MATEMÁTICAS

Sandra Peña Alonso

EJE 1
Conceptualicemos

Fuente: shutterstock_364470776

AREANDINA
Fundación Universitaria del Área Andina
MIEMBRO DE LA RED ILUMNO

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

En este eje de pensamiento denominado los números y sus contextos, se pretende responder al interrogante ¿De qué manera se potencia el desarrollo de pensamiento numérico en la formación inicial de estudiantes de la Fundación Universitaria del Área Andina?

Para aproximarnos a diferentes formas de comprender los números, sus contextos, historias, usos y formas de operar se parte del hecho de que estos objetos matemáticos permiten acceder al conocimiento a partir de su estudio sistemático, lógico y progresivo. El pensamiento numérico se incentiva a través de estrategias de conteo, estimación, agrupación y cálculo mental.

En el documento de lineamientos curriculares para la educación matemática del Ministerio de Educación Nacional (1998), se establece que la aritmética es de uso cotidiano y profesional en la vida de las personas. En esa misma línea, declara que el estudio del pensamiento numérico es progresivo y se logra en la medida que usamos los números para resolver situaciones del contexto, algunas cotidianas y otras más elaboradas, en el sentido de que se requieren algunos saberes técnicos para operar y pensar con los números, por ejemplo, las matemáticas de los contadores, los ecónomos, los ingenieros y otros profesionales.

En este documento se presenta variedad de contextos tanto de uso, como de aplicación de los números y sus sistemas para la resolución de diferentes problemas en la vida cotidiana. Los sistemas de numeración son constructos sociales y culturales que reglamentan, nombran y dan sentido a los números en sus contextos para resolver diversas situaciones que han resultado ser problemáticas para el hombre, en diferentes periodos de la historia. Los números no están desprovistos de experiencia humana, por el contrario, estos encarnan no sólo el pensamiento de los colectivos sino de sus formas de vida y las formas de comunicación, que para este caso se han ido elaborando. Cada sistema numérico aparece en un marco histórico y ha sido adoptado en diversas culturas.

Nos proponemos entonces identificar diferentes códigos, al igual que su significado, para interpretar y resolver situaciones y problemas asociados al estudio del pensamiento numérico y su desarrollo.

Sistemas numéricos – Potenciación y Radicación

¿Cuáles son las relaciones numéricas existentes en la siguiente serie?

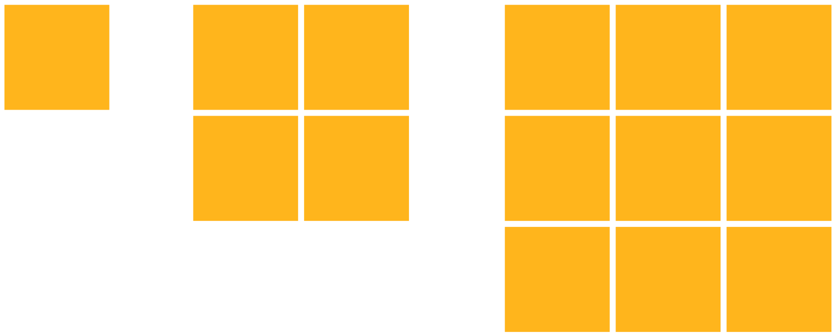


Figura 1
Fuente: propia

¿Qué número sigue? _____

La serie nos ilustra los números cuadrados, al igual que otros números que tienen particularidades importantes, a saber:

- Son números que forman cuadrados de base 1, 2, 3...
- Tienen una representación geométrica.
- Se denotan con la forma general . $n \times n = n^2$.
- Estos números son potencias de 2. Es decir que en la primera figura se ve un sólo cuadrado, representa las dimensiones del mismo cuando a uno de sus lados se le asigna el valor de 1 y se calcula su área $1 \times 1 = 1^2$.
- La forma de representación de este patrón numérico es bidimensional, sin embargo, es de anotar que existen representaciones piramidales cuadradas.

Así, los números cuadrados se logran al reiterar el mismo factor o al sumar los números impares que lo preceden. Un número cuadrado debe ser igual a la suma de la primera n números impares, siendo n el número base del número cuadrado.

Por ejemplo, el número cuadrado 16 equivale a la suma de 7+5+3+1, otro ejemplo, el número 36 se logra a partir de la suma de los números 1, 3, 5, 7, 9, 11 pero con otra restricción, no todos los números impares menores que 36, sólo aquellos que son representados en un arreglo geométrico.

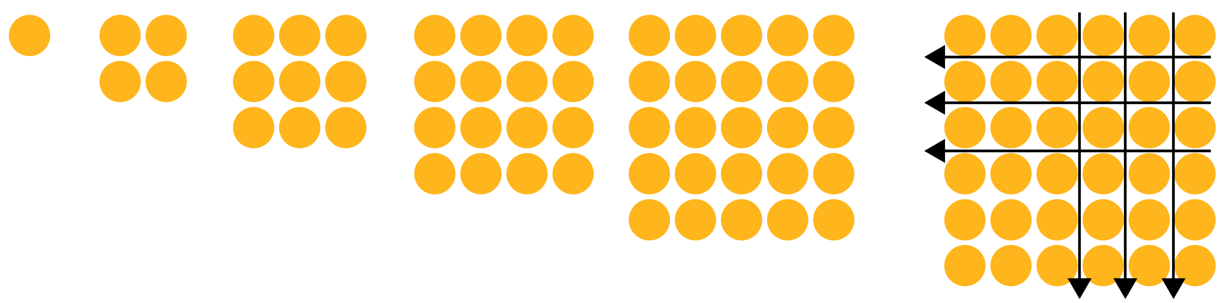


Figura: 2.
Fuente: propia

1 1+3=4 1+3+5=9…………

¿Qué es número? y ¿Qué es una cantidad?: conexiones con el comportamiento humano y de la naturaleza

Los números al igual que los seres humanos presentan comportamientos. En ocasiones algunos números se construyen a partir de la repetición de pautas fijas, rutinas o patrones, por ejemplo:

1= 1+0	1= 1+0
2= 1+1	2= 1+1+0
3= 1+2	3= 1+1+1+0
4= 1+3	4= 1+1+1+1+0

Otros números...

1, 3, 6, 10,15, 21... estos números se definen por su forma geométrica triangular, su patrón es triangular, y al representarlos cada conjunto de puntos se distribuyen en un triángulo de lados iguales o en triángulos equiláteros.

