

# MATEMÁTICAS FINANCIERAS

Autor: Nelly Yolanda Céspedes



Matemáticas Financieras / Nelly Yolanda Céspedes / Bogotá D.C.,  
Fundación Universitaria del Área Andina. 2017

978-958-5459-47-2

Catalogación en la fuente Fundación Universitaria del Área Andina (Bogotá).

© 2017. FUNDACIÓN UNIVERSITARIA DEL ÁREA ANDINA  
© 2017, PROGRAMA TRANSVERSAL  
© 2017, NELLY YOLANDA CÉSPEDESS

Edición:

Fondo editorial Areandino  
Fundación Universitaria del Área Andina  
Calle 71 11-14, Bogotá D.C., Colombia  
Tel.: (57-1) 7 42 19 64 ext. 1228  
E-mail: publicaciones@areandina.edu.co  
<http://www.areandina.edu.co>

Primera edición: noviembre de 2017

Corrección de estilo, diagramación y edición: Dirección Nacional de Operaciones virtuales  
Diseño y compilación electrónica: Dirección Nacional de Investigación

Hecho en Colombia  
Made in Colombia

Todos los derechos reservados. Queda prohibida la reproducción total o parcial de esta obra y su tratamiento o transmisión por cualquier medio o método sin autorización escrita de la Fundación Universitaria del Área Andina y sus autores.



MATEMÁTICAS  
FINANCIERAS

Autor: Nelly Yolanda Céspedes





# Índice

## UNIDAD 1 Tasas de interés

Introducción	7
Metodología	8
Desarrollo temático	11

## UNIDAD 1 Tasas de interés especiales

Introducción	34
Metodología	35
Desarrollo temático	38

## UNIDAD 2 Valor del dinero en el tiempo

Introducción	55
Metodología	56
Desarrollo temático	59

## UNIDAD 2 Flujos de efectivo

Introducción	75
Metodología	76
Desarrollo temático	79



# Índice

## UNIDAD 3 Anualidades

Introducción	87
Metodología	88
Desarrollo temático	91

## UNIDAD 3 Amortizaciones

Introducción	104
Metodología	105
Desarrollo temático	108

## UNIDAD 4 Títulos de valor

Introducción	127
Metodología	128
Desarrollo temático	131

## UNIDAD 4 Evaluación de proyectos

Introducción	146
Metodología	147
Desarrollo temático	150

Bibliografía	163
--------------	-----



# Tasas de interés



**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA  
DEL ÁREA ANDINA**

Personería Jurídica Res. 22215 Mineducación Dic. 9-83

## Introducción

En esta cartilla se aborda el conocimiento teórico y práctico sobre las bases de la matemática financiera a partir del cálculo de los tipos y tasas de interés utilizadas en cualquier ejercicio o problema de carácter financiero.

Es importante leer cuidadosamente el contenido de la cartilla. Al interpretar cada una de las expresiones, le permite comprender los elementos expuestos para así aplicar los contenidos y asimilarlos.

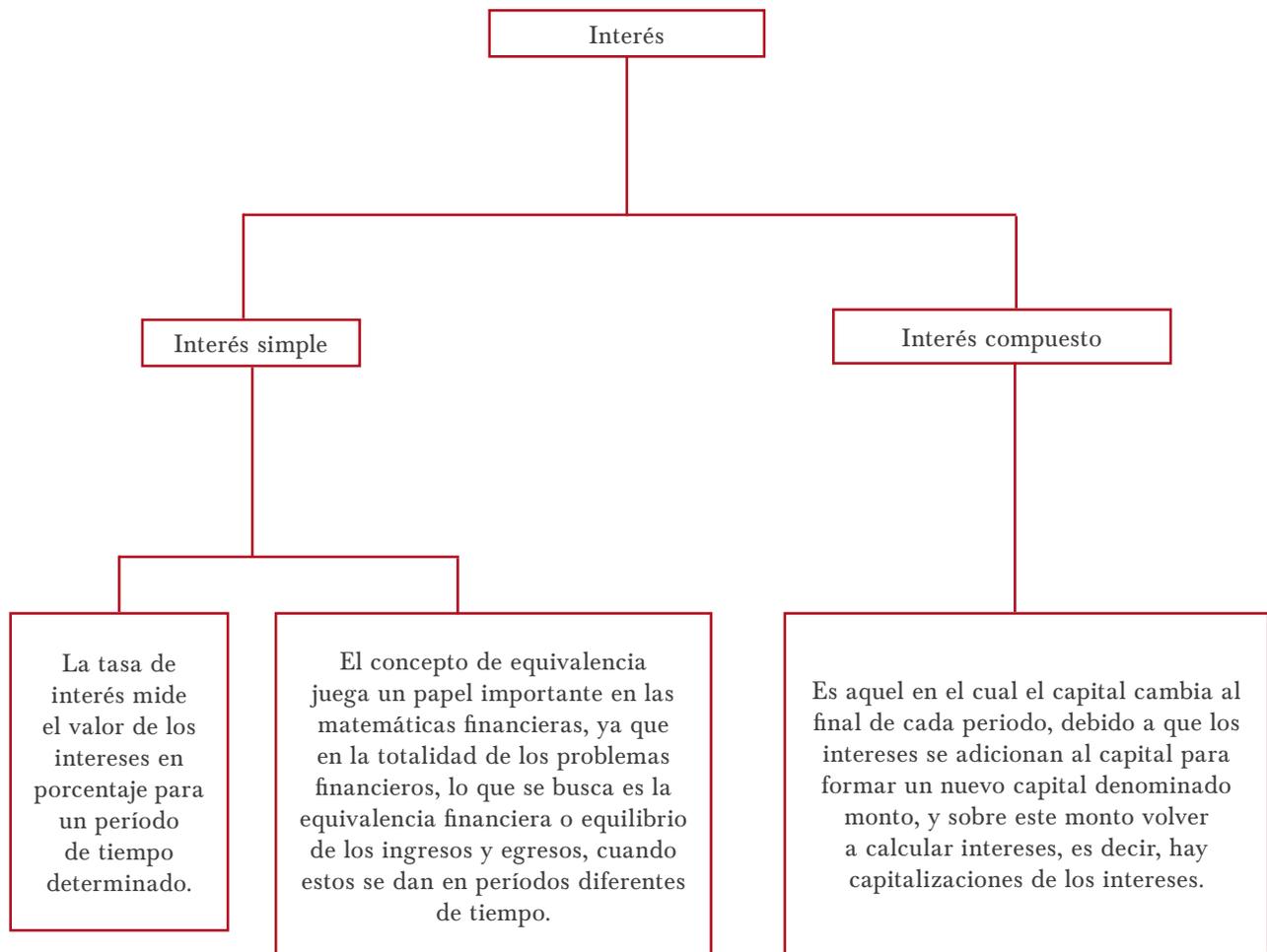
Frecuentemente, para solucionar situaciones cotidianas, se requiere diferenciar los procedimientos de cálculo para resolver las diferentes contextos matemáticos.

# Metodología

El proceso de aprendizaje académico por medio de esta cartilla se desarrolla en tres etapas. La primera etapa es la lectura completa del módulo, realizando la respectiva interpretación, análisis y comprensión del contenido por medio de la revisión de los ejercicios resueltos con el fin de ganar confianza en la solución de ejercicios propuestos. La segunda etapa es el análisis del video y el contenido del mismo. La tercera etapa es la aplicación de los contenidos expuestos a situaciones generales, particulares y específicas.

La segunda etapa puede ser retomada cuantas veces quiera, pero tiene un tiempo limitado para adquirir los conocimientos. Recuerde que debe avanzar con las siguientes cartillas y tener en cuenta las recomendaciones dadas a lo largo del avance del curso.

# Mapa conceptual del módulo



# Objetivo general

Identificar los elementos básicos para el cálculo de interés simple y compuesto.

1. Identificar los elementos que conforman las clases de interés partiendo del análisis de casos concretos y aplicados.
2. Relacionar las características de las tasas de interés aplicadas a los casos de interés.

Entender las características de las tasas de interés y los tipos de interés.

# Desarrollo temático

## Componente motivacional

Este tema me sirve para solucionar situaciones reales o ideales de manera eficiente, me aporta herramientas teóricas para identificar apropiadamente los cálculos de interés simple y compuesto con el fin de entender los aspectos básicos de la matemática financiera.

Por ejemplo, identificar las diferencias entre las tasas de interés simple y compuesto con el fin de establecer los conceptos prácticos de la solución de ejercicios.

## Recomendaciones académicas

La presente cartilla contiene la fundamentación teórica de los aspectos teóricos y prácticos sobre los tipos y tasas de interés que permite evidenciar la solución de situaciones problemáticas que conduzcan a la comprensión de ejercicios sobre los aspectos esenciales de la matemática financiera.

La matemática financiera es más sencilla de lo que nos parece. Es la utilización y aplicación de normas o leyes denominadas propiedades. Cuando se aprende de manera adecuada estas propiedades, se afronta de manera correcta cada una de las situaciones o ejercicios que nos solicita, por esto la matemática no es difícil lo difícil es comprender y aplicar las propiedades que orientan el desarrollo de la misma asignatura. Todos, de una manera u otra podemos llegar a manejar, cada día mejor, la matemática, situación que por experiencia les puedo mostrar que es verdad.

## Desarrollo de cada una de las unidades temáticas

Competencia general	Competencia específica
El estudiante constituyen el núcleo de las finanzas, y su propósito es aportar técnicas, métodos y herramientas para el cálculo de operaciones de ahorro, crédito, inversión y riesgo.	El estudiante diferencia las características de los cálculos de interés simple y compuesto.

## Competencia general

El estudiante relaciona las características que contribuyen a la planeación, organización, dirección, coordinación, control y evaluación de cualquier proyecto de inversión.

## Competencia específica

El estudiante calcula porcentajes que le permite reconocer las posibilidades teóricas y prácticas de la matemática financiera.

### Precisión de conceptos

- Señor Plata, buen día. Vengo por un préstamo.
- ¿Cuánto dinero necesita?
- ¿Cuándo me devuelve el dinero?
- Cobro el 3% periódico mensual. ¿Está de acuerdo?
- Al final, me devuelve el capital y los intereses.
- ¿Desea cancelar el préstamo en cuotas o en abonos?
- ¿Cuánto dinero necesita?

