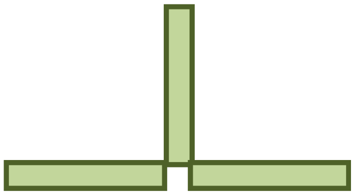
PARA AVANZAR MÁS

1. ¿Qué operaciones implica calcular un porcentaje?

2. ¿Qué significa el siguiente aviso?

3. El dibujo de la derecha representa el 25% de una barra de chocolate. Dibujar el 75% restante.

4. La figura de la derecha es el 75%.
Dibujar el 100%.



5. En una proyección de cine a beneficio del hospital María Auxiliadora se recaudaron $ 625 000 en entradas, La expectativa era recaudar $ 1000.000.oo ¿Qué porcentaje de lo esperado se recaudó?

FICHA DE TRABAJO
UNIDAD 3

NOMBRE:______________________________

FECHA:________________________________

2

Porcentajes

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Interpretar el concepto de porcentaje.
- Generalizar, a partir de ejemplos, el procedimiento para calcular porcentajes.
- Identificar el porcentaje como una fracción.

SESIÓN ACTIVADORA: DE CONFRONTACIÓN DE IDEAS Y CONCEPTOS A VALIDAR

¿Qué significa el término porcentaje?

PARA AVANZAR MÁS

1. Expresar los porcentajes en forma de fracción y las fracciones en forma de porcentaje:

   a. 32 % =

   b. 25 % =

   c. ¾ =

   d. 3/6 =

   e. 50 % =

   f. 75 % =

2. ¿Qué porcentajes expresan las fracciones siguientes?

   a. $\frac{1}{2} =$

   b. $\frac{1}{50} =$

   c. $\frac{1}{4} =$

   d. $\frac{3}{4} =$

   e. $\frac{1}{5} =$

f. $\frac{4}{5} =$

g. $\frac{1}{10} =$

3. El 50% es lo mismo que 1/2. Buscar otros métodos para hallar porcentajes.
    a. Para hallar el 50% de una cantidad se divide la cantidad por _______
    b. Para hallar el 10% de una cantidad se divide por______
    c. Para hallar el 25% se divide por ________
    d. ¿Cómo se puede hallar el 75% de una cantidad ?

4. El 50% es lo mismo que 0,5. Buscar otros métodos para hallar porcentajes.
    a. Para hallar el 50% de una cantidad multiplicar la cantidad por_____
    b. Para hallar el 10% de una cantidad multiplicar por_______
    c. Para hallar el 25% multiplicar la cantidad por ________
    d. Para hallar el 75% multiplicar la cantidad por________

5. Hallar el número, si se sabe que:
    a. $\left(\frac{0,4}{100}\right) = 25$
    b. $\left(\frac{35}{100}\right) = 75$

AUTOEVALUACIÓN

¿QUÉ APRENDÍ?	¿QUÉ DESAPRENDÍ?	ASPECTOS PARA MEJORAR

Capítulo 4

Razones y proporciones

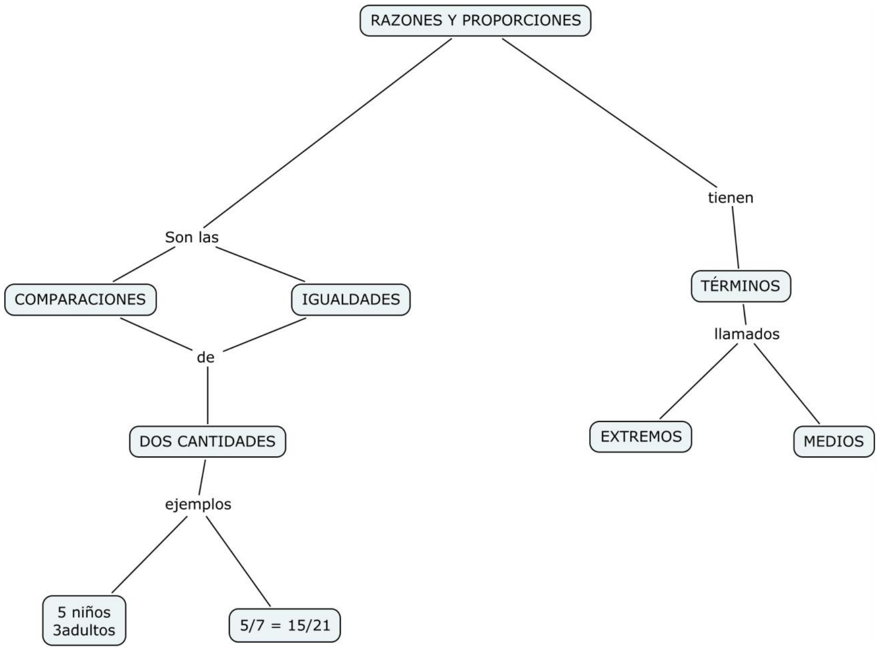
"Tal como se comparan dos magnitudes
resulta una razón,
también se pueden comparar dos razones
de donde resulta una proporción"

Jean D´Alembert

En muchas ocasiones de la vida diaria se realizan comparaciones de diversa índole. Se establece si para cierto evento, un traje es mejor que otro o si en determinada fecha es preferible ir de paseo, en comparación con otra fecha, etc.

Así mismo, también se realizan comparaciones entre valores numéricos, por ejemplo, ¿cuántas tazas de agua por tazas de arroz se utilizan en una receta?

Precisamente, cuando se trata de comparar dos cantidades numéricas, por ejemplo, la cantidad de estudiantes que ingresan a determinada universidad para una misma fecha en dos años consecutivos, se encuentra que las formas comunes de comparación son establecer la diferencia entre ellas o establecer el cociente. Por ejemplo, si en el año 2011 ingresaron 600 estudiantes y en el año 2012, ingresaron 300, se puede decir que en el año 2011 llegaron 300 estudiantes más (fue necesario obtener la resta: 600-300), o se puede decir que en el año 2011, se tuvo el doble de estudiantes que en el año 2012 (para lo cual fue necesario obtener el cociente: 600/300). En matemáticas, estos dos tipos de comparaciones se denominan **razones.**



PROPÓSITOS (LOGROS O COMPETENCIAS)

- Determinar proporciones y utilizarlas para resolver problemas.
- Identificar magnitudes directa e inversamente proporcionales.

Razón

Es la comparación entre dos cantidades.

- Si dicha comparación se realiza mediante una sustracción se llama razón aritmética.
- Pero si se realiza, mediante una división se llama razón geométrica.

RAZÓN ARITMÉTICA	RAZÓN GEOMÉTRICA
X-Y = Z	= Z

Ejemplo:

Las edades de Pedro y su hija Laura son 48 y 16 años. Se observa que:

a. 48-16 = 32. **Razón aritmética (Sustracción).**

48 excede a 16 en 32 unidades.

b. 48/16 = 3. **Razón geométrica (División).**

48 es a 16 3 veces.

No confundir razón con fracción

Si $\frac{x}{y}$ es una fracción, entonces X y Y son números enteros, con Y distinto de cero.

Mientras que en la razón $\frac{x}{y}$ los números X y Y pueden ser decimales.

Proporción

La igualdad de dos razones se llama proporción.

En la proporción: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, los números a y d se denominan extremos, y los números b y c se denominan medios.

Representación: a : b : : c : d o a / b = c / d

Lectura: a es a b como c es a d.

En una proporción: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se verifica: ad = bc

Esta propiedad permite calcular un término desconocido en una proporción.

Ejemplo: $\frac{2}{3} = \frac{8}{x}$. Entonces: 2x = 3(8), de donde $x = \frac{24}{2}$. Es decir, que x =12.

MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Dos magnitudes como A y B son **directamente proporcionales** cuando el cociente de sus respectivos valores es siempre constante.

Es decir, $A \alpha B$ sí y solo sí $a_i / b_i = k$, donde k representa un valor constante.

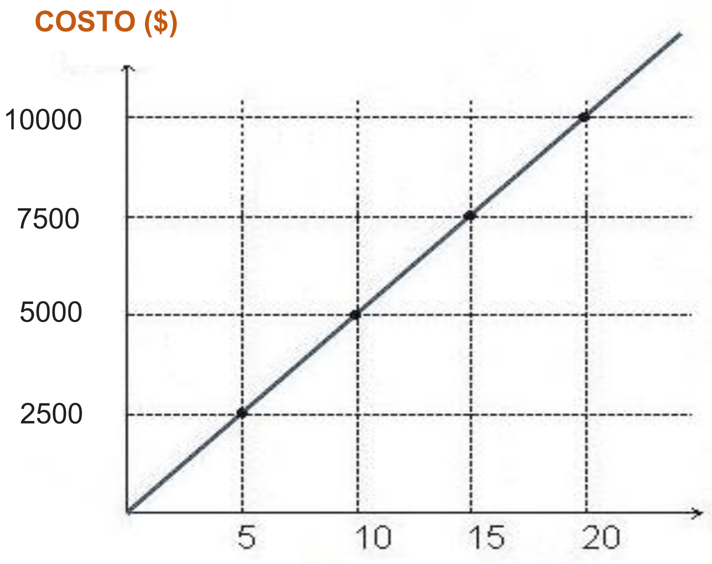
Se cumple: $a_1 / b_1 = a_2 / b_2 = \ldots = k$

Ejemplo:

Costo de un aviso clasificado versus número de palabras.

Número de palabras	5	10	15	20
Costo $	2500	5000	7500	10000

Representación gráfica



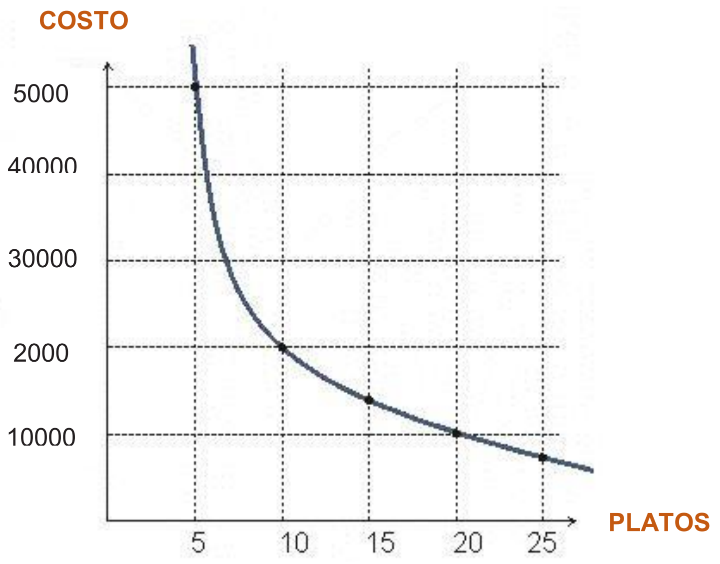
MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Dos magnitudes A y B son **inversamente proporcionales** cuando el producto de sus respectivos valores es siempre constante. Es decir, $A_{\text{I.P.}} B$ sí y solo sí $a_i b_i = k$, donde k representa un valor constante. Ejemplo:

Costo de los platos contratados para un evento versus número de platos.

Costo del plato ($)	800	10000	20000	500000
No platos	25	20	10	5

Representación gráfica



PROBLEMAS

1. El médico ordena a un paciente con diagnóstico de Epoc exacerbado iniciar tratamiento con un goteo de aminofilina a 0.6 mg/Kg. /hora I.V. para 6 horas; el peso del paciente es de 60 Kg. La presentación de la ampolla de aminofilina es de 240 mg, en 10 ml. ¿Cómo se prepara la mezcla para seis horas?	2. La orden médica indica administrar 8mg I.M. de morfina. La presentación del medicamento es 10mg/ml. ¿Cuántos ml se le administrarán al paciente?
3. El médico solicitó administrar gentamicina de 60 mg I.M. La presentación del frasco dice gentamicina 40 mg/ml. ¿Cuántos ml se le administrarán al paciente?	4. El médico recetó al paciente de la cama 102, Demerol 15 mg I.M. En la etiqueta se lee Demerol 50mg/ml. ¿Cuántos ml recibirá el paciente?
5. La orden médica indica administrar Lasix de 40 mg I.M. La presentación del medicamento es 20mg/2ml. ¿Cuántos ml se le inyectarán al paciente?	6. La orden médica indica administrar Serpasil 2.5 mg I.M. La presentación del medicamento es 5mg/ml. ¿Cuántos ml se le administrarán al paciente?