1 = 1+0
3= 1+2
6= 1 +2+3
10= 1+2+3+4
15= 1+2+3+4+5

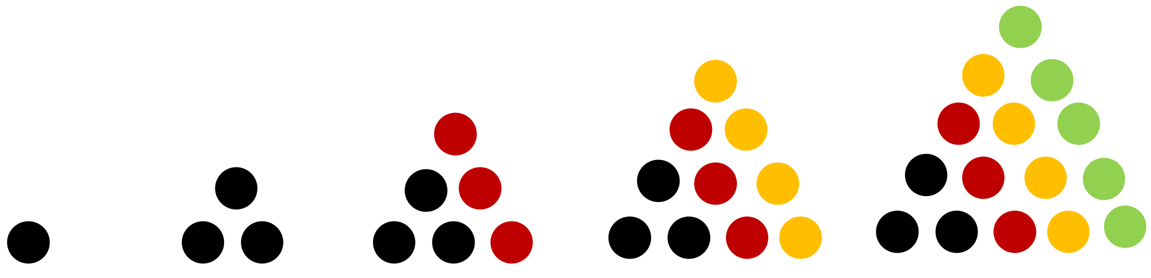


Figura: 3.
Fuente: propia

Otra relación numérica corresponde al significado que de los mismos se logró en la escuela Pitagórica. Claramente se establece una conexión entre elementos geométricos indefinidos como punto, recta o dimensiones, asociadas a los números uno, dos, tres y cuatro o números enteros. El uno por su parte asociado a la idea de punto o trazo que se consigue sobre una superficie, de modo tan sutil permite pensar en lo no dimensional, así el dos, asociado a la idea de segmento de recta o distancia entre dos puntos, con el número tres se establece la relación con el concepto de superficie o región de espacio delimitada por cierto número de segmentos de recta cerrados, ya el número cuatro se conecta con ideas asociadas al estudio del volumen o de cuerpos sólidos como el cubo.

De los cuatro primeros números enteros 1, 2, 3 y 4 en la época de Pitágoras se configura la filosofía de la Tetraktys. Así la suma de estos cuatro números 1+2+3+4=10 conforma la década o idea de totalidad y armonía entre el hombre y el universo. Los pensamientos principales de la Tetraktys de Pitágoras se presentan de manera global en la figura siguiente:

Figura. 4
Fuente: www.shutterstock.com/252135505

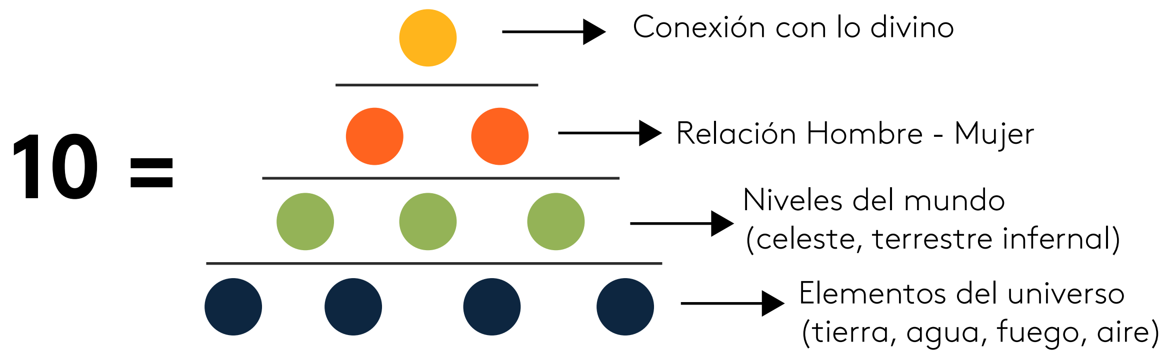


Figura: 5.
Fuente: propia

En la siguiente serie 1, 5, 12, 22, 35 se muestran los números poligonales. Estos números se representan a través de un conjunto de polígonos de cinco lados o pentágonos, y su patrón, se construye a partir de las relaciones que se muestran en el arreglo numérico y geométrico.

1 = 1+0
5 = 1+4
12= 1+4+7
22= 1+4+7+10

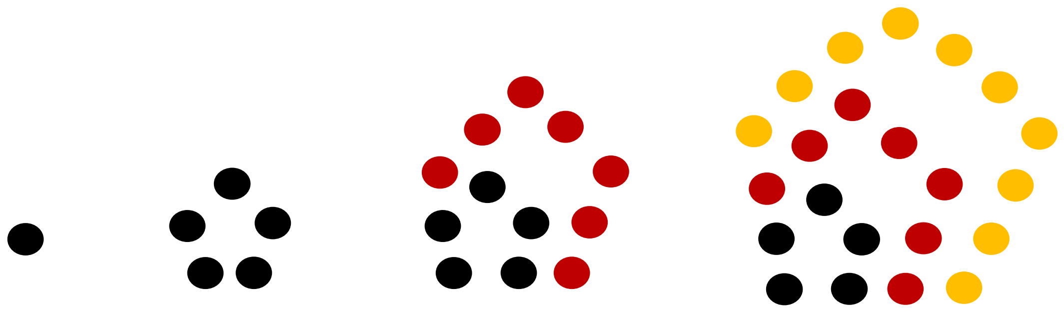


Figura: 6.
Fuente: propia

Los seres humanos accedemos a los números por recuento o por identificación de patrones o secuencias, comportamientos que se reiteran y que son fácilmente modelados a través de diferentes representaciones como son los símbolos, las formas geométricas, las palabras en sus dimensiones oral, escrita, icónica y gestual, al igual que las abstracciones que de los mismos se realiza.

Otros números que guardan relaciones interesantes por su configuración geométrica son los oblongos o con forma rectangular. Estos números se producen a partir del producto de dos números, se modelan con la forma , veamos:

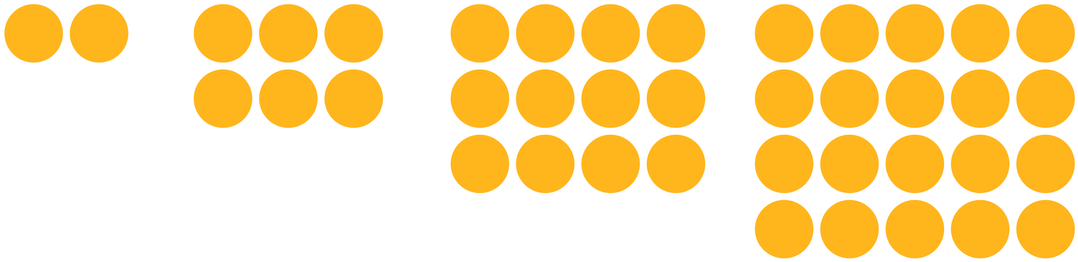


Figura: 7.
Fuente: propia

Para configurar la relación de los números que componen este arreglo geométrico, haremos uso de la idea de dimensión o de la relación base y altura. Así el primer arreglo se compone de sólo dos puntos organizados en una sola línea que da la idea de una dimensión o anchura. Para el segundo arreglo de puntos se encuentra la relación dos puntos ubicados en la dimensión de altura y tres puntos ubicados en la dimensión de anchura, de tal modo que 2 x 3 equivale a 6 puntos. El resto de la secuencia en el tercer arreglo, se infiere que, por cada arreglo se aumenta una línea de puntos tanto en forma vertical como horizontal, de manera tal, que se conserve una regularidad en el crecimiento o aumento del número de puntos de un arreglo al otro.