Se trata de la variable **capital**, es decir el dinero recibido (u otorgado) en calidad de préstamo.

Se conoce también con los siguientes nombres:

Variable	Nomenclatura
Capital	C
Capital inicial	CI
Valor inicial	VI
Presente	P
Valor presente	VP
Valor actual	VA

En general, denotaremos el capital inicial por la sigla CI.

### ¿Cuándo me devuelve el dinero?

Esta pregunta corresponde a la duración de la operación, es decir, es el tiempo durante el cual el dinero tarda en regresar a la caja del prestamista.

Esta variable se representa por “t” y se expresa como:

- Días,
- Semanas,
- Quincenas,
- Bimestres,
- Trimestres,
- Cuatrimestres,
- Semestres
- Años
- Bienios
- Trienios
- Cuatrienios
- Quinquenios
- Etc.

### Cobro el 3% periódico mensual

Se establece un porcentaje que recibimos en préstamo. Esta variable se denomina **tasa de interés** y se representa como “i”. En otras palabras, la tasa de interés es el porcentaje de crecimiento del capital. Se dice también que la tasa de interés es la misma **tasa de rentabilidad**.

Comprender e interpretar esta variable es muy importante. Analicemos la manera correcta de leer una tasa de interés:

$$1\% \text{ mes} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ mensual}$$

Dando a entender que por cada \$100 prestados, es necesario pagar \$1 de interés, cada mes.

- Si la tasa de interés es del 25% anual, significa que:

$$25\% \text{ mes} = \frac{25}{100} = 0,25 \text{ mensual}$$

Entendiendo que por cada \$100 tomados en préstamo, se deben pagar \$25 de intereses, cada año. El interés es el pago que realiza la persona que recibió el dinero en calidad de préstamo. Para la persona que prestó el dinero, el interés que recibe, representa la utilidad o ganancia que genera su capital. Se afirma también que el capital está generando una renta y que la tasa de interés que se obtiene en la operación, es la misma tasa de rentabilidad.

Además, considere esta situación real: quien presta su dinero, se expone a:

- Reducir su consumo, es decir, deja de comprar bienes.
- Su dinero pierde poder adquisitivo debido a los efectos de la inflación.
- Asume el riesgo de perder su dinero.

En cambio, la persona o empresa que toma el dinero prestado se beneficiará y obtendrá ganancias; luego, no es justo que quien prestó el dinero no reciba compensación alguna.

Tal como se deduce, el interés es una motivación para la inversión.

En una transacción u operación financiera, interviene la persona o entidad que invierte, coloca el dinero y recibe a cambio un interés (prestamista), y la persona o entidad que toma el dinero, capta o recibe el dinero en préstamo y por el cual pagará el interés (prestatario).

Las entidades financieras hablan de:

- **Tasa pasiva** para referirse a la tasa de captación que son aquellas que pagarán por nuestros ahorros y
- **Tasa activa** para denotar las tasas de colocación, es decir, aquellas tasas de interés que los usuarios de crédito pagarán al sector bancario.

La diferencia entre la tasa activa y la tasa pasiva es una ganancia que se conoce como **Margen de intermediación**.

Ejemplo: si un banco recibe (capta) dinero del público a través de cuentas de ahorro y pagan tasa de interés del 2% (Tasa pasiva) y ese mismo dinero lo prestan a la tasa de interés del 25% (Tasa activa), su margen de intermediación le representa una ganancia básica del 23 por ciento.

### **Al final, me devuelves el capital y los intereses.**

Significa que el valor presente más los intereses se pagan al cumplirse el plazo de la operación. Esta cantidad de dinero se conoce con los siguientes nombres:

- Valor final
- Valor futuro
- Monto
- Total ahorrado
- Total capitalizado

Generalizando, lo denominaremos **valor final (VF)** al dinero que conforma la suma del valor presente y los intereses.

### **¿Desea cancelar el préstamo en cuotas o en abonos?**

La amplia diversidad de modalidades válidas y generalmente utilizadas para cancelar una deuda, se puede clasificar en dos categorías: pagos y abonos.

Dentro de la categoría de pagos se encuentran:

- Series uniformes
- Series variables

En la categoría de abonos se tiene:

- Intereses anticipados
- Intereses vencidos

La combinación de las anteriores categorías, dan origen a otras modalidades particulares de amortización, como son:

- Pago único al final.
- Periodos de gracia.
- Plazo muerto.
- Unidades de valor real (UVR).
- Moneda extranjera con pagos en pesos colombianos.
- Cuotas escalonadas.
- Cuota global.

Resumiendo: el módulo Matemáticas financieras es el eje principal sobre el cual gira todo el conocimiento financiero que se aplica a diario en negocios jurídicos, de oficina, de banca, de bolsa de valores, comerciales, de auditoría y control, de administración de empresas, de asuntos oficiales

y no oficiales.

La matemática financiera se acopla al análisis técnico y a la factibilidad económica a fin de determinar el mejor curso de acción en los negocios y en las decisiones.

Un estudiante de finanzas que no se encuentre preparado para sobresalir en matemáticas financieras, definitivamente no será competente en su futuro desempeño profesional.

### El valor del dinero en el tiempo

Este es el paradigma de las matemáticas en particular, y de las finanzas, en general financieras. Suponga que usted determinó su **tasa de interés de oportunidad (TIO)** en el 20%, y que está dispuesto a invertir su capital en un proyecto libre de riesgo que le garantice una rentabilidad no inferior al 20 por ciento.

Ahora bien, si usted invierte \$1.000.000, con plazo de un año, en una opción que le promete una rentabilidad del 20%, al final le entregarán \$1.200.000. Esta suma corresponde al capital inicial (\$1.000.000) más los intereses ganados (\$200.000).

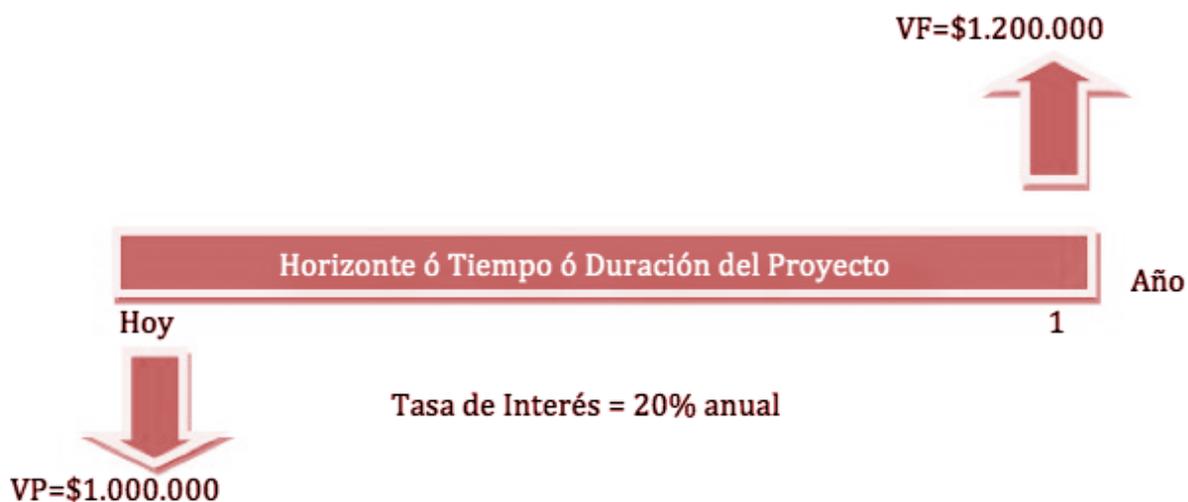


Diagrama de flujo de caja (las flechas que apuntan hacia arriba indican ingresos de efectivo y las flechas señalando en dirección contraria representan egresos de efectivo).

Luego \$1.000.000 del día de hoy es **equivalente** (no igual) a \$1.200.000 dentro de un año.

Bajo estas condiciones usted es indiferente en escoger estas opciones:

- Recibir \$1.000.000 en el día de hoy o
- Recibir \$1.200.000 dentro de un año

Los supuestos son los siguientes:

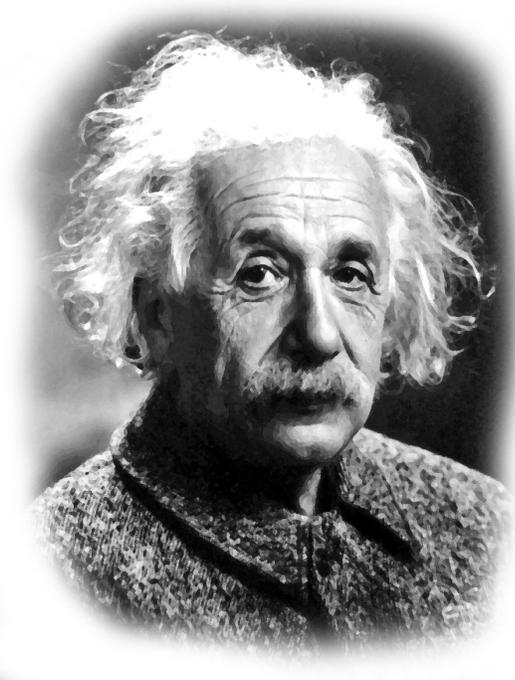
- a. No existe riesgo de pérdida en la operación financiera.
- b. En el mercado existe alguien dispuesto a recibir el dinero y pagar una tasa de interés del 20%.
- c. \$1.000.000 del día de hoy, tiene mayor poder adquisitivo que \$1.000.000 dentro de un año, por cuanto durante ese año de duración de la inversión, se ha registrado incremento en el nivel general de precios (inflación).
- d. El nivel de riesgo de recibir \$1.000.000 dentro de un año es mucho más alto debido a factores personales, empresariales, económicos, sociales, políticos, etc.