7. El médico ordena administrar a Rosario Granados de la habitación 21, Benadryl de 50 mg I.M. La presentación de Benadryl es 25mg/ml.

   ¿Cuántos ml se le administrarán a la paciente?

8. La orden médica indica administrar digitoxina 0.3 mg I.M. La presentación del medicamento es 0.2mg/ml.

   ¿Cuántos ml se le administrarán al paciente?

9. La orden médica indica administrar atropina 0.2 mg I.M. la presentación del medicamento es 1mg/ml.

   ¿Cuántos ml se le administrará al paciente?

10. El médico prescribe Demerol 75 mg I.M, la presentación del demerol es 50mg/ml.

    ¿Cuántos ml se le administrarán al paciente?

11. El médico prescribe luminal sódico 60 mg I.M. La presentación del luminal sódico es 130mg/2ml.

    ¿Cuántos ml se le administrarán a la paciente?

12. El médico prescribe Decadron 6 mg I.M. La presentación del Decadron es 4mg/ml.

    ¿Cuántos ml se le administrarán al paciente?

13. El médico prescribe garamicina 20 mg I.M. La presentación del medicamento es 40mg/ml. ¿Cuántos ml se le administrarán al paciente?

14. La orden médica indica administrar Diazepan, ampollas de 5 mg I.M. La presentación del medicamento es 10mg/2ml. ¿Cuántos ml se le inyectarán al paciente?

15. La orden médica indica administrar Tramadol 50 mg I.M. La presentación del medicamento es 100mg/2ml.

    ¿Cuántos ml se le inyectarán al paciente?

16. La orden médica indica administrar betametasona 2 mg I.M. La presentación del medicamento es 4mg/ml. ¿Cuántos ml se le inyectarán al paciente?

17. Un frasco de Yodopovorina tiene una capacidad de $\frac{1}{20}$ de l. ¿Cuántos frascos de Yodopovorina se pueden llenar con el contenido de una botella de $\frac{3}{4}$ de l?

18. En un frasco de jarabe para la tos caben $\frac{3}{8}$ de l.

    ¿Cuántos frascos se pueden llenar con cuatro litros y medio de jarabe.

19. Un laboratorio comercializa alcohol en frascos que tienen una capacidad de de $\frac{3}{20}$ l.

    ¿Cuántos l de alcohol se han de fabricar para llenar 1000 frascos?

20. Un objeto de 2 cm de altura está situado a 25 cm de una lente convergente de 20 cm de distancia focal.

    Calcular el tamaño de la imagen, si su posición es 100 cm. El aumento (amplificación) M, se define como la razón del tamaño de la imagen i con respecto al tamaño del objeto o, así:

    $$M = \frac{o}{i} = \frac{do}{di}$$

21. Un objeto de 4 cm de alto está a 20 cm, frente a una lente convexa delgada con una distancia focal de + 12 cm. Si la posición de la imagen es de 30 cm, ¿cuál es el tamaño de la imagen?

    El aumento (amplificación) M se define como la razón del tamaño de la imagen i con respecto al tamaño del objeto o, así:

    $$M = \frac{o}{i} = \frac{do}{di}$$

22. Un objeto está a 5 cm, de una lente convexa de distancia focal 7,5 cm. Determinar el tamaño de la imagen, si la posición es -15 cm . El aumento (amplificación) M se define como la razón del tamaño de la imagen i con respecto al tamaño del objeto o, así:

    $$M = \frac{o}{i} = \frac{do}{di}$$

23. Un objeto de 9 cm de altura está a 27 cm, frente a una lente cóncava de distancia focal de -18 cm. Determinar la altura de su imagen, si la posición es -10,8 cm. El aumento (amplificación) M se define como la razón del tamaño de la imagen i con respecto al tamaño del objeto o, así:

    $$M = \frac{o}{i} = \frac{do}{di}$$

24 Si 300 l de gas hidrógeno se hallan a temperatura constante a una presión de 2,2atm,

    ¿qué presión tendrán si se expanden lentamente hasta ocupar un volumen de 450 l?

    (Recordar que P1 V 1 = P2 V 2).

25. La presión en el interior de un tanque de gas inicialmente con 20 l de oxígeno aumenta desde 5 atm hasta 6,66 atm. ¿Hasta qué volumen se comprime el oxígeno?

    (Recordar que P1 V 1 = P2 V 2).

26. En un hospital, 4 de cada 10 pacientes atendidos semanalmente en urgencias son menores de edad. Si la semana anterior fueron atendidos 56 menores, ¿cuántos adultos se atendieron?

27. A un paciente anciano se le prescribe una dosis diaria de 30 mg de Elavil, al momento de dormir. El Elavil está disponible como jarabe en una concentración de 10mg/5ml.

    ¿Cuántos ml debe suministrar la enfermera?

28. Se estima que uno de cada 25 bebés, hijos de madres que contrajeron rubéola durante el cuarto mes de embarazo, sufre alguna anomalía congénita. ¿Cuántos bebés afectados habrá en 25 575 niños, hijos de madres que contrajeron la enfermedad?

29. Al aplicar la vacuna contra la tosferina, la posibilidad de que los niños tengan fiebre como reacción está en razón 1 a 100 000. Si se detectaron 26 niños con fiebre, ¿cuántos fueron vacunados?

30. La relación de clientes hombres a clientes mujeres que visitan una fonda paisa diariamente es de 4 a 5. Si en este momento hay 20 clientes mujeres, ¿cuántos clientes varones hay en la fonda?

    Si cada cliente hombre consume una bandeja paisa de 616 calorías, ¿cuántas calorías se habrán consumido en total?

31. La edad de dos clientes habituales de un gimnasio está en la relación de 9 a 5. Si la edad del cliente mayor es 63 años, ¿cuál es la edad del otro cliente?. Si el cliente más joven necesita quemar 475 calorías, ¿cuántos vasos de cerveza de 95 calorías dejará de beber?

32. En un campeonato deportivo realizado en Bogotá, la razón de partidos ganados a partidos perdidos del equipo favorito es 6:4. Si en total se jugaron 20 partidos y no hubo empates, ¿cuántos partidos ganó y cuántos perdió?.

    Si durante todo el campeonato se consumieron 450 onzas (oz) de agua (una oz líquida u oz fluída = 29,6 ml), ¿cuántas botellas de 1500 ml se utilizaron?

33. En un restaurante de Girardot, la tarifa diaria de los meseros Alberto y Felipe es 5/6. Si la tarifa de Alberto es $20 000, ¿cuál es la tarifa de Felipe?

    Si ambos trabajaron durante 5 días, ¿cuánto recibirá cada uno por los días trabajados?

34. En un restaurante típico, las ventas de tamal y de lechona, dos platos típicos colombianos, están en una relación de 2 a 3. Si las ventas de tamal fueron de $ 152 000, ¿cuál fue la venta de lechona? y ¿cuánto fue el total vendido?

35. Un mapa señala en el borde inferior: escala 1:1000.

    ¿A cuántos km equivale una línea de 3 cm de largo?

36. Un medicamento debe administrarse en dosis de 0,075 g por cada 1500 g de peso corporal. ¿Cuál es la dosis para una persona que pesa aproximadamente 52 kg?

37. La relación de mujeres a hombres presentes en una reunión es de 7 a 5. Si se cuentan 45 hombres, ¿cuántas mujeres hay?

38. En una fiesta infantil, 5 de cada 25 invitados son padres de familia. Si en total hay 100 padres de familia, ¿cuántos invitados hay en la fiesta?

39. Un lápiz de 25 cm proyecta una sombra de 4 cm.

    ¿Cuánto mide un árbol que proyecta una sombra de 1,20 m?

40. Al comer 90 g de cereal, se consumen 360 calorías. ¿Qué cantidad de cereal debe comerse para consumir solamente 80 calorías?

FICHA DE TRABAJO
UNIDAD 4

NOMBRE:____________________________

FECHA:______________________________

1

Razones y proporciones

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Determinar proporciones y utilizarlas para resolver problemas.
- Identificar magnitudes directa e inversamente proporcionales.

SESIÓN ACTIVADORA: DE CONFRONTACIÓN DE IDEAS Y CONCEPTOS A VALIDAR

¿Le ha pasado alguna vez que el médico haga una pregunta y la relacione con el concepto de peso, estatura, edad, por ejemplo?

PARA AVANZAR MÁS

1. Determinar si las siguientes parejas de razones forman una proporción:

   a. $\frac{2}{6} = \frac{5}{15}$

   b. $\frac{8}{3} = \frac{4}{6}$

   c. $\frac{4}{-1} = \frac{8}{2}$

   d. $\frac{3}{2} = \frac{4}{9}$

   e. $\frac{-2}{5} = \frac{-4}{10}$

2. Calcular el valor de X en las siguientes proporciones:

   a. $\frac{5}{2} = \frac{x}{4}$

   b. $\frac{x}{6} = \frac{6}{9}$

   c. $\frac{1}{x} = \frac{x}{4}$

   d. $\frac{2x}{5} = \frac{12}{10}$

   e. $\frac{-3}{7} = \frac{6}{x}$

3. ¿Cómo se le explicaría a un amigo lo que significan las siguientes afirmaciones?

    a. La Prometazina está disponible en una concentración de 25 $\frac{mg}{ml}$.

    b. En un hospital 4 de cada 10 pacientes atendidos semanalmente en urgencias son menores de edad.

    c. Las gotas de morfina tienen una presentación de 20 mg/ml^3 y un ml^3 equivale a 10 gotas.

    d. A un enfermo se le han prescrito 500 mg de oxacilina por vía oral, cada seis horas. La oxacilina viene preparada en una suspensión que contiene 250mg/5ml.

    e. Un medicamento debe administrarse en dosis de 0,75 g por cada 1500 g de peso corporal.

4. En un experimento de laboratorio se mezcla dextrosa y agua, en varios recipientes, con la condición de que la concentración de dextrosa debe ser igual en todos los recipientes.

    - Juan tiene un recipiente que contiene 18 dl de agua.
    - Pedro tiene un recipiente que contiene 10 dl de agua.
    - David tiene un recipiente que contiene 8 dl de agua.
    - Isabel tiene un recipiente que contiene 20 dl de agua.
    - Berta tiene un recipiente que contiene 16 dl de agua.
    - Laura tiene un recipiente que contiene 6 dl de agua.

    El resultado es el siguiente:

    - Juan agrega al recipiente 45 gr de dextrosa.
    - Pedro agrega al recipiente 25 gr de dextrosa.
    - David agrega al recipiente 20 gr de dextrosa.
    - Isabel agrega al recipiente 50 gr de dextrosa.
    - Berta agrega al recipiente 16 gr de dextrosa.
    - Laura agrega al recipiente 15 gr de dextrosa.

    En la experiencia, uno de los participantes ha cometido un error.

    ¿Quién se ha equivocado? Sustentar la respuesta, expresando la razón que cada uno utilizó para lograr la concentración deseada.

5. Para controlar la glicemia de un paciente diabético, se requiere mezclar 10 unidades de insulina cristalina y 20 unidades de insulina nph en un vaso. Expresar la razón que representa la relación entre unidades de insulina cristalina y unidades de insulina nph.

FICHA DE TRABAJO
UNIDAD 4

NOMBRE:______________________________

FECHA:______________________________

2

Razones y proporciones

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Determinar proporciones y utilizarlas para resolver problemas.
- Identificar magnitudes directa e inversamente proporcionales.

SESIÓN ACTIVADORA: DE CONFRONTACIÓN DE IDEAS Y CONCEPTOS A VALIDAR

¿Le ha pasado alguna vez que el médico haga una pregunta y la relacione con el concepto de peso, estatura, edad, por ejemplo?