Ahora bien, el estudio de números perfectos como el 6 y el 28, requiere la construcción de otras pautas, lógicas y representaciones para su construcción. En ocasiones, estas conexiones se hacen más complejas, dadas las relaciones previas a su existencia, que hay que establecer. Así un número perfecto se compone de la sumatoria de los divisores, excepto él mismo. Para ejemplificar, el seis se distingue por ser un número perfecto o hexagonal, sus divisores se representan así de tal modo que se suman todos los números excepto el seis . Para los integrantes de la escuela pitagórica los números perfectos se asocian al equilibrio existente en el universo y que puede ser modelado a través de formas geométricas, que a su vez, se encuentran también en la naturaleza como las colmenas de abejas.

Escuela pitagórica

Escuela conformada por el matemático y filósofo Pitágoras y sus discípulos. Sus enseñanzas se orientan al estudio de los números como elementos fundamentales del mundo.

Subitización

Habilidad para determinar el cardinal de un conjunto, tan solo con observar el conjunto. Esta habilidad desarrollada en los primeros años de vida se logra sin pasar por un proceso de conteo.

También, se puede entender el número en configuraciones geométricas que presentan patrones y de los mismos se derivan reglas para operar y para contar. Sin embargo, entre el número y la cantidad, hay variaciones importantes, en la siguiente tabla, se vinculan algunas características de estos dos conceptos que, aunque interdependientes no son iguales.

Número	Cantidad
Se producen en algunas situaciones del recuento. En otras ocasiones con sólo mirar una colección de objetos se sabe cuántos elementos hay subitización. La capacidad de subitización se desarrolla en conexión con la realización de tareas de conteo que involucran cantidades discontinuas.	Para identificar una cantidad se requiere un tránsito por procesos de medición. Por ejemplo, para acceder a la idea de un litro de agua, una libra de arroz o dos kilómetros y medio se requiere contar con sistemas de referencia para estos cálculos, conocer instrumentos y sistemas de medición y saber que en el establecimiento de una cantidad se trabajará desde la aproximación.
Pueden ser exactos (en algunos conjuntos numéricos, por mencionar, el de los números naturales y enteros).	Es aproximada, nunca exacta, su elaboración se rige por principios de azar e incertidumbre.
Mantienen un patrón en el conteo.	Suele ser incierto determinar de forma exacta una cantidad (se rige por principios probabilísticos).

Tabla: 1. Algunas diferencias entre número y cantidad
Fuente: propia

La cantidad se puede definir como una forma abstracta de percibir la evolución de un fenómeno y sus características. La cantidad se distancia un poco del número dado que su comprensión está asociada al concepto de magnitud. Así, la magnitud se entiende como una cualidad o atributo de un objeto, un fenómeno, una persona. A su vez, la cantidad se entiende como una porción de la magnitud. En la figura que se muestra en seguida se resalta una clasificación de las cantidades. Cabe aclarar que la cantidad se convierte en un contexto de actuación para los números.

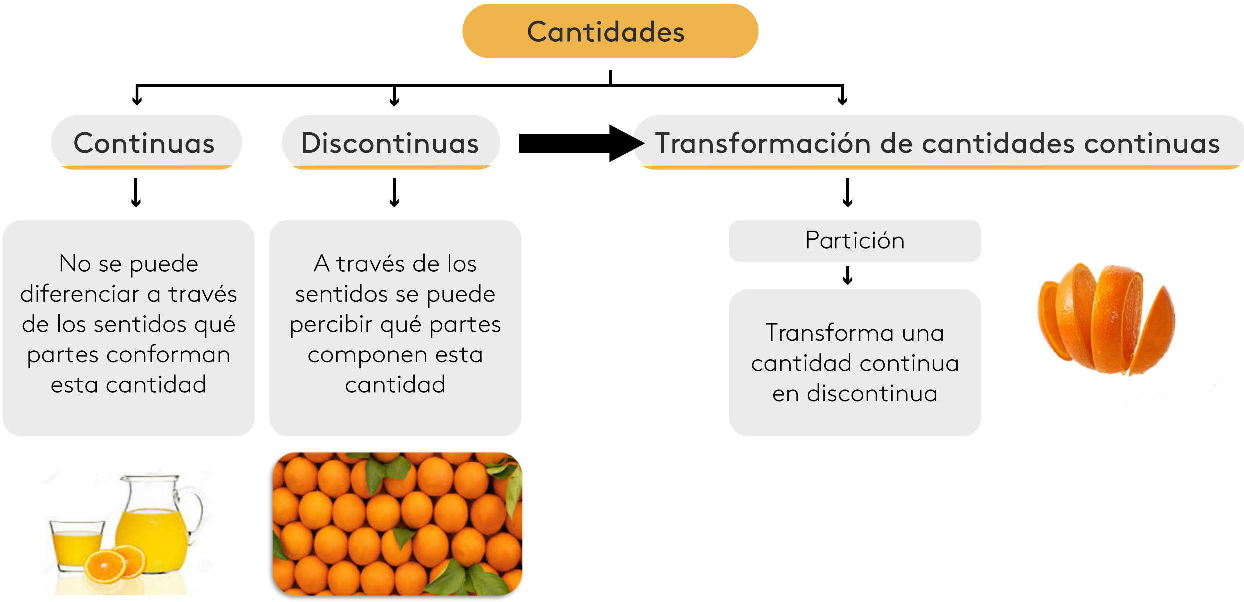


Figura: 8. Tipos de cantidades
Fuente: propia

¿Qué es un sistema de numeración entonces?

Habiendo bosquejado una posible diferenciación entre números y cantidades, es preciso mencionar que un sistema se entiende como un conjunto de interacciones entre diferentes elementos, que a su vez guardan interdependencia los unos y los otros, posibilitando diálogos y retroalimentaciones continuas.