**El teorema del valor del dinero en el tiempo, considera dos variables importantes: tasa de interés y tiempo. Además, se demuestra que \$1 hoy tiene más valor que \$1 del mañana.**

**Principio fundamental de la matemática financiera**

El paradigma del valor del dinero en el tiempo, enseña que en cualquier operación de cálculo financiero, sin importar la fórmula, **siempre** se aplican dos variables imprescindibles: tasa de interés y tiempo. El principio fundamental de la matemática financiera radica en saber expresar estas dos variables en las mismas magnitudes de tiempo. Usted debe y tiene que recordar siempre que:

Si la tasa de interés es	Entonces	El tiempo debe ser
Diaria		Diario
Semanal		Semanal
Quincenal		Quincenal
Mensual		Mensual
Bimestral		Bimestral
Trimestral		Trimestral
Cuatrimestral		Cuatrimestral
Semestral		Semestral
Anual		Anual



**Esta es la clave de mi éxito**

**Amigo estudiante de matemáticas financieras:**  
 En todas las fórmulas debe aplicar **siempre** el principio fundamental. Siga este sabio consejo y le garantizo el **ÉXITO!!!**

### Fórmulas de interés simple

En las operaciones financieras propias del interés simple, se utilizan las siguientes identidades:

$$\begin{aligned}
 I &= VF - VP \\
 VF &= VP + I \\
 VP &= VF - I
 \end{aligned}$$

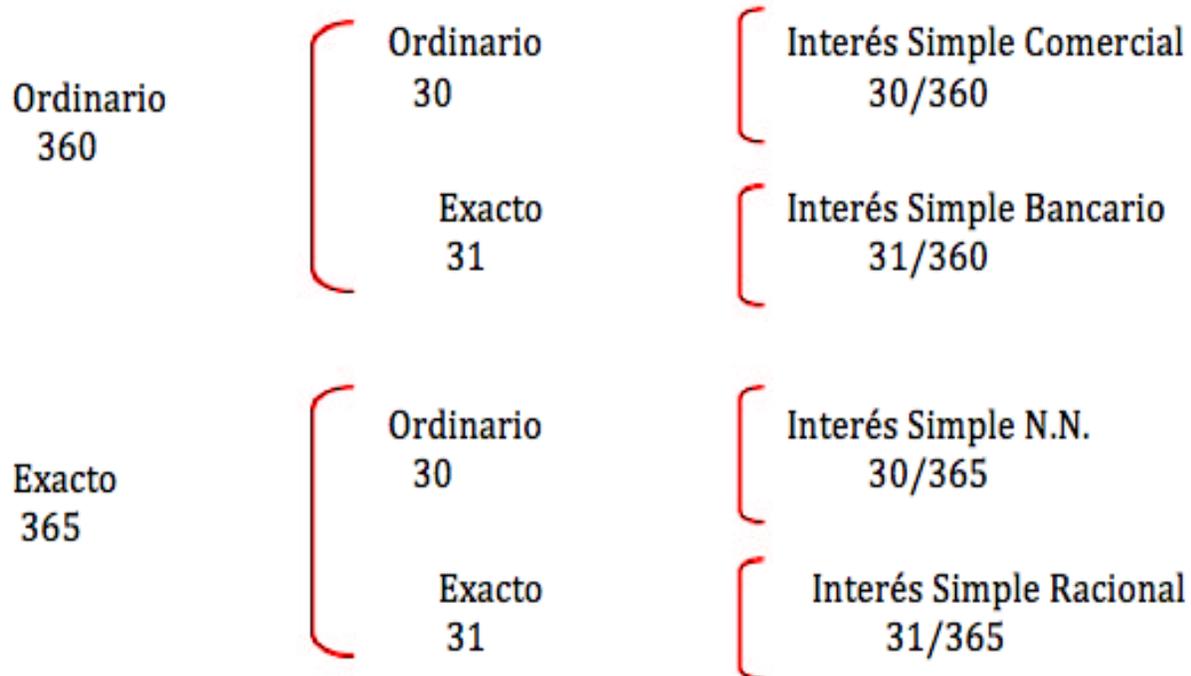
$$\begin{aligned}
 I &= VP * i * t \\
 VP &= \frac{I}{i * t} \\
 i &= \frac{I}{VP * t} & i &= \frac{VF - VP}{VP * t} \\
 t &= \frac{I}{VP * i} & t &= \frac{VF - VP}{VP * i}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 VF &= VP (1 + it) \\
 VP &= \frac{VF}{(1 + it)}
 \end{aligned}$$

## Tipos de interés simple

De acuerdo a la estimación de tiempos para la liquidación de intereses, el interés simple se clasifica así:

- a. Interés simple ordinario  
Un año=360 días y un mes=30 días
- b. Interés simple exacto  
Un año=365 días y un mes=31 días



## Tabla de días

Se utiliza en el cálculo de tiempos; así por ejemplo, los días transcurridos desde 7 de abril (número 97) y el 24 de octubre (número 297) es de 200 (número mayor menos número menor).

		Feb	Ma	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1	1	32		91	121	152	182	213	244	274	305	335
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	
3	3	34		93	123	154	184	215	246	276	307	337
4	4	35		94	124	155	185	216	247	277	308	
5	5		64	95	125	156	186	217	248	278	309	
6	6	37		96	126	157	187	218	249	279	310	
7	7			97	127	158	188	219	250	280	311	341
8	8		67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9	9			99	129	160	190	221	252	282	313	343
10	10	41		100	130	161	191	222	253	283	314	344
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	
17	17		76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19	19		78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
		51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21	21	52		111	141	172	202	233	264	294	325	355
		53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	
23	23	54		113	143	174	204	235	266	296	327	357
24	24	55		114	144	175	205	236	267	297	328	
25	25			115	145	176	206	237	268	298	329	
		57		116	146	177	207	238	269	299	330	
27	27			117	147	178	208	239	270	300	331	361
			87	118	148	179	209	240	271	301	332	
				119	149	180	210	241	272	302	333	
				120	150	181	211	242	273	303	334	364
31	31				151		212	243		304		

## Descuento simple

Se entiende por descuento el menor valor a pagar.

Ejemplo:

Una señora adquiere:

- 10 metros de paño a \$30.000 el metro.
- 5 camisas para sus nietos a \$ 20.000 cada una.
- 3 juguetes por valor total de \$ 80.000.

Si como es costumbre, la abuelita regatea al momento de pagar en la caja, y obtiene un descuento del 15%:

- ¿Cuál es el valor del descuento?
- ¿Cuánto debe pagar neto?

Solución:

10 metros de paño * \$30.000 =	\$ 300.000
5 camisas * \$20.000 =	\$ 100.000
3 juguetes =	\$ 80.000
	—————
Valor bruto de la factura=	\$ 480.000
Menos descuento (\$480.000*15%) =	(\$ 72.000)
	—————
Valor neto a pagar =	\$ 408.000

Se comprende entonces que el descuento es un valor que se deduce del total de una obligación.

Existen dos modalidades de descuento simple: comercial y bancario.

## Clases de descuento simple

Comercial-bancario

- Por pronto pago
- Sobre documentos
- En cadena
- En préstamos

## Descuento comercial simple

- Descuento comercial simple por pronto pago: El propósito de este descuento es constituirse en un estímulo para que se cancele de manera inmediata. Los proveedores ofrecen descuentos atractivos a fin de recuperar rápidamente el valor facturado.
- Descuentos comerciales simple en cadena: Es una serie de descuentos sucesivos no acumulativos que son atractivos para estimular las ventas.

Fórmula:

$$dt = 1 - (1-d1) (1-d2) (1-d3) (1-d4) \dots(1-dn)$$

Donde:

dt= Tasa	de descuento total	
d1= Tasa	de descuento total	número uno
d2= Tasa	de descuento total	número dos
d3= Tasa	de descuento total	número tres
d4= Tasa	de descuento total	número cuatro
dn = Tasa	de descuento total	enésimo

## Descuento bancario

- Descuento bancario simple sobre documen-

tos. Se aplica sobre el valor final (VF) de un documento

Fórmulas:

$$VT = VF (1 - (dt))$$
$$VF = \frac{VT}{1 - (dt)}$$
$$D = VF - VT$$
$$D = VF * d * t$$

Donde:

VT= Valor de la transacción

VF= Valor final del documento

d=Tasa de descuento (%)

t= Tiempo o duración de la operación financiera

D= Valor del descuento (\$)

b. Descuento bancario simple sobre préstamos (Se conoce también como descuento racional) Se aplica sobre el valor presente (VP) de un documento o de un préstamo.

Fórmulas

$$D = VP * d * t$$
$$VL = VP - D$$
$$I \text{ cobrada} = \frac{D + CA}{VL}$$

Donde:

D= Valor del descuento (\$)

VL= Valor líquido

VP= Valor del préstamo que se solicita

d=Tasa de descuento (%)

CA= Costos de apertura

Al aprobar un crédito, los bancos cobran costos de apertura tales como: timbres, seguro de vida, estudio del crédito, papelería, etc. Estos costos están a cargo del usuario del crédito y aparecen como un descuento que termina por encarecer el costo del crédito.

En este tipo de operaciones, la tasa de interés cobrada como anticipada (d) es la tasa que cobra el banco y resulta más alta que si se pactaran intereses pagaderos al vencimiento.

## Interés compuesto

### Definición

Se entiende por interés compuesto la integración periódica del interés al capital.