PARA AVANZAR MÁS

1. Formar una proporción con los siguientes números:

   a. 1, 4, 5, 20

   b. 30, 10, 9, 3

   c. 2, 5, 6, 15

   d. 3, 5, 9, 15

   e. 18. 15, 6, 5

2. Verificar si los siguientes pares de razones forman una proporción.

   a. 1 : 2 y 3 : 6

   b. 3 : 4 y 9 : 10

   c. 5 : 2 y 25 : 10

   d. 3 : 2 y 6 : 9

   e. 4 : 3 y 16 : 15

3. Calcular el término desconocido de las siguientes proporciones:

   a. $5 : 1\frac{1}{4} = X : 6$

   b. $X : 3 = 2 : 1\frac{7}{8}$

   c. $20\frac{1}{4} : x = \frac{3}{4}$

4. Obtener dos proporciones equivalentes a:

a. $\frac{4}{8} = \frac{6}{12}$

b. $\frac{2}{6} = \frac{6}{18}$

c. $\frac{3}{12} = \frac{12}{48}$

AUTOEVALUACIÓN

¿QUÉ APRENDÍ?	¿QUÉ DESAPRENDÍ?	ASPECTOS PARA MEJORAR

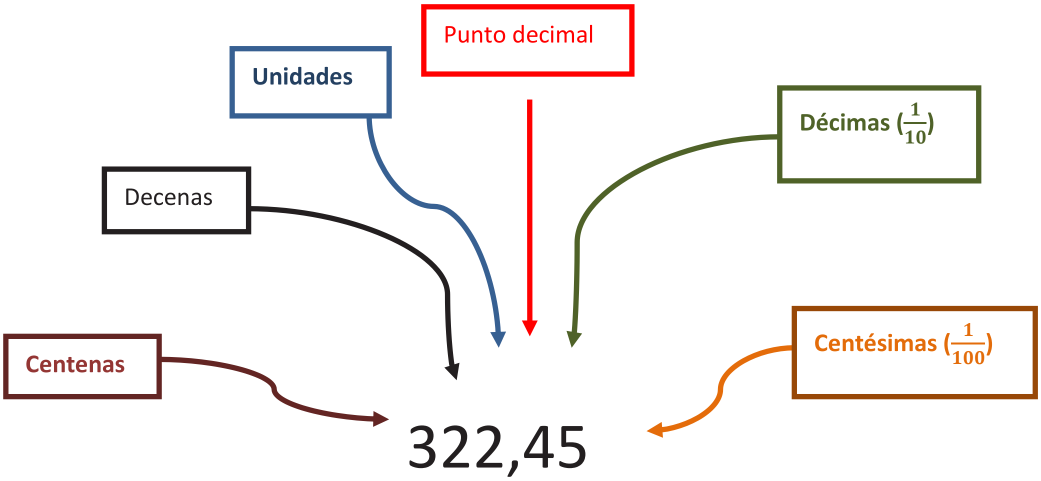
Capítulo 5

Números decimales

Los números decimales se usan en situaciones muy comunes como medir pesos o longitudes.

Un número decimal es un número escrito en un sistema de base 10 en que cada dígito, según su posición, señala la cantidad de unidades, decenas, miles, décimas, centésimas, milésimas, etc., que contiene. Así, las cifras de un número decimal tienen un valor distinto, dependiendo del lugar que ocupen.

Con una coma se separa la parte entera de la parte no entera del número.



PROPÓSITOS (LOGROS O COMPETENCIAS)

- Identificar los números decimales como una expresión de los números racionales.
- Justificar sus procedimientos, al realizar operaciones con números decimales.

OPERACIONES CON NÚMEROS DECIMALES

Adición y sustracción

Para sumar o restar números decimales escritos con notación decimal se siguen los siguientes pasos:

1. Se anotan los números en forma vertical, es decir, se anotan hacia abajo, de modo que las comas queden en la misma columna. Siempre se debe poner el número mayor arriba.

Ejemplo:

2,325 + 1,05

1. Si los números que se ordenaron no tienen la misma cantidad de cifras decimales, se agregan a la derecha todos los ceros necesarios para que tengan igual cantidad.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 2,325 \\ +1,050 \end{array}$$

2. Se suma o resta en forma normal, luego se baja la coma (bajo su columna) y se agrega al resultado.

Ejemplo:

2, 325 2, 325

1, 050 1, 050

3, 375 , 275

Multiplicación de un número decimal por un número natural

1. Se resuelve la multiplicación sin considerar la coma.

   Ejemplo:

   3,125 (3) = 9375

2. Una vez que se hizo la multiplicación, se cuentan cuántos espacios después de la coma (hacia la derecha) están ocupados, y a partir del último número del resultado, se cuentan (hacia la izquierda) los mismos espacios y se pone la coma.

   Ejemplo:

   3,125 (3) = 9,375

   Los espacios decimales ocupados son tres (los espacios decimales son los números que están después de la coma). En el resultado se cuentan tres espacios desde el 3 al 5 y se pone la coma.

División

1. Se resuelve la división de la forma acostumbrada.

   Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 271 & 5 \\ \cline{2-2} 21 & 54 \\ 1 & \end{array}$$

2. Como el residuo es 1 (debe ser un número distinto de cero), se puede continuar dividiendo. Para esto se agrega una coma en el dividendo y un cero en el divisor.
3. Se continúa dividiendo y agregando un cero al residuo, todas las veces que se quiere. De esto depende el número de decimales que se quiera obtener.

Notación de mayor a menor

Si dos o más números decimales tienen un entero del mismo valor, será mayor aquel que tenga el primer número mayor después de la coma; y si este es igual, será mayor aquel que tenga el siguiente número más grande.

Ejemplos (ordenado de mayor a menor):

5,90123
5,79000009
5,79
5,68
5,65759
5,5678
5,465
5,312
5,00009786789
5,0000000000001234

NÚMERO DECIMAL EXACTO

Se dice que un número decimal es exacto cuando tiene un número determinado de cifras decimales. También se puede decir que se hallará una cifra en el cociente, que al multiplicarla por el divisor obtenga un cero como residuo. Ejemplo:

$$\frac{25}{2}$$

Al dividir se observa que el cociente es 12,5 y el residuo es cero.

Este número decimal es exacto.

NÚMERO DECIMAL PERIÓDICO PURO

$$\frac{1}{3} = 0{,}33$$

Al realizar la división se observa que los residuos se repiten y hacen que las cifras del cociente sean iguales y esto se repite indefinidamente.

La cifra o cifras que se repiten se les denominan período o parte periódica y se escribe:

$$0{,}\overline{3}$$

Cuando la parte periódica comienza inmediatamente después de la coma decimal se refiere a un decimal periódico puro.

NÚMERO DECIMAL PERIÓDICO MIXTO

$$\frac{5}{18} = 0{,}2777.......$$

Se observa que el período no comienza después de la coma: $0{,}\overline{27}$

Cuando la parte periódica o período no comienza inmediatamente después de la coma, se hace referencia a un decimal periódico mixto (que tiene mezcla de puro y otro u otros valores).

Se puede decir que los decimales periódicos son de dos clases:

Decimales periódicos puros. Si la parte periódica o período comienza inmediatamente después de la coma.

Decimales periódicos mixtos. Si la parte periódica o período no comienza inmediatamente después de la coma.

¿Cómo convertir un decimal a una fracción?

1. Escribir el decimal dividido por 1.
2. Multiplicar los números de arriba y abajo por 10, una vez por cada número, luego de la coma (por ejemplo, si hay dos números, luego del decimal, multiplicarlos por 100, si hay tres, se usa el 1000, etc.).
3. Simplificar (reducir) la fracción.

   Ejemplo: expresar 0,25 como fracción.

$$\frac{0{,}25}{1}$$

$$\frac{0{,}25 \text{ x } 100}{1 \text{ x } 100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$\frac{25}{100}$ Se denomina fracción decimal y $\frac{1}{4}$ se denomina fracción común.

DECIMALES EN LA RECTA NUMÉRICA

Para representar números decimales en la recta numérica, primero se deben transformar a fracción y luego se pueden graficar.

Ejemplo:

0,4

Al leerlo se tiene:

0,4 = cuatro décimos, ya que después de la coma se tiene una cifra. Si se representa como fracción, se tiene: $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

$\frac{2}{5}$

Recordar que al transformar un decimal a fracción, la cantidad de ceros de la potencia de 10 del denominador será igual al número de cifras que tiene el decimal, después de la coma.

A. ¿A qué tipo de decimal corresponden los siguientes números?

1. $\frac{2}{5}$
2. $\frac{5}{3}$
3. $\frac{2}{8}$
4. $\frac{2}{15}$
5. $\frac{10}{3}$
6. $\frac{3}{9}$
7. $\frac{15}{54}$
8. $\frac{2}{7}$
9. $\frac{7}{2}$

10. $\frac{7}{2}$

11. $\frac{10}{36}$

B. Realizar las siguientes operaciones.

1. 1,356 + 425,02 + 0,24
2. 0,22 – 22,36 + 75,31 -0,18
3. (1,356 + 425,02 + 0,24) -45,13
4. (0,22 – 22,36 + 75,31 -0,18) ÷ 2
5. 0,325 ÷1.25
6. 2,45 ÷ 2
7. 3,47 X 2,15
8. 8,23 X 0.45
9. 0,25 X 0,78
10. (2,45 ÷ 2) ÷ 1,225

C. Ubicar en la recta numérica.

1. 0,5
2. 1,25
3. 0,56
4. 0,75
5. 0.25
6. 0.2
7. 7/2

8. 1/6

9. 1/10

10. 0.04

D. Realizar los siguientes problemas.

1. Calcular cuántos dólares ha obtenido un agricultor que vendió 1200 kg de papa a 0,28 US/kg, 2000 kg de tomates a 0,32 US/kg y 1675 kg de zanahoria a 0,67 US/kg.	2. ¿A cuántos dólares asciende el importe que hay que pagar por la estancia en un hotel, durante 18 días, a razón de $120 380 por día, en un plan todo incluido, si el dólar se cotiza a $1780?
3. Un auto ha consumido 12,346 galones de gasolina al terminar un viaje. ¿Cuánto ha tenido que pagar su dueño en hacer el recorrido si por la gasolina hay que pagar a $ 8600 el galón?	4. Roberto y Javier se suben juntos a una báscula y marca un peso de 98,4 kg. Si Javier se baja de la báscula, el peso es de 40,6 kg. ¿Cuál es el peso de Roberto?
5 Si 1 euro vale 1,284 dólares ¿Cuántos dólares puedes comprar con 1234 euros?	6. Mariana mide 1,09 m y Laura mide 1,38 m. Entre ellas, ¿cuál es la diferencia de altura?
7. El pastel costó 150,40 pesos y lo van a pagar entre Juana y Pedro, ¿cuánto tiene que pagar cada uno, si quieren pagar por partes iguales?	8. Gustavo mide 1,62 m, Camila 1,57 m y Martha 1,63 m. Hallar la diferencia de alturas entre Camila y Martha.
9. Los cuatro atletas del equipo olímpico colombiano de relevos de 4x100 consiguieron estos tiempos: 12,245 – 11,983 – 13,028 y 12,524 segundos. ¿Cuál fue el tiempo del equipo?	10. En la última campaña de Navidad se recogieron10 cajas de 275,6 kg de arroz cada una; 100 bolsas de 38,04 kg de papas cada una y 1000 bolsas de 6,751 kg de azúcar

FICHA DE TRABAJO
UNIDAD 5

1

NOMBRE:______________________________

FECHA:________________________________

Números decimales

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Identificar los números decimales como una expresión de los números racionales.
- Justificar sus procedimientos al realizar operaciones con números decimales.

SESIÓN ACTIVADORA: DE CONFRONTACIÓN DE IDEAS Y CONCEPTOS A VALIDAR

¿La escritura decimal de los números reales es única?

PARA AVANZAR MÁS

1. Ordenar de menor a mayor los siguientes números decimales.
   a. 5,4; 5,004; 5,0004; 5,04; 4,4; 4,98; 5; 5,024
   b. 7,3; 7,003; 7,0003; 7,03; 6,5; 6,87; 7; 7,037

2. Clasificar por el tipo, los números decimales correspondientes a las fracciones.
   $\frac{25}{25}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{3}{35}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{9}{6}$, $\frac{12}{3}$, $\frac{3}{12}$,

3. Encontrar el valor de X.
   a. $4,21 - x = 2,8$
   b. $8,42 - x = 5,6$
   c. $9,7 - x = 4,21$
   d. $12,5 - x = 7,46$
   e. $28,7 - x = 14,92$

4. ¿A qué tipo de decimal corresponden los siguientes números?
   a. $\frac{1}{3}$
   b. $\frac{2}{7}$
   c. $\frac{9}{4}$
   d. $\frac{13}{2}$
   e. $\frac{12}{5}$

4. Realizar las siguientes operaciones.

   a. (3,425 + 7,005) ÷ (1.25-03)

   b. 4,31-3,78(0,15-3,11)

   c. 0,03 + (4,26 ÷ 1,57)

FICHA DE TRABAJO
UNIDAD 5

NOMBRE:___________________________

FECHA:___________________________

2

Números decimales

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Identificar los números decimales como una expresión de los números racionales.
- Justificar sus procedimientos, al realizar operaciones con números decimales.