¡Importante!

Cuando se habla de un sistema de numeración se alude a un conjunto de principios, reglas, símbolos ordenados que han sido generados por consenso y que tienen por finalidad la resolución de problemas asociados con el conteo, el intercambio mercantil y la conversión de un sistema a otro.

Un sistema de numeración se clasifica de acuerdo con el número de símbolos que lo conforman para posibilitar relaciones internas y formas de operar. Las reglas no son las mismas para todos los sistemas, se han estudiado desde formas simples para contar, hasta las más sofisticadas asociadas a las formas de vida de las personas en sus culturas de origen. En la figura siguiente se ilustran algunos sistemas de numeración, la intención no es profundizar en ninguno de ellos, a excepción del sistema base diez que es con el que nos identificamos y del cual hacemos uso en nuestra cotidianidad.

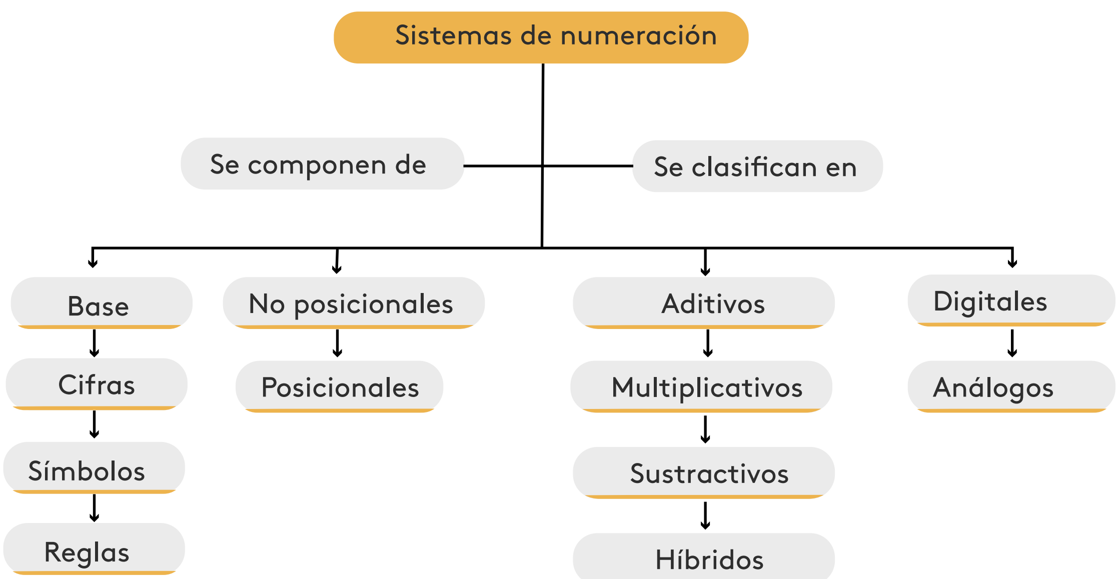


Figura: 9. Clases de sistemas de numeración
Fuente: propia

Un sistema de numeración cuenta con los siguientes elementos:

- *Base:* corresponde al número de símbolos que componen un sistema para operar y crear otras cantidades. En la tabla siguiente, se registran diferentes sistemas numéricos y sus símbolos correspondientes.

- *Símbolos:* conjunto de elementos que conforman un código para generar cantidades. Estos símbolos son representaciones que significan de acuerdo con el contexto y a un conjunto de reglas que se establecen previamente para su operación.

- *Cifra:* corresponde a la combinación de varios símbolos o dígitos. Esta combinación es la representación de un número.

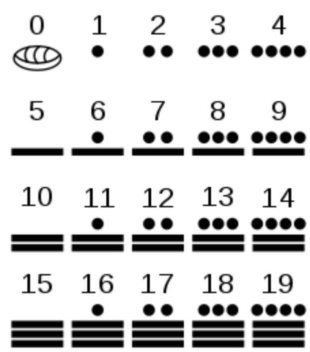
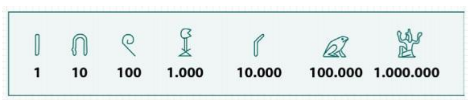
Sistema	Base	Símbolos
Decimal	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Binario	2	0,1
Octal	8	0,1,2,3,4,5,6,7
Sexadecimal	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F
Vigesimal (Maya)	20	
Egipcio	10 (No posicional)	
Romano	7	I,V,C,X,L,D,M
Chino	13	

Tabla 2 Sistemas de numeración
Fuente: propia

Sistemas posicionales: se compone de cierta cantidad de símbolos. La cantidad de símbolos disponibles en este sistema corresponden a su base, está a su vez, es un referente para las agrupaciones que se pueden realizar antes de generar una cantidad mayor. En los sistemas posicionales como el decimal, el binario y el quinario el orden de los símbolos importa, dado que cada cifra toma un valor y un significado de acuerdo a su posición cuando conforma una cantidad. Por mencionar un ejemplo, no es lo mismo tener 50 manzanas agrupadas en 5 grupos de 10 o decenas, que 05 unidades.

Sistemas no posicionales: se compone de un conjunto de símbolos con significado único, el valor de cada cifra no varía según el orden en el que se le ubique, por el contrario, cada símbolo cobra valor de acuerdo a las reglas del mismo sistema. Por mencionar algún ejemplo, el sistema de numeración romano es no posicional, pero según sus reglas si se ubica una letra de menor valor a una de valor mayor IV, ésta primera letra I, se resta de V para conformar el número 4.

Sistemas análogos: son sistemas más sofisticados en el sentido que no centran su funcionamiento en el uso de símbolos para conformar cantidades, sino que sirven para medir magnitudes. Algunos de estos sistemas son el termómetro que mide y cuantifica una temperatura, el velocímetro que identifica velocidades y otros para medir tiempos, longitudes, alturas.

¡Datos!

Estos sistemas han ido evolucionando a los sistemas digitales debido a que transforman grandes cantidades de información de manera más rápidas gracias al fenómeno de digitalización y uso de internet.

Sistemas digitales: estos sistemas se conforman de otros sistemas como el decimal, el binario o el octal. Este sistema en particular tiene aplicabilidades y usos considerables en el campo de la electrónica. El uso de diferentes sistemas integrados a los sistemas digitales es fundamental para la codificación de información diversa, al igual que para su intercambio y decodificación. En un proceso de comunicación donde se usa un código particular lo que hace interesante este acto, es el conjunto de reglas que deben conocer los interlocutores para cifrar y descifrar mensajes. En estos sistemas se estudia el tratamiento de información numérica y no numérica, al igual que la creación de otros códigos a partir de los sistemas existentes.