El interés compuesto también es conocido como:

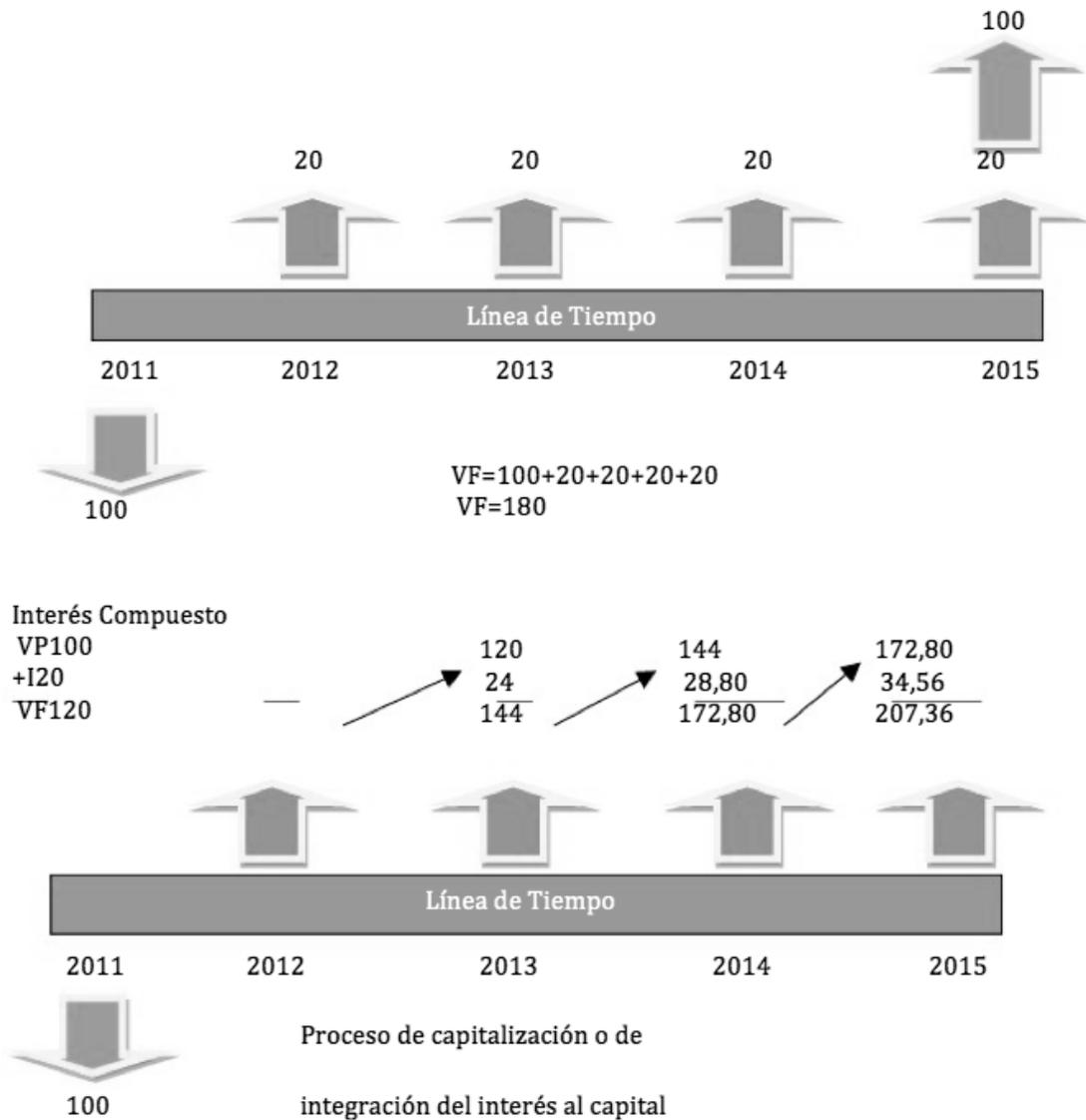
- Liquidación de intereses sobre intereses (anatocismo).
- Reinversión.

■ Capitalización de intereses.

**Características del interés compuesto**

La característica fundamental del interés compuesto es el proceso de capitalización de intereses, el cual consiste en adicionar al capital inicial los intereses ganados, para así formar un monto (valor final) y sobre este, volver a liquidar intereses y repetir este proceso.

- El capital inicial, se va incrementando periodo tras periodo, precisamente por la adición de los intereses.
- La tasa periódica se aplica sobre el capital acumulado.
- El valor de los intereses no es constante. Estos cambian conforme se va incrementando el capital.



El mismo proceso de capitalización se muestra en una tabla:

**Tabla de capitalización de intereses**

Año	Valor presente	Interés periódico	Valor futuro
2012	\$100	$\$100 \cdot 20\% = \$20$	$\$100 + \$20 = \$120$
2013	\$120	$\$120 \cdot 20\% = \$24$	$\$120 + \$24 = \$144$
2014	\$144	$\$144 \cdot 20\% = \$28,80$	$\$144 + \$28,80 = \$172,80$
2015	\$172,80	$\$172,80 \cdot 20\% = \$34,56$	$\$172,80 + \$34,56 = \$207,36$

**Fórmulas**

**Demostración**

$$VF = VP(1 + ip)^n$$

$$VP = \frac{VF}{(1 + ip)^n}$$

$$VP = VF(1 + ip)^{-n}$$

$$ip = \left( \frac{VF}{VP} \right)^{1/n} - 1$$

$$n = \frac{\ln \left[ \frac{VF}{VP} \right]}{\ln(1 + ip)}$$

$$VF = \$100(1 + 0,2)^4 = \$207,36$$

$$VP = \$207,36(1 + 0,20)^{-4} = \$100$$

$$ip = (\$207,36 / \$100)^{1/4} - 1 = 0,20 = 20\% \text{ EA}$$

$$n = \frac{\ln(207,36/100)}{\ln(1+0,2)} = \frac{0,7292862271}{0,1823215567} = 4 \text{ años}$$

## Tasa real

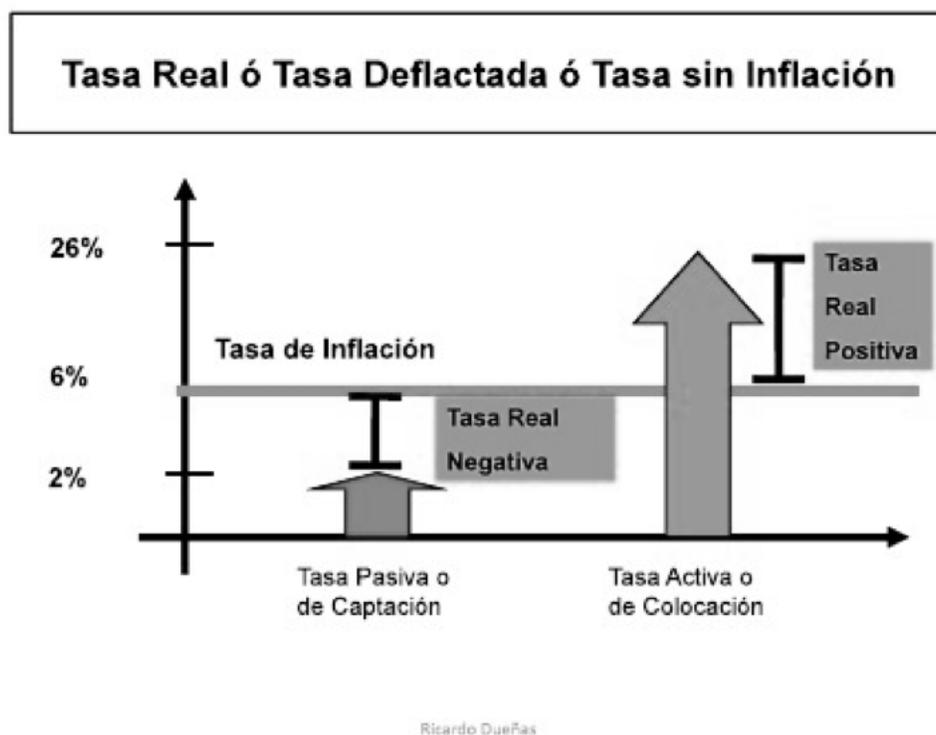
Supóngase que una persona invirtió su capital, con plazo de un año y a la tasa del 5% EA.

Durante ese año, se registró en la economía un incremento generalizado en el nivel de precios (inflación) del 5%.

En términos reales, ¿cuánto ganó o cuánto perdió?

Respuesta: no ganó pero tampoco perdió. La tasa de rentabilidad fue igual a la tasa de inflación.

Ahora analice el siguiente gráfico:



Usted deposita sus ahorros en un banco, a la tasa del 2% EA. Durante el año, la inflación creció en el 6%. Descontando la inflación: ¿usted ganó o perdió?

La respuesta es: en términos reales, usted perdió por cuanto la tasa de ahorro no alcanzó a la tasa de inflación.

La tasa de rentabilidad sin inflación es negativa.

Ahora analice: el banco tomó su dinero y lo prestó a un empresario a la tasa del 26% EA. Descontando la inflación: ¿el banco ganó o perdió?

La respuesta es: en términos reales, el banco ganó por cuanto la tasa del préstamo fue mayor que la tasa de inflación. La tasa de rentabilidad sin inflación es positiva.

De manera que las decisiones de inversión se deben tomar simplemente **comparando** la tasa de rentabilidad con la tasa de inflación.

¿Su salario aumentó más que la tasa de inflación?

En términos reales ¿su salario aumentó?

## Cuantificación de la tasa real

### Fórmula

$$\text{Tasa Real} = \frac{\text{Tasa de Interés} - \text{Tasa de Inflación}}{1 + \text{Tasa de Inflación}}$$

### Ejemplo:

Si la tasa de interés es del 5% y la tasa de inflación es del 5% ¿cuál es la tasa real?

### Solución

$$\text{Tasa\_Real} = \frac{\text{Tasa de Interés} - \text{Tasa de Inflación}}{1 + \text{Tasa de Inflación}}$$
$$\text{Tasa\_Real} = \frac{0,05 - 0,05}{1 + 0,05}$$
$$\text{Tasa\_Real} = 0$$

### Ejemplo:

Si la tasa de ahorro es del 2% y la tasa de inflación es del 6% ¿cuál es la rentabilidad real?

### Solución

$$\text{Tasa\_Real} = \frac{\text{Tasa de Interés} - \text{Tasa de Inflación}}{1 + \text{Tasa de Inflación}}$$
$$\text{Tasa\_Real} = \frac{0,02 - 0,06}{1 + 0,06}$$
$$\text{Tasa\_Real} = -3,77\%$$

Es decir, en relación a la inflación, la cuenta de ahorro está pagando 3,77% menos.

Ejemplo:

Un banco presta al 26%, en tanto que la inflación es del 6 por ciento. ¿Cuál es la rentabilidad real que obtiene el banco?