SESIÓN ACTIVADORA: DE CONFRONTACIÓN DE IDEAS Y CONCEPTOS A VALIDAR

¿La escritura decimal de los números reales es única?

PARA AVANZAR MÁS

1. Ubicar en la recta numérica:
   a. 0,125
   b. 0,375
   c. 1,75

2. Realizar las siguientes operaciones.
   a. $1{,}45 + 3{,}546 - 7{,}25(\,3{,}2) =$
   b. $2{,}45\ (3{,}56) + 5{,}25 \div 1.41 =$
   c. $5{,}32 \div 2{,}6 - 9{,}1\ (2{,}4) =$

3. Desarrollar el problema 35

4. Desarrollar el problema 38

AUTOEVALUACIÓN

¿QUÉ APRENDÍ?	¿QUÉ DESAPRENDÍ?	ASPECTOS PARA MEJORAR

Capítulo 6

Unidades de medidas

"Cuando puede medirse aquello de lo que se habla y expresarlo en números, ya se sabe algo sobre ello; pero cuando no puede medirse, cuando no puede expresarse en números, su conocimiento es pobre..."

Lord Kelvin

PROPÓSITOS (LOGROS O COMPETENCIAS)

Justificar con procedimientos, la resolución de problemas que involucren conversión de unidades.

Plantear situaciones en el campo de la salud que requieren conversión de unidades.

MAGNITUDES Y MEDIDA

El gran físico inglés Kelvin consideraba que solamente puede aceptarse como satisfactorio nuestro conocimiento si somos capaces de expresarlo mediante números. Aun cuando esta afirmación tomada al pie de la letra, supondría la descalificación de valiosas formas de conocimiento, destaca la importancia del conocimiento cuantitativo. La operación que permite expresar una propiedad o atributo físico en forma numérica es precisamente la medida.

Magnitud, cantidad y unidad

La noción de magnitud está inevitablemente relacionada con la de medida. Se denominan magnitudes a ciertas propiedades o aspectos observables de un sistema físico que pueden ser expresados en forma numérica. En otros términos, las magnitudes son propiedades o atributos medibles.

La longitud, la masa, el volumen, la fuerza, la velocidad y la cantidad de sustancia son ejemplos de magnitudes físicas.

La medida como comparación

La medida de una magnitud supone la comparación del objeto que va a ser medido con otro de la misma naturaleza que se toma como referencia y que constituye el patrón.

SISTEMAS DE UNIDADES

En las ciencias naturales, tanto las leyes como las definiciones relacionan matemáticamente entre sí grupos de magnitudes, por lo general amplios. Por ello es posible seleccionar un conjunto reducido, pero completo de dichas magnitudes, de tal modo que cualquier otra magnitud pueda ser expresada en función de dicho conjunto. Esas pocas magnitudes relacionadas se denominan magnitudes fundamentales, mientras que el resto que pueden expresarse en función de las fundamentales reciben el nombre de magnitudes derivadas.

Cuando se ha elegido ese conjunto reducido y completo de magnitudes fundamentales y se han definido correctamente sus unidades correspondientes, se dispone entonces de un sistema de unidades.

El Sistema Internacional de Unidades (SI)

Las condiciones de definición de un sistema de unidades permiten establecer una gran variedad. Es posible elegir conjuntos de magnitudes fundamentales diferentes o incluso dentro del mismo conjunto, elegir y definir unidades distintas de un sistema a otro. Desde un punto de vista formal, cada científico o cada país puede operar con su propio sistema de unidades, sin embargo, y aunque en el pasado tal situación se ha dado con cierta frecuencia (recuérdese los países anglosajones con sus millas, pies, libras, grados Fahrenheit, etc.), existe una tendencia generalizada a adoptar un mismo sistema de unidades, con el fin de facilitar la cooperación y comunicación en el terreno científico y técnico.

En la XI Conferencia General de Pesas y Medidas, celebrada en París en 1960, se tomó la decisión de adoptar el llamado anteriormente Sistema Práctico de Unidades, como Sistema Internacional, que es precisamente como se le conoce a partir de entonces. El Sistema Internacional de Unidades (SI) distingue y establece, además de las magnitudes fundamentales y de las magnitudes derivadas, un tercer tipo formado por aquellas que aún no están incluidas en ninguno de los dos anteriores, denominadas magnitudes suplementarias.

El SI toma como magnitudes fundamentales la longitud, la masa, el tiempo, la intensidad de corriente eléctrica, la temperatura absoluta, la intensidad luminosa y la cantidad de sustancia, y fija las correspondientes unidades para cada una de ellas. A estas siete magnitudes fundamentales hay que añadir dos suplementarias asociadas a medidas angulares, el ángulo plano y el ángulo sólido. La definición de las diferentes unidades fundamentales ha evolucionado con el tiempo, al mismo ritmo que las propias ciencias físicas. Así, el segundo se definió inicialmente como 1/86 400, la duración del día solar medio, esto es, promediado durante un año.

Un día normal tiene 24 h aproximadamente, es decir 24 h(60 min) = 1400 min y 1400 min(60 s) = 86 400 s; no obstante, esto tan solo es aproximado, pues la duración del día varía a lo largo del año en algunos segundos, de ahí que se tome como referencia la duración promediada del día solar. Pero debido a que el periodo de rotación de la Tierra puede variar, y de hecho varía, se ha acudido al átomo para buscar en él un periodo fijo, al cual referir la definición de su unidad fundamental.

El Sistema Internacional

A lo largo de la historia, el hombre ha empleado diversos tipos de sistemas de unidades. Estos están íntimamente relacionados con la condición histórica de los pueblos que los crearon, los adaptaron o los impusieron a otras culturas. El sistema anglosajón de medidas

-millas, pies, libras, grados Fahrenheit - todavía en vigor en determinadas áreas geográficas. Otros sistemas son el cegesimal - centímetro, gramo, segundo-; el terrestre o técnico -metro-kilogramo; fuerza-segundo-; el Giorgi o MKS - metro, kilogramo, segundo- y el sistema métrico decimal, muy extendido en la ciencia, industria y comercio, y que constituyó la base de elaboración del Sistema Internacional.

El SI es el sistema práctico de unidades de medidas adoptado por la XI Conferencia General de Pesas y Medidas, celebrada en octubre de 1960, en París. Trabaja con siete magnitudes fundamentales (longitud, masa, tiempo, intensidad de corriente eléctrica, temperatura absoluta, intensidad luminosa y cantidad de sustancia) de las que se determinan sus correspondientes unidades fundamentales (metro, kilogramo, segundo, ampere, Kelvin, candela y mol). De estas siete unidades se definen las derivadas (coulomb, joule, newton, pascal, volt, ohm, etc.), además de otras suplementarias de estas últimas.

Unidades fundamentales

Unidad de longitud. El metro (m) es la longitud recorrida por la luz en el vacío durante un período de 1/299 792 458 s.

Unidad de masa. El kilogramo (kg) es la masa del prototipo internacional de platino iridiado que se conserva en la Oficina de Pesas y Medidas de París.

Unidad de tiempo. El segundo (s) es la duración de 9 192 631 770 períodos de la radiación, correspondiente a la transición entre dos niveles fundamentales del átomo Cesio 133.

Unidad de corriente eléctrica. El ampere (A) es la intensidad de corriente, la cual al mantenerse entre dos conductores paralelos, rectilíneos, longitud infinita, sección transversal circular despreciable y separados en el vacío, por una distancia de un metro, producirá una fuerza entre estos dos conductores igual a 2×10^{-7} N por cada metro de longitud.

Unidad de temperatura termodinámica. El Kelvin (K) es la fracción 1/273,16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.

Unidad de intensidad luminosa. La candela (cd) es la intensidad luminosa, en una dirección dada, de una fuente que emite radiación monocromática de frecuencia 540×10^{12} hertz y que tiene una intensidad energética en esta dirección de 1/683 W por estereorradián (sr).

Unidad de cantidad de sustancia. El mol es la cantidad de materia contenida en un sistema y que tiene tantas entidades elementales como átomos hay en 0,012 kilogramos de carbono 12. Cuando es utilizado el mol, deben ser especificadas las entidades elementales y las mismas pueden ser átomos, moléculas, iones, electrones, otras partículas o grupos de tales partículas.

Las unidades fundamentales del **Sistema Internacional de Unidades** son:

MAGNITUD FUNDAMENTAL	NOMBRE	SíMBOLO
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Corriente eléctrica	Ampere	A
Temperatura termodinámica	Kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

Unidades derivadas

Ciertas **unidades derivadas** han recibido unos nombres y símbolos especiales. Estas unidades pueden así mismo ser utilizadas en combinación con otras unidades base o derivadas para expresar unidades de otras cantidades. Este nombre y símbolos especiales son una forma de expresar unidades de uso frecuente.

Coulomb (C). Cantidad de electricidad transportada en un segundo por una corriente de un amperio.

Joule (J). Trabajo producido por una fuerza de un newton cuando su punto de aplicación se desplaza a la distancia de un metro en la dirección de la fuerza.

Newton (N). Es la fuerza que, aplicada a un cuerpo que tiene una masa de un kilogramo, le comunica una aceleración de un metro por segundo, cada segundo.

Pascal (Pa). Unidad de presión. Es la presión uniforme que, actuando sobre una superficie plana de un metro cuadrado, ejerce perpendicularmente a esta superficie una fuerza total de un newton.

Volt (V): Unidad de tensión eléctrica, potencial eléctrico y fuerza electromotriz. Es la diferencia de potencial eléctrico que existe entre dos puntos de un hilo conductor que transporta una corriente de intensidad constante de un ampere, cuando la potencia disipada entre esos puntos es igual a un watt.

Watt (W): Potencia que da lugar a una producción de energía igual a un joule por segundo.

Ohm (Ω): Unidad de resistencia eléctrica. Es la resistencia eléctrica que existe entre dos puntos de un conductor, cuando una diferencia de potencial constante de un volt aplicada entre estos dos puntos produce en dicho conductor, una corriente de intensidad de un ampere, cuando no hay fuerza electromotriz en el conductor.

Weber (Wb): Unidad de flujo magnético, flujo de inducción magnética. Es el flujo magnético que al atravesar un circuito de una sola espira, produce en la misma, una fuerza electromotriz de un volt si se anula dicho flujo en un segundo por decrecimiento uniforme.