Sistemas aditivos y sustractivos: dadas las cantidades I, V, C y sabiendo que I=1, V=5 y C=100 en el sistema decimal para conocer la cantidad global que se presenta CVI o CIV se suman los valores de cada letra 100+5+1 o 100+5-1 para conformar los números 151 o 104.

¡Recordemos que!

En estos sistemas donde aplica el principio de adición o sustracción para presentar cantidades de forma global se les conoce con el nombre de sistemas aditivos o sustractivos.

Sistemas multiplicativos: estos sistemas operan a partir de la agrupación de cantidades que cumplen con ciertos criterios. Por ejemplo, en el sistema decimal al reunir 10 unidades, se denomina a este conjunto de elementos decenas, y se reúne 10 decenas, se denomina a esta colección una centena. De tal modo, que para conformar el número 587 se procede a revisar el valor posicional 5x100+8x10+7x1= 500 +80+7.

Sistemas híbridos: estos sistemas combinan el principio de los sistemas aditivos y los multiplicativos. Estos sistemas requieren conocer el símbolo base y la cantidad que denota la agrupación de tal modo que pueden omitir el valor posicional propio de otros sistemas. Por ejemplo, para representar la cantidad 5002, se procede a multiplicar y 5x1000 adicionar 2 de tal modo que 5x1000+2=5002.

El uso de las potencias y el sistema de numeración decimal

¿Cuáles son los aportes de Jean Piaget y Benson Schaeffer para comprender cómo construimos la noción de número y cantidad?

El sistema de numeración decimal nos permite diferentes contextos de actuación. En la cotidianidad operamos con los números que podemos generar, gracias al sistema de base 10 o decimal. Este sistema se conforma de diez dígitos (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) los cuales se asocian en principio a los dedos de las manos para posibilitar el conteo, la estimación, la agrupación y la realización de diversos cálculos.

Figura: 10.
Fuente: shutterstock.com_469501838

La necesidad de contar se entiende como humana, desde tiempos remotos hasta nuestros días el conteo ha estado presente en actividades de pastoreo, siembra, colecta o intercambio comercial de diferentes productos. El conteo inicialmente se da en la relación uno a uno, un nombre (luego símbolo) para designar un objeto, otro nombre para designar dos objetos etc. Pero cuando los objetos superan las palabras, se acude a un símbolo que pueda mostrar o evidenciar una agrupación, así, organizados los objetos en grupos, basta con mencionarlos para hacerlos presentes y de igual manera, prescindir de su representación física para elaborar algunos cálculos.

El conteo según Castro, Rico y Castro (1995) "consiste en asignar cada uno de los nombres de los términos de la secuencia a un objeto de un conjunto" (p. 7). En este orden contar no puede ser solamente, atribuir un nombre a esa acción de contar, este es un proceso un tanto más complejo. Nótese que cuando se menciona por ejemplo dos naranjas, si bien la palabra dos refiere a una cantidad discreta no alcanza para definir los atributos mismos de la cantidad, es decir naranjas de qué color, tamaño, textura, peso, estado etc. Ahora vamos a contar, dadas las condiciones: Si equivale a 15 unidades, ¿Cuántos elementos hay en el conjunto que se muestra? ____

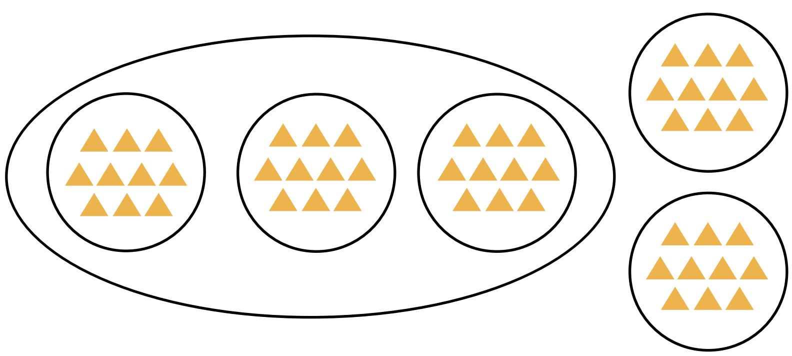


Figura: 11.
Fuente: propia

De acuerdo al sistema de numeración se pueden realizar conteos sencillos y complejos. Al revisar la siguiente figura que propone dos condiciones para establecer la cantidad total de elementos. ¿Qué conclusiones se pueden inferir?

a. Se tiene la siguiente colección.

b. Nos piden agrupar de a 3 elementos, realizar grupos de grupos.

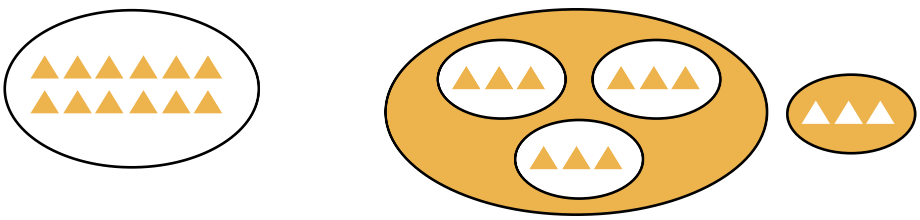


Figura: 12.
Fuente: propia

¿En qué sistema de numeración se está haciendo el conteo y sus agrupaciones?

¿Es verdad que hay 12 elementos de acuerdo con el sistema de numeración implícito?

¿Qué es una terna? ¿Qué es una triterna?

Otro problema asociado al conteo refiere a la estimación. La estimación como habilidad para aproximarse al valor numérico de una cantidad por intuición, por aproximación o por referencia. Lo anterior quiere decir, que no todas las cantidades son cuantificables y fácilmente expresables en números concretos, por ejemplo:

Ejemplo

El tiempo de desplazamiento de un punto a otro en una ciudad donde las condiciones de movilidad son complicadas y adicional inciertas. Si bien la estimación permite elaborar ideas de cantidad, también tiene restricciones en su representación numérica. Por ejemplo, cuando se habla de cuántas libras de carne se pueden requerir para hacer un asado para veinte personas. Allí se podría estimar que dé a media libra por adulto y un cuarto de libra por niño, pero si no se ha especificado del total de participantes cuántos son niños, cuántos adultos, cuántos consumen carne, cuántos participarán del evento, en conclusión, una serie de posibilidades que pueden modificar el estimado que sobre la situación se quiera cuantificar. Por ejemplo: ¿Para cuántos vasos de jugo de 7 onzas alcanza una jarra como la que se muestra en la figura?