**Solución**

$$\text{Tasa\_Real} = \frac{\text{Tasa de Interés} - \text{Tasa de Inflación}}{1 + \text{Tasa de Inflación}}$$
$$\text{Tasa\_Real} = \frac{0,26 - 0,06}{1 + 0,06}$$
$$\text{Tasa\_Real} = 18,867\%$$

Lo cual indica que descontando la tasa de inflación, el banco obtiene una rentabilidad real positiva de 18,867% por encima de la inflación.

Ejemplo

Un inversionista desea obtener una tasa real del 10%. Si la tasa de inflación es del 4% ¿Qué tasa de interés debe buscar en el mercado?

**Solución**

$$\text{Tasa\_Real} = \frac{\text{Tasa de Interés} - \text{Tasa de Inflación}}{1 + \text{Tasa de Inflación}}$$
$$0,10 = \frac{ip - 0,04}{1 + 0,04}$$

Luego

$$ip = 14,4\%$$

El inversionista debe colocar sus recursos a la tasa del 14,4% a fin de obtener una rentabilidad real positiva del 10%.

## Componentes de la tasa de interés

Tres (3) son los elementos que componen una tasa de interés:

- La tasa de inflación.
- La tasa real.
- La tasa de riesgo.

Suponga que un amigo le solicita en préstamo determinada cantidad de dinero. ¿Qué tasa de interés usted cobraría?

Aspectos a considerar:

- Usted debe prestar dinero a una tasa de interés superior a la tasa de inflación.
- Usted debería obtener una tasa real positiva.
- Usted corre riesgo (probabilidad de pérdida) cuando presta su dinero.

Por consiguiente:

$$ip = (1 + iInflación)(1 + iReal)(1 + iRiesgo) - 1$$

Ejemplo:

Si la inflación es del 4% y un prestamista desea ganar una rentabilidad real de 6% y el nivel de riesgo es del 20% ¿Qué tasa de interés debe exigir?

**Solución:**

$$ip = (1 + 0,04)(1 + 0,06)(1 + 0,2) - 1$$

$$ip = 32,288\%$$

Ejemplo:

Una inversión se pactó al 20%, cuando la tasa de inflación es del 3% y el nivel de riesgo es del 10 %.

¿Qué tasa real están cargando en la operación?

$$0,2 = (1 + 0,03)(1 + iReal)(1 + 0,1) - 1$$

De donde:

$$0,2 + 1$$

$$iReal = \frac{\quad}{(1+0,03)(1+0,1)} - 1$$

$$(1+0,03)(1+0,1)$$

$$iReal = 5,9135\% \text{ EA Real Positiva}$$

Comprobación:

$$0,2 = (1+0,03)(1+0,059135)(1+0,1) - 1$$

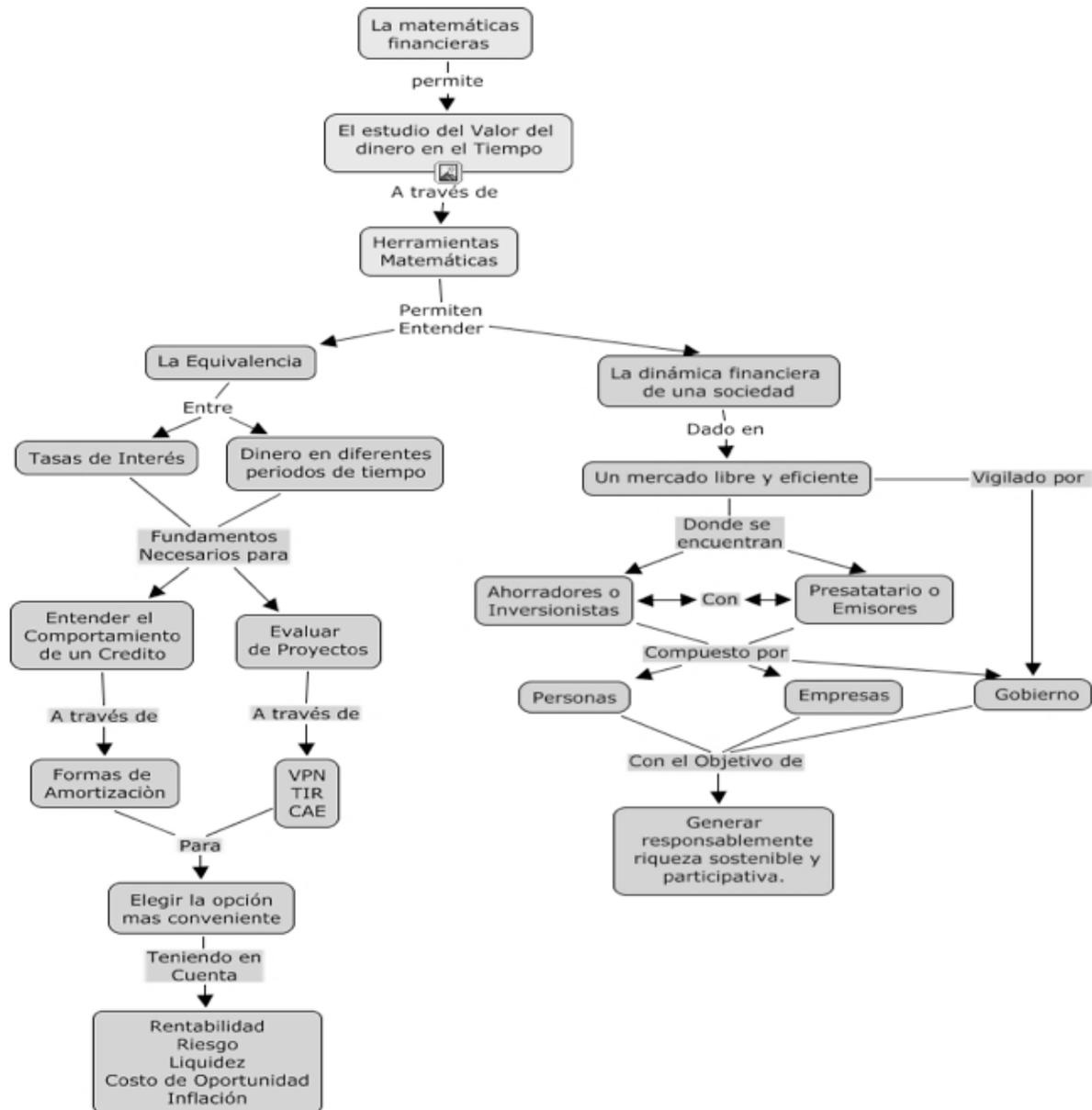
$$0,2 = 0,2$$

## Ejemplos, ejercicios o casos de aplicación práctica

- Por medio de un pagaré nos comprometimos a cancelar después de año y medio un valor de \$3.285.000. Si la tasa de interés simple es del 1.5% mensual, hallar el valor inicial de la obligación.
- Un inversionista estima que un lote de terreno puede ser negociado dentro de 3.5 años por \$85.000.000. ¿Cuánto será lo máximo que él está dispuesto a pagar hoy, si desea obtener un interés del 18% semestral simple?
- Hallar la tasa de interés mensual simple que obtenemos cuando invertimos \$210.000 y al cabo de 10 meses podemos retirar \$311.650.
- Se compra un lote de terreno por valor de \$9.000.000. Si se espera venderlo dentro de un año en \$12.000.000, ¿cuál es la tasa de in-

- terés mensual simple que rinden los dineros allí invertidos?
5. Una caja de ahorros reconoce el 5% trimestral de interés simple. Si hoy deposito \$250.000, ¿cuánto tiempo debo esperar para retirar \$ 325.000?
  6. Para dentro de 4 meses dispongo de \$100.000, dentro de 6 meses de \$55.000 y dentro de 10 meses de \$85.680. Si cada uno de estos dineros los deposito, en su fechas, en una caja de ahorros que me paga el 2.5% mensual simple, ¿cuanto puedo retirar al final del año?
  7. Si el rendimiento del dinero es del 35 % anual, ¿qué oferta es más conveniente para la venta de un terreno?
    - a. \$ 16.000.000 de contado.
    - b. \$ 2.000.000 hoy y el saldo en dos pagarés: uno de \$ 5.100.000 a 90 días y otro de \$11.000.000 a 180 días.
  8. Se invirtieron \$ 2.000.000 y después de 3 años se recibieron \$3.600.000. ¿Qué tasa trimestral simple arrojó la operación financiera?
  9. Hace 8 meses disponía de \$ 2.000.000 y tenía las siguientes alternativas de inversión:
    - a. Comprar un inventario de ropa por este valor, que a precios de hoy valen \$ 3.300.000.
    - b. Invertirlos en una entidad que me paga el 2.8% mensual simple. Después de consultarlo, me decidí por la primera alternativa. ¿Fue acertada la decisión?
  10. ¿Cuánto tiempo debo esperar para que se duplique mi inversión, en una corporación que paga el 2.5% mensual simple?