MAGNITUD DERIVADA	NOMBRE	SÍMBOLO	EXPRESADAS EN TÉRMINOS DE OTRAS UNIDADES DEL SI	EXPRESADAS EN TÉRMINOS DE LAS UNIDADES BASE DEL SI
Ángulo plano	radián	rad		m.m-1=1
Ángulo sólido	estereorradián	sr		m ^{2}.m-2=1
Frecuencia	hertz	Hz		s-1
Fuerza	newton	N		m.kg.s-2
Presión, esfuerzo	pascal	Pa	N/m ^{2}	m-1.kg.s-2
Energía, trabajo, calor	joule	J	N.m	m ^{2}.kg.s-2
Potencia, flujo de energía	watt	W	J/s	m ^{2}.kg.s-^{3}
Carga eléctrica, cantidad de electricidad	coulomb	C		s.A
Diferencia de potencial eléctrico, fuerza electromotriz	volt	V	W/A	m ^{2}.kg.s-^{3}.A-1
Capacitancia	farad	F	C/V	m-2.kg-1.s4.A ^{2}
Resistencia eléctrica	ohm	W	V/A	m ^{2}.kg.s-^{3}.A-2
Conductancia eléctrica	siemens	S	A/V	m-2.kg-1.s^{3}.A ^{2}
Flujo magnético	weber	Wb	V.s	m ^{2}.kg.s-2.A-1
Densidad de flujo magnético	tesla	T	Wb/m ^{2}	kg.s-1.A-1
Inductancia	henry	H	Wb/A	m ^{2}.kg.s-2.A-2
Temperatura Celsius	Celsius	°C		K
Flujo luminoso	lumen	lm	cd.sr	m ^{2}.m ^{2}.cd=cd
Iluminación (radiación luminosa)	lux	lx	lm/m ^{2}	m ^{2}.m-4.cd=m-2.cd
Actividad (radiación ionizante)	becquerel	Bq		s-1
Dosis absorbida, energía específica (transmitida)	gray	Gy	J/kg	m ^{2}.s-2
Dosis equivalente	sievert	Sv	J/kg	m ^{2}.s-2

Prefijos de las unidades del SI

MÚLTIPLOS			SUBMÚLTIPLOS		
Proporción	Prefijo	Símbolo	Proporción	Prefijo	Símbolo
1015	peta	P	10−1	deci	d
1012	tera	T	10−2	centi	c
109	giga	G	10−3	mili	m
106	mega	M	10−6	micro	μ
103	kilo	K	10−9	nano	n
102	hecto	H	10−12	pico	p
101	deca	da / D	10−15	femto	f
	Patrón		10−18	atto	a
			10−21	zepto	z
			10−24	yocto	y

Longitud.

Unidad	cm	m (SI)	km	pulg.	pie
1 cm	1	0,01	0,00001	0,393701	0,0328083
1 m (SI)	100	1	0,001	39,3701	3,28084
1 km	1,0 x10 5	1000	1	3,93701X104	3280,4
1 pulg.	2,54	0,0254	2,54x10-5	1	0,08333
1 pie	30,48	0,3048	3,048x10-4	12	1

Masa

Unidad	g	kg (SI)	onza	lb
1 gramo	1	0,001	3,5274x10-2	2,2046x10-3
1 kilogramo	1000	1	35,274	2,2046
1 onza	28,349	2,8349x10-2	1	0,06250
1 libra	453,59	0,45359	16	1

Volumen y capacidad. La **capacidad** y el **volumen** son términos equivalentes, pero no iguales. La capacidad indica cuánto puede contener o guardar un recipiente. Generalmente, se expresa en litros (l) y mililitros (ml).

El volumen indica cuánto espacio ocupa un objeto. Generalmente, se expresa en metros cúbicos (m^3) y centímetros cúbicos (cm^3). Un cubito de 1 cm de arista ocupa un volumen de 1 cm^3.

La siguiente tabla muestra la expresión matemática que relaciona el volumen con las dimensiones de las figuras geométricas comunes.

Fórmulas comunes para calcular el volumen		
Figura	Fórmula	Variables
Ortoedro	$l \cdot w \cdot h$	l = largo, w = ancho, h = altura.
Cubo	$l^3 = l \cdot l \cdot l$	l = longitud del lado.
Cilindro (prisma circular)	$\pi r^2 \cdot h$	r = radio de la cara circular, h = distancia entre caras.
Cualquier prisma que tiene una sección transversal constante en toda su altura	$A \cdot h$	a = área de la base, h = altura
Esfera	$\frac{4}{3}\pi r^3$	r = radio de la esfera que es la primera integral de la fórmula para el área superficial de una esfera.
Cono (pirámide de base circular)	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$	r = radio del círculo de la base, h = distancia de la base al tope.

Volumen y capacidad.

Unidad	cm^3	litro	m^3 (SI)	pulg.^{3}	pie^3	galón
1 cm^3	1	0,001	$1{,}0x10^{-6}$	$6{,}1024x10^{-2}$	$3{,}5315x10^{-5}$	$2{,}6417x10^{-4}$
1 litro	1000	1	0,001	61,024	$3{,}5315x10^{-2}$	0,26417
1 m^3 (SI)	$1{,}0\ x10^{6}$	1000	1	6102,4	35,315	264,17
1 pulg.^{3}	16,3871	$1{,}6387x10^{2}$	$1{,}6387x10^{-5}$	1	$5{,}7870x10^{-4}$	$4{,}3290x10^{-3}$
1 pie^3	$2{,}8317x10^{4}$	28,3168	$2{,}8317x10^{-2}$	1728	1	7,4805
1 galón	3785,4	3,7854	$3{,}7854x10^{-3}$	231,00	0,13368	1

EJERCICIOS

A. Expresar en metros.

1. 13 Km, 5 Hm, 7 dm	2. 27 m 4 cm 3 mm
3. 325,56 Dm + 526,9 dm	4. 453 600 mm + 9 830 cm
5. 51.83Hm + 9.7 Dm + 3 700 cm	6. 15 Km ,3 Hm 4 m
7. 24Hm ,8 Dm, 2 m, 5 dm	8. 32 Dm, 3 m ,8 dm ,7 cm
9. 435 dm, 480 cm ,2 600 mm	10. 8 cm, 3 mm

B. Expresar en litros.

1. Kl, 5 Hl, 7 dl	2. 2714 cl+ 3 ml
3. 325,56 Dl + 526.9 dl	
5. 51,83 Hl + 9,7 dl + 3 700 cl	6. 325dl + 190 ml
7. 8,26 dl +3,21cl	8. 325 cl+231,7 ml
9. 42 Hl +36 Dl	10. 3.21 Hl +42 Dl

C. Expresar en gramos.

1. 15 Kg, 3 Hg, 4 g	1. 24Hg ,8 Dg ,2 g ,5 dg
3. 32, 32 Dg, 3 g ,8 dg ,7 cg	1. 435 dg ,480 cg ,2 600 mg
5. 45 mg + 27 dg	1. 26,8 Hg + 32 dg
7. 32 Mg + 7 Kg	1. 7Kg + 45 mg
9. 325 μg	10. 23 mg + 37 μg

D. Expresar en centilitros.

1. 3 dl ,7l 5 dl ,4 cl 5 ml	2. 26 Hl ,8 l 2 ml
3. 30.072 kl + 5.06 Dl + 400 ml	4. 0.000534 kl + 0.47 l
5. 250 ml + 15 dl	6. 425 ml+20 μl
7. 67,45 dl	8. 45,6l + 32 dl
9. 234 ml	10. 56,7 μl

E. Expresar en centímetros cúbicos.

1. 116.2 m^3	2. 35,7 dm^3
3. 534 mm^3	4. 45 m^3 + 2 dm^3

5. 15 l	6. 42 ml+ 20 cl
7. 12 Hl +1 Dl	8. 34 dl + 15 ml
9. 18 l + 56 dl	10. 16 ml + 32 μl

F. Unidades derivadas.

1. 3km/h a m/s	2. 4582m/s a km/h
3. 9km/h a m/min	4. 9, 21 m/s a m/min
5. 70 m3 /s a l/min	6. 45 l/min a m^3 /s
7. 0.005 m^3 /min a l/s	8. 32 mA a A
9. 325 mV a V	10. 45 F a μF

PROBLEMAS

1. Camila tiene que tomar un jarabe para la tos que se vende en frascos de 250 ml. Cada 4 horas toma dos cucharadas que equivalen a 10 ml cada una, ¿para cuántas tomas le alcanza cada frasco?

2. En el desayuno Juan bebió medio litro de leche y en el almuerzo, un cuarto de litro de leche, ¿cuántos centilitros de leche bebió en total?

3. Una enfermera debe tomar la temperatura de tres pacientes, cada 27 minutos, ¿cuántas veces la puede tomar, si trabaja de forma ininterrumpida durante 8 horas?

4. De un rollo de esparadrapo que tiene 45 m, se usan sucesivamente 5.4 m, 80 cm, 170 dm y 1 200 mm . ¿Cuántos metros quedan en el rollo?

5. Un laboratorio farmacéutico envasa el alcohol en frascos de cuatro tamaños. Observar el volumen en centímetros cúbicos de cada frasco y calcular la capacidad en litros de cada frasco.

   Frasco A: 1250 cm^3

   Frasco B: 2500 cm^3

   Frasco C: 5000 cm^3

   Frasco D: 7500 cm^3

6. Una empresa distribuye bidones de agua destilada. Observar la capacidad en litros de cada uno de los bidones y calcular el volumen en centímetros cúbicos.

   a. 2,5 l
   b. 2 l
   c. 1,5 l
   d. 1 l

7. Una ambulancia debe recorrer 150 km Después de recorrer 5000 dm y 76 000 m, ¿cuántos kilómetros le faltan por recorrer?

8. El médico le dice a José que pesa 2 kg más que el mes pasado. ¿Cuántas libras pesaba, si este mes pesa 36 kg ?

9. Una ambulancia recorre aproximadamente 600 m, en un minuto.

   a. ¿Cuántos kilómetros recorre en una hora?
   b. ¿Cuánto tiempo necesita para recorrer 288 km?

10. Calcular la diferencia de tiempo en minutos y segundos dentro del mismo día, así:

   a. Desde las 5:45 AM hasta las12:25 pm.
   b. Desde las 9:15 AM hasta las 15:45 horas.
   c. Desde las 2:08 AM hasta las 17:23 horas.

11. Camila nació el 24 de febrero del 2008 a las 4.00 AM y Martín, el 26 de julio, a las 4.00 PM.
    a. ¿Cuál es la diferencia de edades entre ambos?
    b. ¿Cuántos segundos vive Martín, el día de su nacimiento?

12. El médico director representará el hospital en una carrera ciclística que comprende tres etapas y su recorrido total es de 725 km . La primera etapa comprende 2,4 x 10^5 m y la segunda, 21500 dm ¿Cuál es la distancia que debe recorrer en la tercera etapa?

13. La capacidad del tanque de un hospital es de 2,5 m^3.

    ¿Cuántos l de agua podrá almacenar?

14. Si le enviaron a la casa el recibo del agua del primer bimestre de 2014 y dice que se consumieron 70 m^3, ¿a cuántos l equivalen?

15. A Felipe le corresponde preparar el refresco para la comida. Para prepararlo usa una jarra a la que le caben 2 l; en la comida se usan vasos de 250 ml.

    ¿Cuántos vasos se pueden servir de la jarra?

16. Rocío tiene una jarra de 1500 ml y quiere preparar agua de Jamaica con un sobre de saborizante que rinde para 2 l de agua .

    ¿Cuántos l le caben a la jarra de Rocío?

17. ¿Son correctas las igualdades:

103 ml= 102 cl= 101 dl= 1 litro?

18. ¿Cuál es la edad de una persona que ha vivido 35 millones de minutos? (indicar el tiempo exacto en años, meses, días y horas).

19. Una niña cumplió 10 años el 28 de febrero del 2013, ¿cuántas horas tiene que transcurrir para cumplir sus 15 años?

20. La casa de Julia dista 1 km, 4 hm, 6 dm del hospital. Cada día, Julia recorre esta distancia dos veces. ¿Cuál es la distancia en metros que recorre diariamente?

21. Un helicóptero de la Cruz Roja sobrevuela el espacio aéreo a una altura de 7000 pies .
    a. ¿A cuántos metros equivale esta altura?

22. Un niño que pesa 20 kg va a ser tratado con Cosmegen en dosis de 15 µg/kg de peso.
    a. ¿Cuántos µg debe recibir el niño?
    b. ¿ Cuantos mg debe recibir el niño?

23. La ciudad de Las Flores está en la base de una montaña. En la parte más alta de ella se encuentra El Mirador, a 99 Hm de Las Flores. Bajando desde El Mirador a la base de la montaña por la parte opuesta, se encuentra El Romero, a 13,6 km de El Mirador. Partiendo de El Romero, Angélica recorre en bicicleta 210 Hm por la carretera que va a Las Flores y pasa por El Mirador.

    ¿A qué distancia de Las Flores se encuentra Angélica?

24. Un depósito contiene 13,5 hl de agua; 500 l se envasan en botellas de 250 cl cada una, 250 l se envasan en botellas de 500 cl cada una y el resto en botellas de 1,5 l cada una. Calcular la cantidad de botellas que se necesitan de 250 cl y de 1,5 l.

25. El poder que tienen las lentes para hacer que converjan más o menos, los rayos que las atraviesan se denomina poder convergente o potencia dióptrica y depende en forma inversa de la distancia focal de la lente.