Figura: 13.
Fuente: shutterstock_361769210

¡Datos!

1. La estimación se diferencia del conteo por ser un ejercicio práctico, en ocasiones desprovisto de registros e instrumentos para la elaboración de un cálculo numérico.

2. Esta actividad se usa en algunas actividades diarias como la cocina (una mamá no siempre cocina con recetario), el constructor (hace estimaciones del material que requiere para un arreglo), la modista estima el material que puede requerir para hacer un pantalón, el panadero estima el pan que se puede producir para un día etc.

La agrupación: si A = 20 mil pesos y B= 50 mil pesos. ¿Cuánto dinero hay en una billetera que cuenta con 5 A + 3B (2A)? La respuesta correcta es:

- 6×10^{9}
- $6 \times 10^{5}+15 \times 10^{4}$ (6×10^{4})
- 10.000.000.000
- Diez billones

¿Podríamos explicar qué tipo de agrupaciones se hicieron en la situación anterior para establecer que en la billetera se cuenta con diez billones de pesos? En este orden, la agrupación resulta ser una estrategia de conteo que favorece el establecimiento de niveles de agrupamiento de los elementos asociados a una colección, por ejemplo:

a. Se cuenta con una colección de canicas (En esta instancia no hay agrupación aún, por ello se contempla como un nivel cero o con ausencia de esta acción).

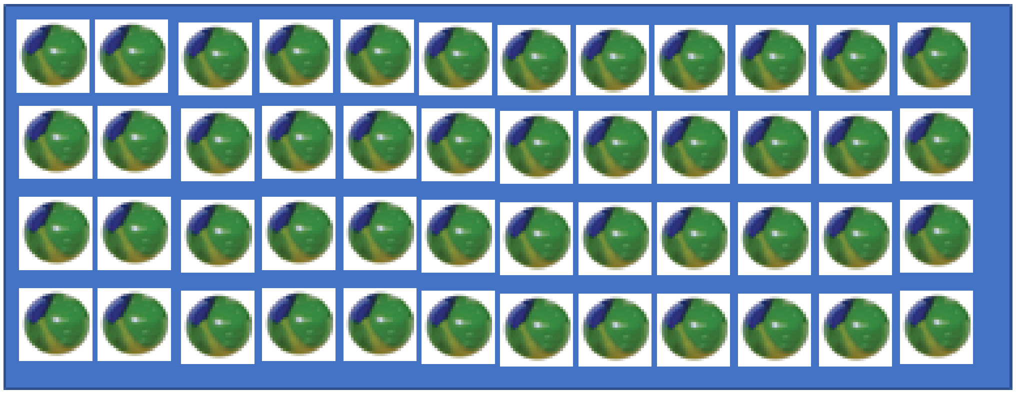


Figura: 14.
Fuente: Propia

b. Se agrupan las canicas en grupos de 6. Ya en este momento se han distribuido las canicas en subgrupos de 6. Esta agrupación se constituye de primer nivel pues se ha logrado una primera distribución de la cantidad discreta en otras. Dicho de otro modo:

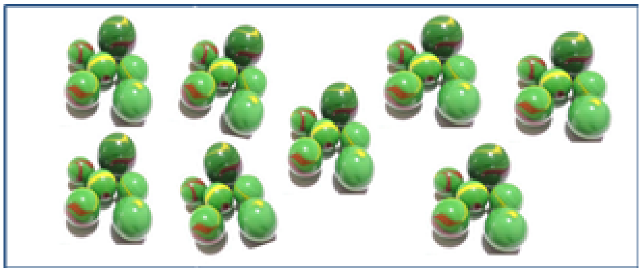


Figura: 15.
Fuente: Propia

c. Se agrupan los grupos en otros grupos. Se entiende que solo se logra hacer una colección de subgrupos de 6 canicas, esta agrupación es de segundo orden o nivel.

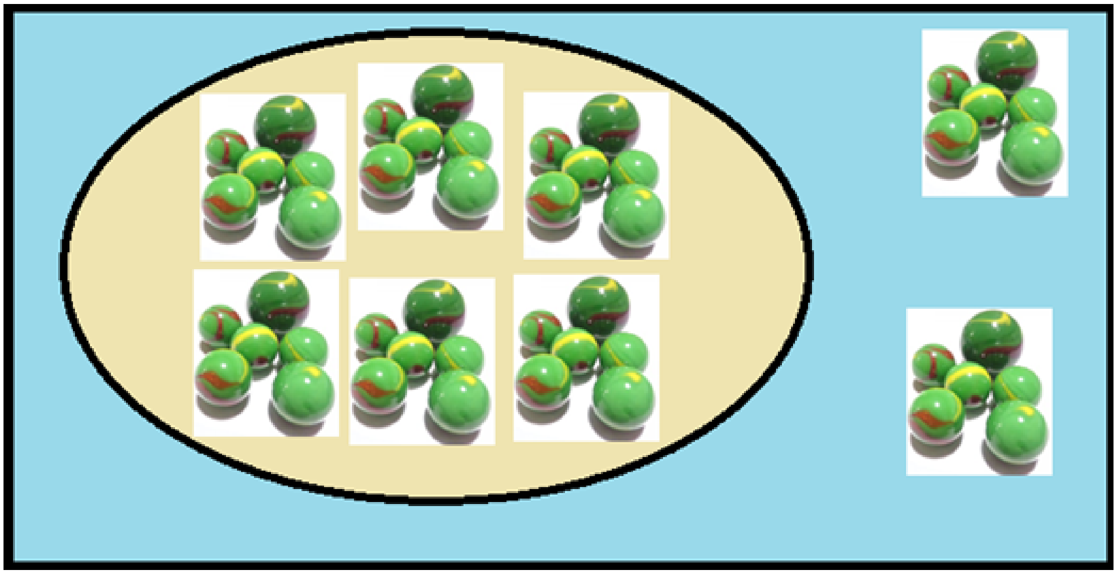


Figura: 15.
Fuente: Propia

El ejemplo anterior, para decir que los sistemas de numeración como el decimal, el vigesimal, el octal o el binario permite la agrupación de menor a mayor orden o gradual para facilitar el conteo de una colección. Para concluir este apartado es posible responder al siguiente cuestionamiento: ¿En qué se diferencia un número en base 10 a un número en base 20 o base 2?

El cálculo mental: si nos pidieran resolver mentalmente la siguiente operación .