## Síntesis de cierre del tema



Tomado de: <http://curso.ihmc.us/rid=1GDL86CGS-P6HF42-CJX/1GDL3W4VYIYKBGDPID22Iimage>

## Actividades autoevaluativas propuestas al estudiante

1. El señor Pablo recibe en el día de hoy tres ofertas por un lote que tiene en venta. ¿Cuál es la mejor oferta, si la tasa de interés es del 23% anual?  
**a.** \$ 6.500.000 hoy y un pagaré para dentro de 167 días por valor de \$3.500.600.  
**b.** \$ 3.000.000 a 120 días y \$6.300.500 a 180 días, **c.** \$ 2.000.000 hoy y un pagaré por \$7.500.000 4 meses.
2. Se tiene una letra de \$2.500.000 que vence dentro de 4 meses la cual reconoce intereses a la tasa del 2.5% mensual simple. Faltando tres meses para su vencimiento se quiere negociar en un banco que la descuenta al 3.2% mensual simple ¿Cuánto se recibe por la letra?
3. Asumamos que tenemos tres documentos por cobrar, así: \$85.000 para el 1º de mayo, \$105.000 para el 1º de julio y \$350.000 para el 1º de agosto. En vista de que necesitamos liquidez los entregamos a un intermediario que obtiene el 4% mensual de interés simple en sus inversiones; ¿Cuánto dinero esperamos recibir si la negociación la realizamos el 1º de abril?
4. Durante 145 días con una tasa de interés simple del 31.61% anual, un capital de \$x produjo por intereses la suma de \$154.159,13; determinar el valor del capital invertido si se considera el año de 365 días.
5. Calcule el monto o valor futuro a interés compuesto en que se convierten \$1,000 al cabo de ocho (8) años si el interés es del 36% anual y las capitalizaciones son: **a-** Anuales **b-** Trimestrales
6. Una persona recibe \$1,939,982.42 por haber invertido en un depósito a término fijo por nueve (9) meses. Si el banco le pagó una tasa del 18% anual capitalizado trimestralmente, ¿cuál es el valor de la inversión?
7. Usted quiere tener \$400,000 dentro de ocho (8) meses. Para invertir se le ofrece la posibilidad de hacerlo en una entidad que paga el 2% mensual capitalizado anticipadamente con la misma periodicidad ¿Cuánto debe invertir hoy?
8. Si se invierten \$500.000 a interés del 40% nominal anual capitalizado trimestralmente, ¿cuánto se acumula al cabo de nueve (9) meses?
9. ¿Cuánto se debe invertir hoy para tener \$1,200,000 dentro de cinco (5) años, \$1,200,000 dentro de ocho (8) años y \$1,200,000 dentro de diez (10) años, si la tasa de interés es del 18% anual y se hacen capitalizaciones semestrales?
10. ¿Cuánto tiempo se debe esperar para que una inversión al 1.89% mensual se incremente en un 40%?
11. ¿Cuánto tiempo tardará en duplicarse una inversión a una tasa de interés que la triplica en 24 meses?
12. ¿Qué oferta es más conveniente para la venta de una propiedad? \$75.000.000 de contado. \$ 30.000.000 de cuota inicial y el saldo en tres pagarés iguales de \$45.000.000 cada uno a 1 año, 2 años y 3 años, si el rendimiento del dinero es del 3.5% mensual. Dos pagarés por valor de \$65.000.000 cada uno a 1.5 años y 2.5 años respectivamente a una tasa del 4% mensual.
13. Una persona debe pagar \$5.000.000 dentro de 2 años. El acreedor acepta un pago hoy de \$2.000.000 y un nuevo pagaré a 3 años. Hallar el valor del nuevo pagaré con la tasa de interés del 2% mensual.
14. Un televisor tiene un valor de contado de \$1.300.000 y se debe financiar en tres pagos así: \$500.000 dentro de tres meses y los otros dos pagos iguales a 8 y 12 meses. Hallar el valor de estos pagos si la tasa de inte-

rés que se paga por la financiación es del 4% mensual.

15. Usted tiene 2 alternativas para cancelar una deuda:

a. Mediante dos pagos iguales de \$130.000 a tres y ocho meses con una tasa de interés del 3.5% mensual.

b. Mediante dos pagos, uno por \$150.000 dentro de cuatro meses y otro por \$110.000 dentro de ocho meses con una tasa de interés del 3.8% mensual.

c. ¿Cuál de estas dos alternativas escogería usted?

16. Un electrodoméstico que tiene un valor de contado de \$2,410.000, se desea financiar en tres pagos a seis, diez y quince meses, de tal manera que cada pago sea igual a los  $\frac{3}{4}$  del pago anterior. Hallar el valor de cada pago sabiendo que se cobra un interés del 2.8% mensual.

17. Sustituir dos pagarés, uno de \$380.000 y otro de \$220.000 con vencimientos a tres

cinco meses respectivamente, por dos pagos iguales para los meses 4 y 6, suponiendo una tasa de interés del 3% mensual.

18. Para usted como deudor, ¿cuál de las dos alternativas siguientes prefiere para cancelar la misma deuda? La primera alternativa es pagar hoy \$ 150.000, dentro de siete meses pagar \$83.000 y dentro de un año pagar \$115.000, con una tasa de interés del 7% trimestral. La segunda alternativa consiste en cancelar tres pagos iguales de \$95.000 en los meses seis, nueve y catorce con una tasa del 2.5% mensual.

19. ¿Cuánto se debe depositar hoy en una cuenta de ahorros que paga un interés del 2.9% mensual para poder retirar, \$75.000 dentro de seis meses, \$42.000 dentro de 8 meses, la tercera parte de lo depositado dentro de 10 meses, la mitad de lo depositado dentro de 1 año y que aún se tenga un saldo de \$320.000 en la cuenta dentro de 15 meses?

# Glosario

- **Capital:** medios para la producción, tales como: maquinaria, planta física de empresas, equipos de producción, entre otros.
- **Interés:** el interés es la cantidad que se paga o se cobra por el uso del dinero. Cuando alguien toma prestado dinero, este debe pagar por su uso; en dicho pago debe estar incluido tanto la pérdida del valor del dinero; como también la renta por el uso del dinero. De igual manera, si en vez de un crédito lo que se hace es prestar dinero (invertir), entonces se querrá recibir, aparte de lo invertido, un monto a través del cual se recupere el valor que ha perdido el dinero en el tiempo y una renta por el préstamo del dinero.
- **Interés compuesto:** si una operación es a interés compuesto, entonces el interés es calculado sobre el capital para un periodo reinvirtiéndose los intereses; es decir, al cabo del periodo los intereses se capitalicen para calcular sobre dicho monto los nuevos intereses.
- **Interés simple:** si una operación es a interés simple, entonces el interés es calculado sobre el capital original para el periodo completo de la transacción y los intereses son pagados al prestamista, sin que estos se reinviertan. Es decir, al cabo del periodo se reconoce al prestamista los intereses; iniciándose a partir de allí una nueva liquidación solo sobre el monto original; sin que los intereses se capitalicen para generar nuevos sobre ellos nuevos intereses.
- **Tasa de interés:** es el porcentaje al que está invertido un capital en una unidad de tiempo, determinando lo que se refiere como “el precio del dinero en el mercado financiero”. La tasa de interés (expresada en porcentajes) representa un balance entre el riesgo y la posible ganancia (oportunidad) de la utilización de una suma de dinero en una situación y tiempo determinado. En este sentido, la tasa de interés es el precio del dinero, el cual se debe pagar/cobrar por tomarlo prestado/cederlo en préstamo en una situación determinada.
- **Porcentajes:** cuando se opera con porcentajes en este texto, se hace con la expresión decimal (0.20), por ejemplo  $20\% = 0.20 = (20/100)$ , que es la forma correcta de trabajar con las fórmulas. Los resultados de las operaciones lo expresamos generalmente con cuatro decimales, en el caso de los factores o índices. Las respuestas finales de los ejercicios se expresan en con dos decimales. En ambos casos los resultados son redondeados por exceso o por defecto.

Tomado de: [http://matfinadm.files.wordpress.com/2011/08/matematicas-financieras\\_g.pdf](http://matfinadm.files.wordpress.com/2011/08/matematicas-financieras_g.pdf)

# Bibliografía

- Aguirre, H. (2004). *Matemáticas financieras*. México. Thomson.
- Giraldo, J. (2005). *Matemáticas financieras*. Bucaramanga: Editorial SIC.
- Meza, J. (2008). *Matemáticas financieras aplicadas*. Barcelona: Ecœ Ediciones.
- Navarro, E. (2001). *Fundamentos de matemática financiera*. Barcelona, España. Antoni Bosh.
- Villalobos, J. (2006). *Matemáticas financieras*. México: Prentice Hall
- Gustafson, D. (2006). *Álgebra intermedia*. México, D.F. México. Thomson editores.

## Remisión a fuentes complementarias

<http://www.youtube.com/watch?v=u5p8r4g7J8g>

[http://www.youtube.com/watch?v=h6vkqE\\_0ex0](http://www.youtube.com/watch?v=h6vkqE_0ex0)

<http://www.youtube.com/watch?v=aCLY8DDQZio>



# Tasas de interés especiales



**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA  
DEL ÁREA ANDINA**

Personería Jurídica Res. 22215 Mineducación Dic. 9-83

## Introducción

En esta cartilla se abordan las diferentes tasas de interés que permiten calcular los valores de interés simple y compuesto, por medio del análisis matemático y financiero, para hallar los valores correspondientes a las situaciones planteadas en la cartilla.

Es importante leer cuidadosamente el contenido de la cartilla. Al interpretar cada una de las expresiones, le permite comprender los elementos expuestos para así aplicar los contenidos y asimilarlos.

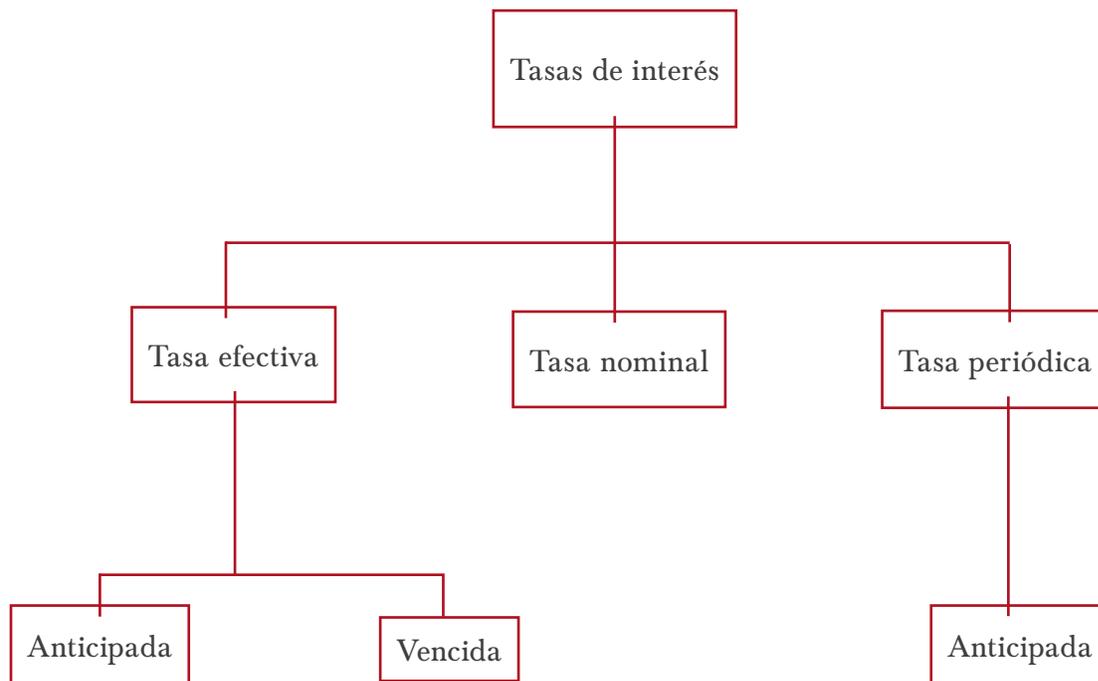
Frecuentemente, para solucionar situaciones cotidianas, se requiere diferenciar los procedimientos de cálculo para resolver las diferentes contextos matemáticos.