    D (dioptrías) = 1/ f (metros).

    Calcular el poder convergente de una lente de distancia focal de 56 cm.

26. El poder que tienen las lentes para hacer que converjan más o menos, los rayos que las atraviesan se denomina poder convergente o potencia dióptrica y depende en forma inversa de la distancia focal de la lente.

    D (dioptrías) = 1/ f (metros).

    Calcular el poder convergente de una lente de distancia focal de 45 cm.

27. El poder que tienen las lentes para hacer que converjan más o menos, los rayos que las atraviesan se denomina poder convergente o potencia dióptrica y depende en forma inversa de la distancia focal de la lente.

    D (dioptrías) = 1/ f (metros).

    Calcular el poder convergente de una lente de distancia focal de 35.4 cm.

28. El poder que tienen las lentes para hacer que converjan más o menos, los rayos que las atraviesan se denomina poder convergente o potencia dióptrica y depende en forma inversa de la distancia focal de la lente.

    D (dioptrías) = 1/ f (metros).

    Calcular el poder convergente de una lente de distancia focal de 16.45 cm.

29. El punto de ebullición del O2 es - 182,86° C.

    Expresar esta temperatura en grados Fahrenheit y Kelvin.

30. El punto triple del agua es 273,15°K.

    Expresar esta temperatura en °C.

31. La membrana de un axón particular tiene 5 nm de espesor.

    Expresar su espesor en μm.

32. Un tubo de rayos X funciona bajo una diferencia de potencial de 150Kv.

    Expresar este potencial en mv.

33. Se ha comprobado que, se absorben 200 ml de oxígeno/min en los pulmones humanos.

    Expresar este valor en l/s

34. Gasto cardíaco es la cantidad de sangre que es bombeada por el corazón hacia la aorta, cada minuto. Si el individuo está en reposo tiene un valor promedio de 5 l/min.

    Expresar este valor en ml/s

35. La dosimetría de radiación es el cálculo de la dosis absorbida en los tejidos y la materia, como resultado de la exposición a la radiación ionizante, tanto de manera directa como indirecta. La dosis de la materia se reporta en greys (Gy) o sieverts (Sv) para el tejido biológico, donde 1 Gy o 1 Sv es igual a 1 joule por kilogramo. Por definición, 1 Gy = 100 rad y 1 Sv = 100 rem. Si es en el cristalino, la exposición es 150mSv/año.

    Calcular esta exposición en rem/mes y mrem/día

36. La dosimetría de radiación es el cálculo de la dosis absorbida en los tejidos y la materia, como resultado de la exposición a la radiación ionizante, tanto de manera directa como indirecta. La dosis de la materia se reporta en greys (Gy) o sieverts (Sv) para el tejido biológico, donde 1 Gy o 1 Sv es igual a 1 joule por kg. Por definición, 1 Gy = 100 rad y 1 Sv = 100 rem. Si es un adulto, la exposición es 50mSv/año. Calcular esta exposición en rem/mes y mrem/día.

37. La ecuación (Fórmula de Gauss) de las lentes convergentes puede expresarse así:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{1}{f}$$

Si se considera un objeto a 10 cm de una lente convergente de 30 cm de distancia focal, ¿a qué distancia m está situada la imagen producida por esta lente?

38. La ecuación (Fórmula de Gauss) de las lentes convergentes puede expresarse así:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{1}{f}$$

Donde do es la distancia del objeto a la lente, di es la distancia de la imagen a la lente y f es la distancia focal de la lente. Si la distancia focal es de 10 cm, hallar en mm la imagen de un objeto situado a 15 cm de la lente.

39. Si 300 l de gas hidrógeno se hallan a temperatura constante a una presión de 22 atm, ¿qué presión en Pa tendrán, si se expanden lentamente hasta ocupar un volumen de 450 l ?

(Recordar que $P_1 V_1 = P_2 V_2$)

40. La presión en el interior de un tanque de gas inicialmente con 20 l de oxígeno aumenta desde 5 atm hasta 6,66 atm. ¿Hasta qué volumen m^3 se comprime el oxígeno?

(Recordar que $P_1 V_1 = P_2 V_2$)

FICHA DE TRABAJO
UNIDAD 6

NOMBRE:____________________________

FECHA:______________________________

1

Unidades de medida

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Justificar con procedimientos la resolución de problemas que involucren conversión de unidades.
- Plantear situaciones en el campo de la salud que requieren conversión de unidades.

SESIÓN ACTIVADORA: DE CONFRONTACIÓN DE IDEAS Y CONCEPTOS A VALIDAR

Si por ejemplo, vamos a comprar tela a un almacén, podríamos decir al vendedor que nos venda 10 cuartas de género y él comenzará a medir sus cuartas sobre la tela. Si después nos atiende otro vendedor, ¿cree usted que coincidirá con la medida del primer vendedor?

PARA AVANZAR MÁS

1. Expresar en metros.
   a. 5,25 Hm
   b. 35.27dm
   c. 452,13mm

2. Expresar en milímetros.
   a. 325.54dm
   b. 35,42 μm
   c. 42875cm

3. Expresar en litros.
   a. 545 dl
   b. 25 cl
   c. 8,32 Hl

4. Expresar en mililitros.
   a. 3,54 l
   b. 256 dl
   c. 42,3 μl

5. Expresar 45 l/h en ml/seg.

FICHA DE TRABAJO
UNIDAD 6

NOMBRE:____________________________

FECHA:______________________________

2

Unidades de medida

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Justificar con procedimientos la resolución de problemas que involucren conversión de unidades.
- Plantear situaciones en el campo de la salud que requieren conversión de unidades.

SESIÓN ACTIVADORA: DE CONFRONTACIÓN DE IDEAS Y CONCEPTOS A VALIDAR

Si por ejemplo, vamos a comprar tela a un almacén, podríamos decir al vendedor que nos venda 10 cuartas de género y él comenzará a medir sus cuartas sobre la tela. Si después nos atiende otro vendedor, ¿cree usted que coincidirá con la medida del primer vendedor?

PARA AVANZAR MÁS

1. Expresar en gramos.
   a. 47.5 Kg
   b. 325 dg
   c. 7895 mg

2. Expresar en miligramos.
   a. 456 gr
   b. 287 cg
   c. 79 2875 μg

3. Desarrollar el problema 91.

4. Desarrollar el problema 93.

5. Desarrollar el problema 94.

AUTOEVALUACIÓN

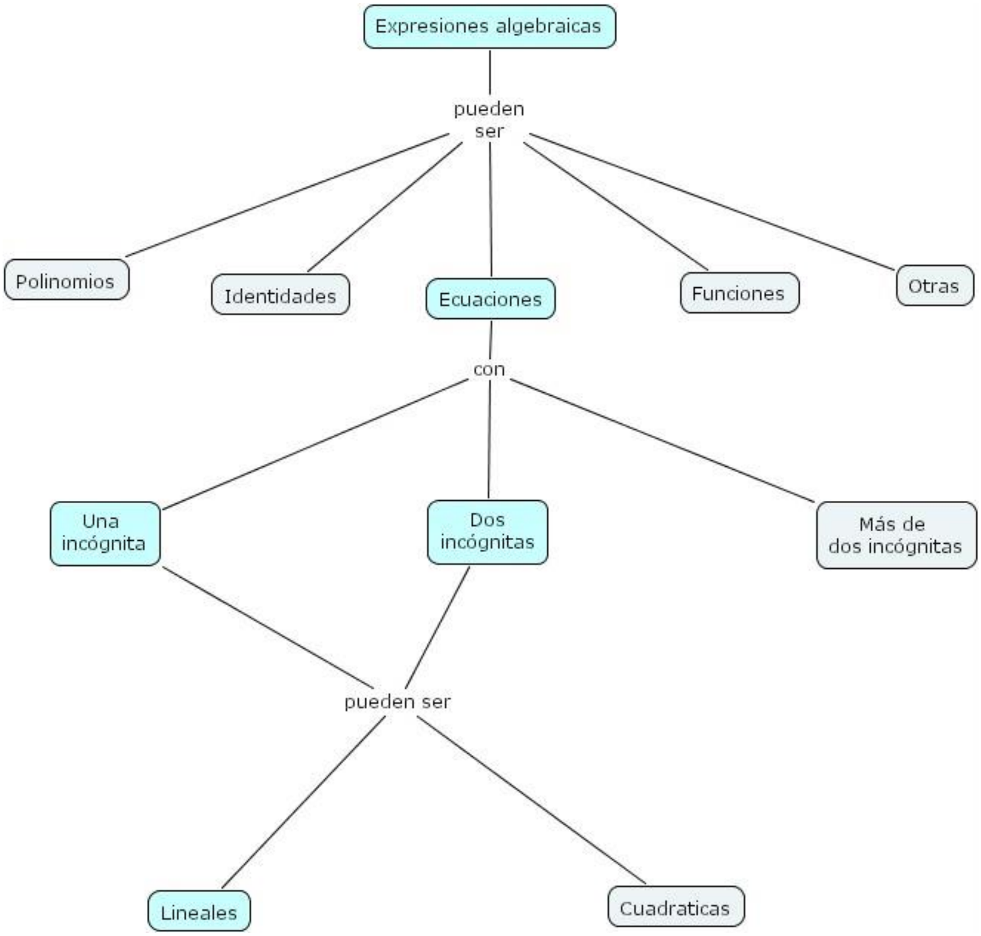
¿QUÉ APRENDÍ?	¿QUÉ DESAPRENDÍ?	ASPECTOS PARA MEJORAR

Capítulo 7

Ecuaciones

Si la vida fuera una ecuación matemática, nos faltarían letras en el abecedario para representar las incógnitas.

Georges Louis Leclerc



PROPÓSITOS (LOGROS O COMPETENCIAS)

- Participar en el planteamiento y la resolución de ecuaciones en problemas prácticos.
- Interpretar una ecuación como modelo matemático que permite encontrar los valores de la variable.
- Resolver problemas que involucren ecuaciones con una sola variable.

Una ecuación está definida como una igualdad, en la que interviene una o más cantidades desconocidas, llamadas variables (incógnitas) y su solución solo es verdadera para algunos valores que pueden tomar dichas variables.

Miembros de una ecuación

Las expresiones que están a ambos lados del signo igual son los miembros de la ecuación. El primer miembro es el de la izquierda y el segundo miembro, el de la derecha.

Ejemplo:

La expresión $3x+4=19$ es una ecuación, ya que se presenta una igualdad y contiene una variable (incógnita), así:

$$3x = 19 - 4$$

$$3x = 15$$

$$X = \frac{15}{3}$$

$$X = 5$$

El valor de esta igualdad solo es verdadera cuando la variable **X** toma el valor de 5, así: **X=5**

$3x+4=19$. Se sustituye **X** por el valor de **5**

$$3(5)+4=19$$

$$15+4=19$$

$$19=19$$

Términos de una ecuación

Los términos de una ecuación corresponden a cada cantidad de la ecuación que esté conectada con otra, por medio de un operador (+) o (-), o una cantidad que esté sola en un miembro de la ecuación.

Ejemplo:

En la ecuación: $3x = 2x + 7$, los términos son 3x, 2x, 7, mientras que los miembros de la ecuación son 3x y 2x + 7. Es indispensable tener claro la diferencia entre miembros de una ecuación y términos de la misma. Un miembro de la ecuación y su término pueden ser el mismo, siempre que la ecuación tenga una sola cantidad en uno de sus miembros.

Ejemplo:

En la ecuación anterior, $3x = 2x + 7$, el miembro $3x$ es un mismo término de la ecuación, ya que corresponde a un solo término, a la izquierda del signo de igualdad.

Tipos de ecuaciones

Ecuación numérica. Es aquella ecuación que contiene una única variable. Generalmente, en este tipo de ecuaciones se utiliza la variable **X.**

Ejemplos:

$8x + 3 = 2x - 4$ $\qquad$ $x + 3 = 18$ $\qquad$ $9x + 1 = 3$

Ecuaciones lineales. También llamada como ecuación polinómica de primer grado, es decir, el grado de sus incógnitas es **1** y una forma general sería: $ax + by + cz\ldots = k$, en donde a,b,c….k son coeficientes o números reales, y las letras x,y,z… son las incógnitas de la ecuación. Es decir, la ecuación lineal puede presentar varios tipos de incógnitas.