$5^2 2^4 + \frac{1}{3}(-2.5) =$ ________________. ¿Sería una actividad mental sencilla o compleja? La respuesta a la pregunta anterior depende de los referentes que, del uso de potencias, números fraccionarios, decimales se tenga inicialmente, luego sobre la forma como se operan estas cantidades, y de manera particular en lo relacionado al código que se está comunicando a través del algoritmo propuesto.

Figura. 17
Fuente: shutterstock_424912159

El cálculo mental en este aspecto, alude a un conjunto de estrategias que las personas van generando para lograr éxito a la hora de hacer diferentes cálculos con los números.

Conexión con la psicología: en el siguiente cuadro se evidencian un grupo de beneficios mentales y cognitivos que tiene para las personas el hecho de hacer cuentas, estimaciones, agrupaciones y cálculos numéricos.

Operación matemática/ pensamiento matemático	Beneficios
Conteo 	- Compresión de un sistema de numeración. - Uso de un código numérico. - Capacidad para componer, leer, escribir y comparar números. - Desarrollo de estrategias para favorecer conteos efectivos.
Estimación 	- Capacidad para predecir resultados posibles ante una situación establecida. - Desarrollo de hipótesis, conjeturas, supuestos, razones, argumentos. - Capacidad de decisión y aceptación del error en un cálculo numérico. - Toma de decisiones en situaciones de incertidumbre. - Tolerancia ante la frustración.
Agrupación 	- Potencia el conteo y las estructuras aditivas. - Permite un tránsito de los modelos aditivos a los modelos multiplicativos. - Se fortalece el conteo numérico en cantidades discretas. - Se fortalece el pensamiento abstracto cuando las cantidades se presentan continuas.
Cálculo mental 	- Memorización de patrones y algoritmos para encontrar resultados rápidos. - Agilidad y destreza mental para operar con los números. - Comprensión abstracta de los números. - Manipulación mental de algoritmos para operar con diferentes cantidades.

Tabla: 3. Procesos de pensamiento en matemáticas y en psicología
Fuente: propia

Conjuntos numéricos

En esta sección se mostrará el uso de los números de acuerdo con su clasificación por conjuntos. Como actividad para promover la comprensión antes de llegar a definiciones de variado orden, los invito a realizar el siguiente ejercicio.

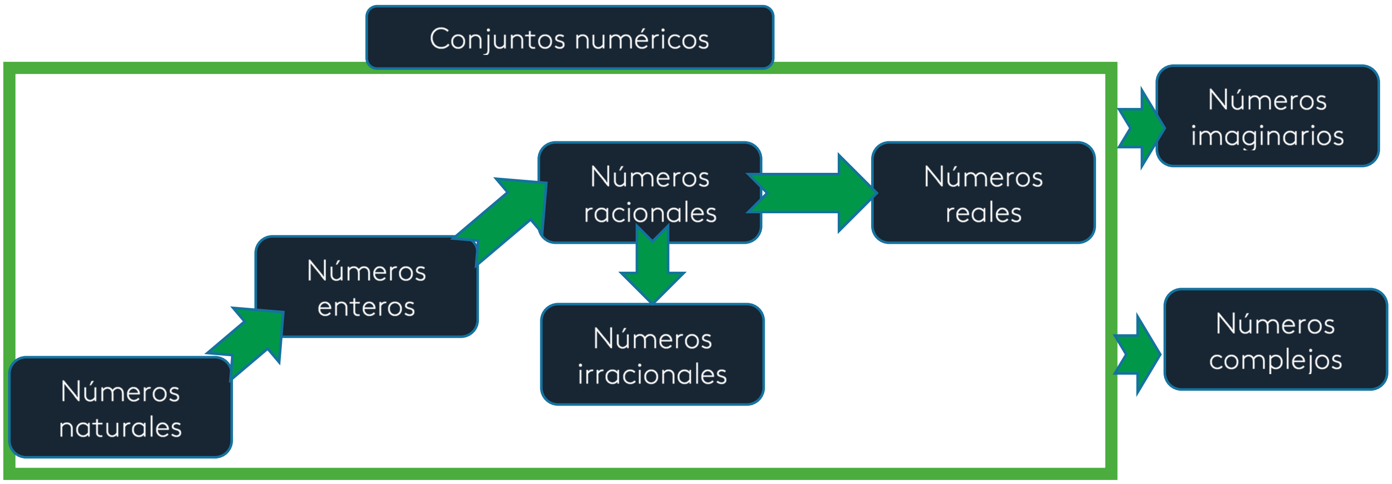


Figura 18. Clases de conjuntos numéricos
Fuente: propia

La situación: Juan y Alexandra han pactado una cita a través de Facebook. Juan quien invita a la salida, envía a través de Whatsapp las coordenadas a su invitada.

Traza la ruta que debe seguir Alexandra para llegar a donde la espera Juan.

Las coordenadas son A= (-2,0.5) B= (-1, -1) C= (1.77, 1/3) D= (0,4) E= (-7,5)

Se constituyen como *números naturales* aquellos que resultan del conteo de diferentes elementos del entorno o la naturaleza. Estos números inician en cero y se extienden hasta el infinito positivo, siendo este un conjunto con elementos ilimitados. De acuerdo a la situación propuesta en el plano estos números se ubican del punto central hacia la derecha o hacia arriba. Estos números se denotan como *N= {1,2,3,4,5,6.....}*

De este primer conjunto se derivan los *números enteros* los cuales comprenden aquellos que tienen valores positivos y negativos. De acuerdo a nuestro ejemplo y situados en el plano, son todos los números completos o discretos que se ubican de infinito negativo hasta infinito positivo (izquierda a derecha – abajo hasta arriba). Al estudio de los números enteros comprometen el uso del cero. Este conjunto numérico se denota como $Z=\{....-2,-1,0,1,2,3.....\}$

Números racionales: ¿Les es común el uso expresiones como media libra *de carne, un cuarto de hora, un año y medio u otras similares?* De ser así, seguramente hemos tenido un acercamiento a los números racionales, estos números son interesantes, pues nos permiten identificar cantidades que se acercan a la unidad, pero no son la unidad, no alcanzan su totalidad, es decir representan solo una porción de algo, de un objeto, de una cosa, de una cantidad.

Los números racionales o comúnmente llamados fraccionarios, permitieron resolver problemas de partición a nuestros antepasados. Sucedía que había casos donde la cantidad a repartir era inferior o menor a la cantidad de repartos, hecho que comprometió no solo el razonamiento conocido hasta entonces con otros números, sino que motivó la búsqueda de una solución, en ese contexto se configuraron símbolos como $\frac{1}{2}; -\frac{3}{5}; \frac{2}{7}....$

Invito a pensar en la siguiente situación, en el libro *"El hombre que calculaba"* de Malba Tahan (2012), se propone:

Cerca de un viejo albergue de caravanas medio abandonado, vimos tres hombres que discutían acaloradamente junto a un hato de camellos.