# Metodología

El proceso de aprendizaje académico por medio de esta cartilla se desarrolla en tres etapas. La primera etapa es la lectura completa del módulo, realizando la respectiva interpretación, análisis y comprensión del contenido por medio de la revisión de los ejercicios resueltos con el fin de ganar confianza en la solución de ejercicios propuestos. La segunda etapa es el análisis del video y el contenido del mismo. La tercera etapa es la aplicación de los contenidos expuestos a situaciones generales, particulares y específicas.

La segunda etapa puede ser retomada cuantas veces quiera, pero tiene un tiempo limitado para adquirir los conocimientos. Recuerde que debe avanzar con las siguientes cartillas y tener en cuenta las recomendaciones dadas a lo largo del avance del curso.

# Mapa conceptual del módulo



## Objetivo general

Aplicar las relaciones matemáticas de las tasas de interés para el cálculo de interés simple y compuesto.

1. Identificar los aspectos teóricos de las tasas de interés y su aplicación en los ejercicios.
2. Relacionar las tasas de interés y sus equivalencias en el cálculo de interés simple y compuesto.
3. Entender las características de las propiedades de las tasas de interés y la relación con la matemática financiera.

# Desarrollo temático

## Componente motivacional

Este tema sirve para solucionar situaciones reales o ideales de manera eficiente, aporta herramientas teóricas para identificar apropiadamente los cálculos de interés simple y compuesto con el fin de entender los aspectos básicos de la matemática financiera.

Por ejemplo, identificar las diferencias entre las tasas de interés simple y compuesto con el fin de establecer los conceptos prácticos de la solución de ejercicios.

## Recomendaciones académicas

La presente cartilla contiene la fundamentación teórica de los aspectos teóricos y prácticos sobre los tipos y tasas de interés que permite evidenciar la solución de situaciones problemáticas que conduzcan a la comprensión de ejercicios sobre los aspectos esenciales de la matemática financiera.

La matemática financiera es más sencilla de lo que nos parece. Es la utilización y aplicación de normas o leyes denominadas propiedades. Cuando aprendo apropiadamente estas propiedades, puedo afrontar de manera correcta cada una de las situaciones o ejercicios que nos solicita, por esto la matemática no es difícil lo difícil es comprender y aplicar las propiedades que orientan el desarrollo de la misma asignatura. Todos, de una manera u otra podemos llegar a manejar, cada día mejor, la matemática, situación que por experiencia, les puedo mostrar que es verdad.

## Desarrollo de cada una de las unidades temáticas

Competencia general	Competencia específica
El estudiante constituyen el núcleo de las finanzas, y su propósito es aportar técnicas, métodos y herramientas para el cálculo de operaciones de ahorro, crédito, inversión y riesgo.	El estudiante diferencia las características de los cálculos de interés simple y compuesto.

## Tasa nominal

La tasa nominal es igual a la tasa de interés por período multiplicada por el número de períodos. La tasa efectiva, en cambio, es el interés real que una persona paga en un crédito o cobra en un depósito.

Pese a que se encuentra enmarcada en un cierto período de tiempo, la tasa nominal contempla varios pagos de intereses en dicho plazo. Con la tasa efectiva, se calcula el rendimiento en un único pago por período.

Por ejemplo: la tasa nominal suele expresarse en base anual. Los contratos, de todas formas, pueden especificar que el interés se calculará varias veces durante el año (ya sea de manera mensual, trimestral o semestral, entre otras). El año, por lo tanto, puede dividirse en doce meses, cuatro trimestres o dos semestres. Si la tasa de interés es del 2% por trimestre, es posible hablar de una tasa nominal anual del 8% (ya que el año tiene cuatro trimestres).

Un concepto íntimamente ligado a la tasa nominal es el de rentabilidad; se trata del margen de ganancia que puede devolver una inversión. Si se tiene en cuenta el tiempo que transcurre para obtener dichos beneficios, entonces se utiliza la expresión “ganancia en el tiempo”. Veamos un ejemplo: si se adquiere una casa por \$500.000 y luego de un año se la vende por \$510.000, la utilidad que se habrá obtenido en 12 meses es de \$10.000. Puesto en otras palabras, si en lugar de comprar el inmueble se invierten los \$500.000 sabiendo que por cada \$100 se recibirán \$2, al cabo del mismo período podrían obtenerse los \$10.000<sup>1</sup>.

Valor ejemplos (hipotético)	Intereses		Nomenclatura usada en esta cartilla
	Frecuencia de liquidación	Modalidad de pago	
36,12%	Nominal anual capitalizable diaria	Vencido	Nominal diaria vencida (nvd)
24,15%	Nominal anual capitalizable diaria	Anticipado	Nominal diaria anticipada (nda)
18,54%	Nominal anual capitalizable mensual	Vencido	Nominal mensual vencida (nmv)
14,89%	Nominal anual capitalizable mensual	Anticipado	Nominal mensual anticipada (nma)
24,21%	Nominal anual capitalizable trimestral	Vencido	Nominal trimestral vencida (ntv)
14,32%	Nominal anual capitalizable trimestral	Anticipado	Nominal trimestral anticipada (nta)
24,26%	Nominal anual capitalizable semestral	Vencido	Nominal semestral vencida (nsv)
18,47%	Nominal anual capitalizable semestral	Anticipado	Nominal semestral anticipada (nsa)

<sup>1</sup> Tomado de: <http://definicion.de/tasa-nominal/#ixzz2sSZe3HjZ>

## Veces al año que capitaliza intereses una tasa nominal

Por definición, una tasa nominal es anual y ella misma indica cuantas veces reconoce la capitalización de intereses en un año.

Si la tasa es	Entonces número de veces que capitaliza intereses en un año será:
Nominal diaria	360 veces al año (en papeles de Bolsa) o 365 veces al año (en operaciones bancarias)
Nominal mensual	12 veces al año (1 año = 12 meses)
Nominal semanal	52 veces al año (1 año = 52 semanas) o 53 veces al año (1 año = 53 semanas)
Nominal quincenal	24 veces al año (1 año = 24 quincenas)
Nominal bimestral	6 veces al año (1 año = 6 bimestres)
Nominal cuatrimestral	3 veces al año (1 año = 3 cuatrimestres)
Nominal trimestral	4 veces al año (1 año = 4 trimestres)
Nominal semestral	2 veces al año (1 año = 2 semestres)
Nominal anual	1 vez al año

## Interés anticipado e interés vencido

El sistema financiero colombiano ofrece la modalidad de pago de intereses al principio o al final aunque esta última tiende a ser la forma más acogida.

Ejemplo:

Si se toma un préstamo de \$100, al 20% anual y a un año, determinar:

- El interés a pagar al principio y/o al final.
- Qué modalidad de interés es más ventajosa para un banco, es decir, que tasa está cobrando en cada una de las modalidades.

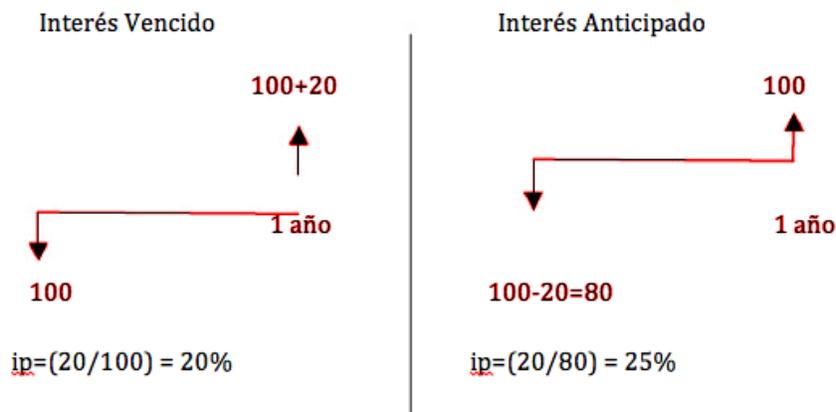
**Solución:**

$$a) I = VP \cdot i \cdot t$$

$$I = \$100 \cdot 0,2 \cdot 1$$

$$I = \$20$$

Los \$20 se pagan ya sea al principio o al final del año.



En el primer caso, el banco desembolsa hoy \$100 y al final del año recibe \$20 por intereses, lo cual representa una tasa del 20% anual vencido.

En el segundo caso, el banco presta neto hoy \$80 (ya ha deducido los intereses) lo cual equivale a una tasa del 25% anual anticipado.

El interés anticipado resulta más ventajoso para el banco por cuanto: a) La tasa es mayor y b) Hoy mismo dispone de \$20 que puede colocar (prestar o invertir). En cuanto al préstamo con interés vencido, el banco debe esperar un año a que el cliente cancele capital e interés.

### Tasa periódica y tasa efectiva anual

La única tasa que se aplica en cualquier fórmula es la tasa periódica ( $ip$ ).