Ejemplo:

$2x + 7y = ax + 9y$

Ecuaciones enteras. Los ejemplos anteriores corresponden a ecuaciones enteras, ya que sus términos contienen números enteros como tal, es decir, no están expresados como un numerador y un denominador.

Ejemplo:

$3x + 5y + 9z = x + 3y - 8$

Ecuaciones fraccionarias. Son ecuaciones que presentan algunos o todos sus términos en forma de fracciones, es decir contienen un numerador y un denominador. **Ejemplo:**

$(1/3)x + (2/7)y = (14/3)x - 11$

¿ Cómo sé cuál es el grado de una ecuación?

El grado de una ecuación con una variable (incógnita), corresponde al mayor de los exponentes de dicha variable (incógnita). Así, la ecuación $2x+5=4x+9$ corresponde a una ecuación de primer grado, ya que sus incógnitas tienen exponente 1, mientras que la ecuación $8x^2-4x+2=0$ corresponde a una ecuación de segundo grado, ya que el mayor de sus exponentes es 2.

¿Cómo solucionar una ecuación de primer grado?

Solucionar una ecuación es hallar el valor numérico de sus variables que satisfagan dicha ecuación, para que esta sea verdadera. Para lograrlo, es necesario aplicar los siguientes principios:

- En una ecuación es posible agrupar o reducir los términos semejantes que contenga dicha ecuación.
- Para eliminar los denominadores presentes en una ecuación, se debe hallar el m.c.m. de los denominadores y multiplicar cada término de la ecuación por dicho m.c.m.
- Para eliminar un denominador de una variable, se deben multiplicar ambos miembros de la igualdad por el valor de dicho denominador.
- Para suprimir paréntesis en una ecuación, se deben efectuar las operaciones presentes en cada miembro de la ecuación.
- Se puede efectuar transposición de términos de una ecuación, con el fin de tener en un miembro de una ecuación, los términos que contengan variables o incógnitas, y al otro lado de la igualdad, los términos que sean numéricos.
- Si la variable (incógnita) está acompañada por un coeficiente numérico, se dividen ambos miembros de la ecuación por el valor del coeficiente de la variable (incógnita).

PROPIEDADES DE LA SOLUCIÓN DE ECUACIONES

Propiedad aditiva

Si en ambos miembros de una ecuación se suma una misma cantidad, la igualdad no se altera. $x + a = y + a$, siendo $x = y$.

Propiedad de la sustracción

Si en ambos miembros de una ecuación, se resta una misma cantidad, la igualdad no se altera. $x - c = y - c$, siendo $x = y$.

Propiedad multiplicativa

Si ambos miembros de una ecuación, se multiplican por una misma cantidad, la igualdad no se altera, $x\ (a) = y\ (a)$, siendo $x = y$

Propiedad de la división

Si ambos miembros de una ecuación, se dividen por una misma cantidad, la igualdad no se altera. $x \div b = y \div b$, siendo $x=y$, y siempre que $b \neq 0$.

Propiedad de la potenciación

Si ambos miembros de una ecuación se elevan a una misma potencia, la igualdad no se altera. $x^2 = y^2$, siempre que $x = y$.

Propiedad de la radicación

Si a ambos miembros de una ecuación, se les extrae una misma raíz, la igualdad no se altera. $\sqrt{x} = \sqrt{y}$, siendo $x = y$.

Una ecuación puede reducirse a otra ecuación que sea equivalente, siempre que uno de sus miembros se anule o sea igual a cero, por medio de la aplicación de las propiedades de la adición y de la sustracción.

Ejemplo:

Resolver la ecuación.

$4x + 3 = 12 - 2x$

Haciendo transposición de términos.

$4x + 2x = 12 - 3$

Haciendo las operaciones, se tiene que,

$6x = 9$

$x = 9/6 = 3/2$

Sustituyendo x por 3/2

$4(3/2) + 3 = 12 - 2(3/2)$

Se tienen que,

$9 = 9$

¿Cómo solucionar ecuaciones con signos de agrupación?

Son ecuaciones que presentan algunos términos agrupados; para su solución es necesario tener en cuenta las reglas aplicadas en la destrucción de signos de agrupación.

- Si antes de un signo de agrupación aparece un signo positivo (+), el signo de agrupación se elimina y los factores que están dentro de él, no varían su signo y quedan tal como están.
- Si antes de un signo de agrupación aparece un signo negativo (-), el signo de agrupación se elimina y los términos dentro de este cambian al signo opuesto al que tenían.

Ejemplo:

Resolver.

$-5a + 4(8a - 5a + 4) = -5(6 + 7a)$

Eliminando signos de agrupación.

$-5a + 32a - 20a + 16 = -30 -35a$

Reduciendo términos semejantes.

$7a + 16 = -30 - 35a$

Haciendo transposición de términos.

$7a + 35a = -30 - 16$

Reduciendo términos.

$42a = -46$

Despejando la variable.

$a = -(46/42) = -\ (23/21)$

¿Cómo resolver problemas mediante ecuaciones de primer grado?

Para resolver problemas, se recomienda seguir una serie de pasos que ayudan a organizar la información, entender y analizar el problema y finalmente resolverlo. Estos son:

1. Leer el problema cuidadosamente.
2. Expresar la información dada en forma algebraica.
3. Plantear la ecuación.
4. Resolver la ecuación.
5. Verificar la ecuación.
6. Escribir la respuesta en una forma adecuada.

Ejemplo:

María tiene 16 pacientes más que Carlos y entre ambos tienen 62 pacientes, ¿cuántos pacientes tiene cada uno?

Asignamos la variable **x,** a la cantidad de pacientes que tiene María: x = los pacientes de María. Como Carlos tiene 16 pacientes menos que María: $x-16$ = los pacientes de Carlos.

Lo que reúnen ambos es:

$x + x - 16 = 62$

Resolviendo esta ecuación.

$x + x - 16 = 62$

$2x = 62 + 16$

$2x = 78$

$x = \frac{78}{2} = 39$

Entonces, si se entiende que María tiene 39 pacientes, la cantidad de pacientes de Carlos será: $x - 16 = 39 - 16 = 23$

Carlos tiene 23 pacientes. A partir de estos dos resultados, se verifica si cumple la condición inicial.

María tiene 16 pacientes más que Carlos.

$39 - 23 = 16$

Entre ambos reúnen 62 pacientes.

$39 + 23 = 62$.

EJERCICIOS

A. Resolver las siguientes ecuaciones.

1. $18x - 2 = 16$
2. $2x + 4 = 5x - 6$
3. $5x = 4x + 15$
4. $-3x + 5 = -6x - 7$
5. $-2x + 9 = x - 9$
6. $x + 8 = -2x - 4$
7. $10x - 13 = y - 6$
8. $37y - 3 = y - 6$
9. $-5x - 3 = -8 - 6y$
10. $4z - 3 = 9z + 5$
11. $-2x + 3 + 6x = 11 + 12x - 3$
12. $-5x - 9 - 17x = 23 - 15x - 7$
13. $4 - 8x - 5 = 3x + 8 - 14$

14. $9x - 2 + 4x - 10 = 8x - 4 + x$
15. $12y - 7 + 15y = 17y - 4 + 2y - 3$
16. $6z - 3 + 9z - 33 = 8z+21-6z-25$
17. $6 - 18x + 16 - 7x = 38 + 37x - 8 + 24x$
18. $12y - 24 + 9y + 11 = y - 29 + 32y + 12$
19. $8h - 16h - 32h - 54h = 56h + 31h - 170$
20. $14x - 17 + 12x - 36x = 51 + 96x - 32x$

Resolver y verificar las siguientes ecuaciones.

1. $-2x - 3 - (3x - 5) = -6x + (-2 + 6x - 4)$
2. $-(3y - 8 + 2y) - 15y = -4y + 6 - 6(9+y)$
3. $3a - 2 [-(-4a + 6) - 3a] = -8 [-(-4 - 11a) + 7] - 7$
4. $-5 - 2y - [8 - (4y - 3) + 14y] = 15y - [-8 + (2y - 5) + 11y]$
5. $-2 - a - [- 7a - (11a + 4)] = -[15 + (-2b - 6) + 19b] - (25+b)$
6. $8 - [-(-3k-5) - (8k + 4)] = -[15 + (-2k - 6) + 19k] - (25+1k)$
7. $-\{-[-5a - (-6a + 4) - a]\} = -\{-8a - [26 - (a - 8) - 10a - (-9a - 7)] + 9a\}$
8. $-5a -\{4 - [-(a-5) + 4a]\} = 5a -[-(6a+7) + 8 - 11a]$
9. $-2 + [2b - 3 - (4b + 5) + 1] = -10b - [-9 - (3b+5)-8] - b - 9$
10. $-\{-[-2x + (3 - 7x) - 11 + 4x] - x\} = -\{-[-(9x - 3) - 6x] + 9x\} - 4$
11. $-[5y + 3 - (8y - 3) - y] = -[-6 + 4y - (5 - 6y) + 7y] - 15$
12. $8 + [-3x + (7x + 5)] = 7 - [-(2x + 6) - (6x - 8] + 10$

c. De cada una de las siguientes ecuaciones, despejar la letra indicada después del (;)

1. $S = a/ (1-r)$; r	2. $x/a + y/b = 1$; y
3. $I = a + (n - 1) d$; n	4. $I = I_0 (1+ct)$; c
5. $Ft = mv1 - mv2$; m	6. $Y = (3x - 5)/(2 - x)$; x
7. $S = p + Prt$; P	8. $A = 2\pi r(r+ h)$; h
9. $m_0 = \frac{yy_1}{xx_1}$; y	10. $S = \frac{a=r^{\pi}}{1=}$; a
11. $S = \frac{a =}{1 =}$; r	12. $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$; R

13. $S = a + (n - 1)d$; n	14. $T = \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) g$; m1
15. $V = r[1 + (b1 - b2)]t$; b1	16. $E = \frac{t_2 - 2t_2}{t_1 + t_2}$; t1
17. $Y = \frac{2y=;}{4y}$; x	18. $A = 2\pi r1(r + h)$; r

PROBLEMAS

1. En un hospital hay 25 pacientes entre niños y niñas, si los niños son 4 veces las niñas, ¿cuántos niños y cuantas niñas hay?	2. Las edades de 3 pacientes A, B y C son 76 años, si A tiene 11 más que B y 18 años menos que C, ¿cuál es la edad de cada uno?
3. Juana, Julia y José trabajan un total de 18 horas en un hospital. Entre Juana y Julia trabajan 11 horas y José trabaja 1 hora más que Juana. ¿Cuántas horas trabajó cada uno?	4. La suma del largo y ancho de un rollo de gasa es 20 cm. El largo es 1 menos que el doble del ancho. Calcular el largo y el ancho del rollo.
5. Para una jornada de vacunación, los 4/5 de las vacunas son contra la poliomelitis, los ¾ del resto son contra la hepatitis y los 4 restantes son contra la influenza. ¿Cuántas vacunas hay disponibles para la jornada?	6. Antonio y Bethy debían hacer 120 tamizajes visuales. Si Antonio hizo 50 tamizajes más que Bethy, ¿cuántos tamizajes hizo cada uno?
7. Entre Bernardo y Ana vacunaron 1700 niños. Si Bernardo vacunó 150 niños más que Ana, ¿cuántos niños vacunó Bernardo?	8. La suma de pacientes mujeres y hombres que padecen cáncer de páncreas es 2920 y se encuentra en razón 5/3. ¿Cuántos pacientes hombres y mujeres hay?
9. En una sala de urgencias hay el cuádruple de hombres que de mujeres y la mitad de niños que de mujeres, en total hay 165 personas. ¿Qué número corresponde a cada tipo de persona?	10. Si por cada 3 Rx de AP (Antero Posterior) se tomaron 13 Rx de PA (Postero Anterior), ¿cuántos Rx de AP y de Rx de PA se tomaron, si se sabe que el número Rx de AP excede el número de Rx de PA en 660?
11. Para un tamizaje visual, la razón entre niños y adultos es 5 a 7. Hallar el número de niños y de adultos, si se sabe que su suma es 96.	12. Un hospital agrupa a sus empleados en tres categorías y los distingue por el color de sus carnés: blancos, azules y verdes. El total de empleados es 285. El número combinado de verdes y azules es mayor en 15 unidades que el doble del número de blancos. El número combinado de blancos y azules es mayor en 45 unidades que el triple del número de verdes. Determinar el número de empleados que pertenece a cada categoría.