Entre gritos e improperios, en plena discusión, braceando como posesos, se oían exclamaciones:

¡Que no puede ser!

¡Es un robo!

¡Pues yo no estoy de acuerdo!

El inteligente Beremiz procuró informarse de lo que discutían.

Somos hermanos, explicó el más viejo y recibimos como herencia esos 35 camellos. Según la voluntad de mi padre de la empresa, me corresponde la mitad, a mi hermano Hamed Namir una tercera parte y Harim, el más joven, solo la novena parte. No sabemos, sin embargo, como efectuará la partición y cada reparto propuesto por uno de nosotros sigue la negativa de los otros dos. Ninguna de las particiones ensayadas hasta el momento, nos ha ofrecido un resultado aceptable. Si la mitad de 35 es 17 y medio, si la tercera parte y también la novena de dicha cantidad tampoco son exactas ¿Cómo proceder con la partición?

A partir de este extracto, ¿Cómo se puede resolver dicha situación?

En otros casos donde hacemos uso de los números racionales, ¿cómo procedemos para entablar posibles soluciones ante cada situación?

a. ¿Qué se podría hacer si se ha comprado \$2000 de pan para unas onces, esperando repartir de a dos panes por invitado y llegan más personas? En este caso qué se entiende por unidad, qué es una fracción y qué tipo de fracción representa la situación.

b. Si se cuenta con un grupo de naranjas, 56 para ser exactos, para preparar jugo. Cada vaso contiene el jugo de cuatro naranjas, ¿Qué fracción representa el número de naranjas que se invierte para tantos vasos de jugo y qué fracción queda por gastar?

c. Si Juan gana un salario mínimo mensual y destina la cuarta parte para alimentación, la mitad para arriendo y transporte, ¿Cuánto dinero le queda a Juan para otros gastos?

En las situaciones anteriores, se plantean contextos diferentes de uso de los números racionales, son hechos cercanos porque los hemos vivido, posiblemente hayamos hecho muchas particiones y repartos, sin reflexionar que intrínsecamente estamos poniendo en juego formas distintas de operar con los números de la forma $\frac{a}{b}$, *siendo* $b \neq 0$

Los números racionales en la cotidianidad, también se nos pueden manifestar de otra manera, por ejemplo, cuando decimos que avanzamos en una competencia 15,7 km, o cuando expresamos nuestra estatura 1,82 m o en situaciones donde cantidades como $\frac{1}{2} = 0{,}25$ son equivalentes ya que se pueden expresar en notación decimal.

Este conjunto numérico se representa con la letra Q y se compone de números enteros y fraccionarios, vale la pena aclarar que no todas las fracciones se pueden considerar como números racionales.

Valdría la pena consultar, encontrar un ejemplo numérico o contextual para las proposiciones que en seguida se enuncian.

Instrucción

Para profundizar en los temas abordados lo invitamos a realizar la actividad de aprendizaje del eje, podrá encontrarla en la página principal del eje.

Números irracionales: ¿Cómo se representa numéricamente la hipotenusa de un triángulo rectángulo? Estos números tan particulares, los irracionales, se expresan de diferentes formas, tal vez los encontremos como .

En el siguiente video, titulado *"Grandes temas de la matemática"*, se propone un ejemplo del número E.

Video

Video cápsula: Grandes temas de la matemática: capítulo 5: Número E

TECtv la señal de la Ciencia

¿Entonces, qué entendemos por un número irracional?; ¿es posible escribir y leer un número de esta naturaleza?

El número de las aproximaciones es E, infinito y compuesto de tantas cifras decimales como se quiera. Es famoso por sus contribuciones para resolver diversos problemas **2,7182818284590452353602874713527** y continúa, ¿hasta dónde? A la fecha no se sabe, otro ejemplo de estos números es Pi. Los números irracionales se simbolizar con la letra "I" mayúscula.

Instrucción

Para complementar puedes consultar, ¿Quién fue Leonard Euler?

De igual forma te invitamos a realizar la siguiente lectura complementaria sobre estrategias de cálculo mental.

Lectura recomendada

Estrategias de cálculo mental.

Jesús Javier Jiménez Ibáñez

Números reales: estos números representados con la letra R, acogen la tradición, historia y las contribuciones a la sociedad de los números naturales, enteros, racionales e irracionales. Este conjunto, es el padre de los otros. Es la línea de significado de los números que se relacionan con la vida de las personas, que representan situaciones concretas y que han posibilitado avances científicos en la física, la química, la informática y otras tantas.

¡Datos!

En el mundo de los números reales se destaca los aportes que se derivan del trabajo con potencias y raíces para estructurar otros números como son los algebraicos. La transición de la aritmética al álgebra involucra la capacidad para abstraer información del entorno y ubicarla en el mundo de las ideas formales mediadas por un código cuya intención es la comunicación universal.

Instrucción

Para una mejor comprensión de los sistemas numéricos lo invitamos a observar la siguiente galería. Se encuentra disponible en la página principal del eje 1.

Los invito a realizar los siguientes ejercicios y a pensar de forma crítica, qué procesos numéricos están involucrados en cada situación. Luego, socialicemos la experiencia con otros compañeros y propongamos otros contextos de uso de las potencias y las raíces.

1. ¿Cómo se operan las siguientes expresiones?

$$a)\ -5^{-2}\ \ b)\ (\frac{2^3}{3})\ \ c)\ (0{,}5)^2\ \ d)\ (\sqrt{6})^2\ \ e)\ [2(-3^2)^2]^3$$

2. ¿Existen diferencias entre los resultados de las siguientes expresiones? Por favor justifique su respuesta.

$$a)\ -5^2 \qquad b)\ (-5)2 \qquad c)\ -(5)^2$$

3. ¿Cómo se resuelve la siguiente expresión $\frac{(-3)^0}{-3^2}$?

4. ¿Cuáles de las raíces siguientes representan números cuadrados?

$a)\ \sqrt{5}$

$b)\ (\sqrt{\frac{1}{2}})$

$c)\ (\sqrt[3]{9})$

$d)\ (\sqrt{36})^2$

$e)\ \sqrt{144}$

Instrucción

Para finalizar los invitamos a realizar la actividad evaluativa del eje 1.

BIBLIOGRAFÍA

Colombia, M. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá: Magisterio.

Castro, E., Rico, L y Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.

Taham, M. (2012). *El hombre que calculaba*. México: Grupo Noriega Editores.