FICHA DE TRABAJO
UNIDAD 7

NOMBRE:____________________________

FECHA:______________________________

1

Ecuaciones

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Participar en el planteamiento y resolución de ecuaciones en problemas prácticos.

Interpretar una ecuación como modelo matemático que permite encontrar los valores de la variable que en ella aparece.

Resolver problemas que involucren ecuaciones con una sola variable.

SESIÓN ACTIVADORA; DE CONFRONTACIÓN DE IDEAS Y CONCEPTOS A VALIDAR

¿Cómo representaría usted matemáticamente la siguiente situación?

La suma de las edades de dos hermanos es de 21 años. Determinar la edad de cada uno si la razón es de 3: 4

PARA AVANZAR MÁS

1. Resolver cada una de las siguientes ecuaciones:

a. $14 - (5x - 1)(2x+3) = 17 - (10x + 1)(x-6)$

b. $(x+1)(2x+59) = (2x+3)(x-4) + 5$

c. $X + 3(x-1) = 6-4(2x+3)$

2. Resolver:

a. La relación entre la temperatura F en la escala Fahrenheit y la temperatura C en la escala Celsius está dada por: $C = 5/9\ (F - 32)$. Despejar F en términos de C.

b. La presión osmótica se define como la presión hidrostática necesaria para detener el flujo neto de agua, a través de una membrana semipermeable que separa soluciones de composición diferente. La presión osmótica (π) está dada por:

$\pi = RT\ (C_i - C_e)$

Donde π es presión osmótica medida en atmósferas (atm), R, la constante de los gases, T, la temperatura absoluta, C i, la concentración en el interior y C e, la concentración en el exterior de la membrana. Despejar C e.

3. Las edades de dos pacientes, Luis y Pedro suman 50 años. Si el doble de la edad de Pedro es 48, ¿cuáles son las edades de cada uno?

4. Hallar el peso de un paciente, si se sabe que la segunda cifra de este es la mitad de la primera y la suma de las dos cifras es 6.

5. La suma de los pesos de dos pacientes es 120 kg. Si la mitad del peso de uno de ellos es el doble del peso del otro, ¿cuál es el peso de cada uno?

FICHA DE TRABAJO
UNIDAD 7

NOMBRE:____________________________

FECHA:______________________________

2

Ecuaciones

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE.

- Participar en el planteamiento y la resolución de ecuaciones en problemas prácticos.
- Interpretar una ecuación como modelo matemático que permite encontrar los valores de la variable que en ella aparece.
- Resolver problemas que involucren ecuaciones con una sola variable.

SESIÓN ACTIVADORA: DE CONFRONTACIÓN DE IDEAS Y CONCEPTOS A VALIDAR:

¿Cómo representaría usted matemáticamente la siguiente situación?

La suma de las edades de dos hermanos es de 21 años. Determinar la edad de cada uno, si la razón es de 3: 4

PARA AVANZAR MÁS

1. Resolver cada una de las siguientes ecuaciones.

   a. $\frac{3x+5}{4} = \frac{x+7}{2}$

   b. $\frac{2x+1}{3} = \frac{x+1}{2}$

   c. $\frac{6}{x-4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$

   d. $\frac{2}{x-1} = \frac{3}{x+1}$

2. Si por cada 3 niños hay 13 adultos , ¿cuántos niños y adultos hay, si se sabe que el número de niños excede el número de adultos en 660?

3. La razón geométrica de los pesos de Martín y Nicolás es $\frac{8}{5}$ y su diferencia es 12. ¿Cuál es el peso de cada uno en kilos?

4. Si $\frac{1}{3}$ de la edad de Ana es igual a $\frac{1}{5}$ de la edad de Bernardo e igual a $\frac{1}{7}$ de la edad de Carlos y 5 veces la edad de Ana menos la edad de Carlos, que es igual a 48 años, ¿cuál es la edad de cada uno?

5. La edad de Luisa es 6 veces la edad de su nieta María; dentro de 10 años la edad de Luisa será 4 veces la edad de María. ¿Cuántos años le lleva María a Luisa?

AUTOEVALUACIÓN

¿QUÉ APRENDÍ?	¿QUÉ DESAPRENDÍ?	ASPECTOS PARA MEJORAR

Apéndice 1

Notación científica

La **notación científica** es una forma rápida de representar un número, utilizando potencias de base diez. Con esta notación se pueden expresar fácilmente números muy grandes o muy pequeños.

Los números se escriben como un producto: $b \times 10^n$, donde **b** es un número real mayor o igual que 1 y menor que 10 y recibe el nombre de coeficiente, **n** es un número entero que recibe el nombre de exponente u orden de magnitud.

Los números en notación científica se pueden escribir de diferentes formas. El número 7×10^5 también se podría escribir como $7e^5$.

ESCRITURA

- $10^0 = 1$
- $10^1 = 10$
- $10^2 = 100$
- $10^3 = 1\ 000$
- $10^4 = 10\ 000$
- $10^5 = 100\ 000$
- $10^6 = 1\ 000\ 000$
- $10^7 = 10\ 000\ 000$
- $10^8 = 100\ 000\ 000$
- $10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$
- $10^{10} = 10\ 000\ 000\ 000$

10 elevado a una potencia entera negativa $-n$ es igual a $1/10^n$

- $10^{-1} = 1/10 = 0,1$
- $10^{-2} = 1/100 = 0,01$
- $10^{-3} = 1/1\,000 = 0,001$
- $10^{-9} = 1/1\,000\,000\,000 = 0,000\,000\,001$

OPERACIONES MATEMÁTICAS CON NOTACIÓN CIENTÍFICA

Suma y resta

Siempre que las potencias de 10 sean las mismas, se deben sumar los coeficientes, dejando la potencia de 10 con el mismo grado. En caso de que no tengan el mismo exponente, debe convertirse el coeficiente, multiplicándolo o dividiéndolo por 10, tantas veces como se necesite para obtener el mismo exponente.

Ejemplos:

$3 \times 10^4 + 5 \times 10^4 = 8 \times 10^4$

$2 \times 10^5 - 0.3 \times 10^5 = 1,7 \times 10^5$

$3 \times 10^5 + 2 \times 10^4 - 6 \times 10^3 =$ (se toma el exponente 5 como referencia).

$=3 \times 10^5 + 0,2 \times 10^5 - 0,06 \times 10^5 = 3,14 \times 10^5\, 314 \times 10^3$

Multiplicación

Para multiplicar cantidades escritas en notación científica se multiplican los coeficientes y se suman los exponentes.

Ejemplo:

$(3 \times 10^{10}) \times (5 \times 10^4) = 15 \times 10^{14}$

División

Para dividir cantidades escritas en notación científica se dividen los coeficientes y se restan los exponentes.

Ejemplo:

$(60 \times 10^5) \div (5 \times 10^2) = \frac{60}{5} \times 10^{5-2} = 12 \times 10^3$

Potenciación

Se eleva el coeficiente a la potencia y se multiplican los exponentes.

Ejemplo:

$(7 \times 10^4)^2 = 4\ 9 \times 10^8$.

Radicación

Se debe extraer la raíz del coeficiente y se divide el exponente entre el índice de la raíz.

Ejemplos:

$\sqrt{(16\times10^{20})} = 4 \times 10^{10}$

$\sqrt[3]{(8\times10^{27})} = 2 \times 10^{9}$

$\sqrt[4]{(81\times10^{16})} = 3 \times 10^{4}$

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Las **cifras significativas** o **dígitos significativos** representan el uso de una o más escalas de incertidumbre en determinadas aproximaciones. Se puede decir que 3,9 tiene 2 cifras significativas, mientras que 3,90 tiene 3. Para distinguir los ceros que son significativos de los que no lo son, estos últimos suelen indicarse como potencias de 10. También cuando no se pueden poner más de tres cifras, simplemente se le agrega un número al otro si es igual o mayor que 5, y si es menor, simplemente se deja igual.

Ejemplo:

3,46786. Solo se pueden mostrar tres cifras, así que se le suma una unidad a la cifra 6 (6 + 1 = 7), ya que la cifra 7 es mayor que 5, así que queda 3,47. Y si el número es menor que cinco, así: 2,56483 y se corta, queda 2,56, porque la cifra 4 es menor que 5.

APÉNDICE 2

Leyes de los exponentes

Los exponentes también se llaman potencias o **índices**, el exponente de un número dice cuántas veces se multiplica el número por sí mismo.

Ejemplo:

$3^2 = \mathbf{3 \times 3 = 9}$

3^2 se puede leer 3 a la segunda potencia, 3 a la potencia 2 o simplemente, 3 al cuadrado.

Todas las leyes de los exponentes o reglas de los exponentes se derivan de tres conceptos básicos:

- El exponente de un número indica cuántas veces se multiplica el número por sí mismo.
- La operación inversa a la multiplicación es la división. Entonces un exponente negativo implica una división.
- Un exponente fraccionario como $\frac{1}{n}$ quiere decir sacar la raíz n-ésima .Es decir: =

$x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$

Ley	Ejemplo
$x^1 = x$	$3^1 = 3$
$x^0 = 1$	$12^0 = 1$
$x^{-1} = \frac{1}{x}$	$9^{-1} = \frac{1}{9}$
$x^m x^n = x^{m+n}$	$x^5 x^3 = x^{5+3} = x8$
$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$	$\frac{x^8}{x^2} = x^{8-2} = x^6$
$(x^m)^n = x^{mn}$	$(x^5)^2 = x^{5\times 2} = x^{10}$
$(xy)^n = x^n y^n$	$(xy)^3 = x^3 y^3$
$(\frac{x}{y})^n = x^n/y^n$	$(x/y)^2 = x^2 / y^2$
$x^{-n} = 1/x^n$	$x^{-4} = 1/x^4$

Radicales (exponentes fraccionarios)

La expresión se llama radical, **a** es el radicando y **n** es el índice del radical. Al símbolo se le denomina signo radical.

Leyes de los radicales

Ley	Ejemplo
$\sqrt[n]{a^n} = a$	$\sqrt[3]{5^3} = 5$
$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}$	$\sqrt[3]{8a^3} = \sqrt[3]{8}\,\sqrt[3]{a^3} = 2a$
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\sqrt[3]{\frac{64a^3}{27}} = \frac{\sqrt[3]{64a^3}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{4a}{3}$
$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$	$\sqrt[5]{\sqrt[2]{a}} = \sqrt[10]{a}$
$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	$x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[3]{x^4}$

Este libro se terminó de imprimir y encuadernar en
Entrelibros E-book Solutions en mayo de 2019.

Fue publicado por la Fundación Universitaria del Área Andina.
Se empleó la familia tipográfica Raleway

Cuando los estudiantes cursan la asignatura de Matemáticas, en el caso específico de estudiantes que inician su vida universitaria en carreras de ciencias de la salud, se evidencian actitudes de rechazo, las cuales se ven reflejadas en el escaso interés por su aprendizaje.

Es por esto que el presente texto pretende apoyarlos, exponiendo los conocimientos que representan una pieza clave en el comienzo de los estudios de matemáticas a nivel profesional. Una temática tan básica, en el sentido de que sobre ella se construirá buena parte de los conocimientos matemáticos que luego llegarán con otros estudios, es aquella que trata sobre los números racionales, sus diferentes interpretaciones y sus operaciones.

De otro lado, para la formación científica es muy importante que los estudiantes comprendan qué son las ecuaciones y cómo corresponden a otras formas de expresar relaciones entre cosas.

La metodología utilizada en el texto lleva al estudiante paso a paso, de manera clara y sencilla, a lograr su aprendizaje a su propio ritmo. Cada uno de los capítulos incluye introducción, propósitos (logros o competencias), contenidos, puntos básicos de aprendizaje, ejercicios o problemas y fichas de trabajo o talleres.

AREANDINA
Fundación Universitaria del Área Andina

ISBN: 978-958-5539-49-5
9 789585 539495