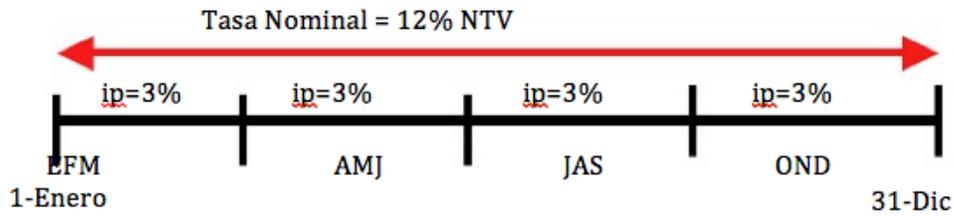
La tasa periódica ( $ip$ ) puede tener su origen:

- a. Independientemente, si el caso la presenta como un dato. Por ejemplo, se dice que una cuenta de ahorro paga intereses a la tasa del 2% periódica mensual.
- b. Proviene de la tasa nominal cuando se indica la frecuencia de liquidación de intereses.

Así por ejemplo, un certificado de depósito a término, reconoce intereses al 12% nominal trimestre Vencido (12% NTV), lo cual significa que la tasa periódica es del  $12\%/4=3\%$  periódica trimestral.

Veamos:

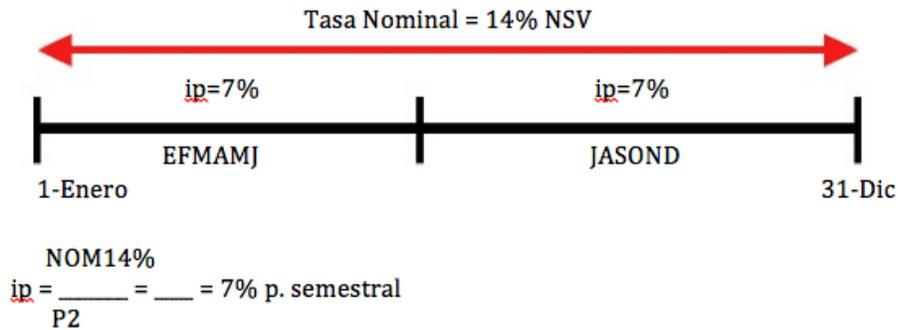
1. Si la tasa es 12% NTV, recordamos que 1 año = 4 trimestres y que en cada trimestre se liquidan y capitalizan intereses al 3 por ciento. Gráficamente:



Se deduce que:

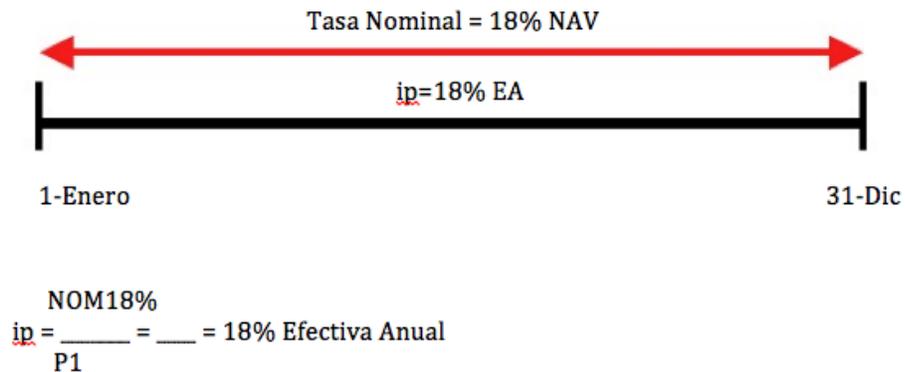
$\text{Tasa Periódica} = \frac{\text{Tasa Nominal}}{\text{Periodos}}$	$\text{ip} = \frac{\text{Nom}}{P}$
$\Rightarrow \text{Tasa Nominal} = \text{Tasa Periódica} * \text{Periodos}$	$\text{Nom} = \text{ip} * P$

2. Si la tasa es 14% NSV, entonces,  $ip = 7\%$  periódica semestral.



Cada semestre se liquidan y pagan intereses al 7%, por ello se denomina “periódica semestral”.

3. Si la tasa es del 18% NAV, entonces la tasa periódico es del 18% efectiva anual:



## Ejemplo

Una persona dispone de \$2 millones y desea invertirlos a un año. Las opciones son:

- 12% NMV
- 12% NBV
- 12% NTV
- 12% NSV
- 12% BAV

¿Cuál es la mejor alternativa? ¿Por qué?

Tasa nominal	$ip = \frac{in}{P}$	$VF = VP(1+ip)^n$
12% NMV	$12\% / 12 = 1\% \text{ p.m.}$	$VF = 1.000.000(1+0,01)^{12} = 1.126.825$
12% NBV	$12\% / 6 = 2\% \text{ p.b.}$	$VF = 1.000.000(1+0,02)^6 = 1.126.162$
12% NTV	$12\% / 4 = 3\% \text{ p.t.}$	$VF = 1.000.000(1+0,03)^4 = 1.125.509$
12% NSV	$12\% / 2 = 6\% \text{ p.s.}$	$VF = 1.000.000(1+0,06)^2 = 1.123.600$
12% NAV	$12\% / 1 = 12\% \text{ p.a.}$	$VF = 1.000.000(1+0,12)^1 = 1.120.000$

Análisis:

- La tasa nominal es única (12%) aunque tiene distintos periodos de capitalización.
- La tasa nominal indica en cada caso, el número de periodos de capitalización (P) en un año.
- Se obtiene la tasa periódica y se denota con letras minúsculas.
- La tasa nominal anual, es la misma tasa efectiva anual (en este caso es del 12%).
- Aunque se debería llamar 12% periódica anual, en términos financieros se denomina “efectiva anual”.
- La tasa efectiva anual se puede escribir así:  
12% o  
12% EA

Todas las tasas periódicas deben tener escrito su periodo de pago, pues no tenerlo equivale a inter-

pretar la tasa como efectiva anual.

Por ejemplo:

Supóngase que usted prestó determinada suma de dinero a un amigo a la tasa del 10% mensual ( $i_p=10\%$  p.m.).

Por un olvido, usted escribió simplemente  $i_p=10\%$ , es decir, se omitió la periodicidad de pago.

Su amigo y cualquier juez, interpreta, con justa razón, que la tasa es efectiva anual.

La consecuencia es que usted en vez de recibir intereses cada mes, recibirá intereses cada año. Significativa la pérdida de dinero ¿verdad?

### Solución

- La tasa NMV es la mejor opción para invertir, toda vez que genera el mayor valor esperado.
- La razón que explica este resultado es que capitaliza intereses 12 veces al año. La tasa NAV tan solo paga intereses una sola vez al año y genera el menor rendimiento.

### Tasas equivalentes

Dos tasas de interés, con diferente periodicidad, son equivalentes en un año, si producen el mismo valor final (monto).

Ejemplo:

El banco A reconoce intereses a la tasa del 2% p.m. ¿Cuál es la tasa de interés periódica trimestral que debe reconocer el banco B a fin de pagar exactamente lo mismo que el banco A?

### Solución:

El banco B debe reconocer una tasa del 6,1208% p.t. Comprobación: supóngase que se depositan \$100 en el banco A y \$100 en el banco B.

Al final de un año cada banco debe reconocer:

$$\text{Banco A: VF} = \$100(1+0,02)^{12} = \$126,82$$

$$\text{Banco B: VF} = \$100(1+0,061208)^4 = \$126,82$$

Obsérvese que:

- Los bancos cambian las tasas y afirman que una es mejor que la otra en términos porcentuales.
- Los clientes (inversionistas) se confunden: no saben a cual banco acudir con su dinero.
- Al final, cada banco paga la misma cantidad de dinero.

¿Cómo se procede al cálculo de las tasas equivalentes?

$$(1+ip)^n = (1-ip)^n$$

Ejemplo:

Conocida la tasa del 2% p.m. (vencida).  $\Rightarrow$  tasa conocida  
hallar la tasa equivalente, periódica trimestral (vencida).  $\Rightarrow$  tasa desconocida

$$(1 + ip)^n = (1 + ip)^n$$

$$(1 + 0,02)^{12} = (1 + ip)^4 \quad \text{la incógnita es } ip \text{ (tasa p.t.)}$$

$$(1 + 0,02)^{12/4} = (1 + ip)^{4/4} \quad \text{Se dividen los exponentes por 4}$$

$$(1 + 0,02)^3 = (1 + ip)^1 \quad \text{quedando como resultado}$$

$$(1 + 0,02)^3 = 1 + ip \quad \text{es lo mismo que la expresión anterior}$$

$$(1 + 0,02)^3 - 1 = ip \quad \text{la incógnita queda despejada}$$

$$ip = 6,1208\% \text{ p.t.} \quad \text{y esta es la respuesta}$$

Caso: una tasa es vencida y la otra tasa es anticipada.

$$(1+ip)^n = (1-ip)^{-n}$$

Ejemplo:

Conocida la tasa del 10% p.s. vencida,  $\Rightarrow$  tasa conocida  
Hallar la tasa equivalente,  
Periódica mensual anticipada.  $\Rightarrow$  tasa desconocida

$$(1 + 0,1)^2 = (1 - ip)^{-12}$$

$$(1 + 0,1)^{2/-12} = (1 - ip)^{-12/-12}$$

$$(1 + 0,1)^{2/-12} = (1 - ip)^1$$

$$(1 + 0,1)^{2/-12} = 1 - ip$$

$$(1 + 0,1)^{2/-12} - 1 = -ip$$

Se dividen los exponentes por -12.

$ip = 1,57595282902\%$  p.m. anticipada.

Si se invierten \$100 en cada banco, se tiene en un año:

Banco A:  $VF = \$100(1+0,10)^2 = \$121$

Banco B:  $VF = \$100(1-0,01575952822902)^{-12} = \$121$

Luego se concluye que las dos tasas son equivalentes:

El 10% p.s. es equivalente al 1,57595282902% p.m. anticipada

**Caso:** las dos tasas son anticipadas

$$(1 - ip)^{-n} = (1 - ip)^{-n}$$

Ejemplo

Conocida la tasa del 5% p.t. anticipada,  
hallar la tasa equivalente  
periódica semestral anticipada.

=> tasa conocida

=> tasa desconocida

$$(1 - 0,05)^{-4} = (1 - ip)^{-2}$$

$$(1 - 0,05)^{-4/-2} = (1 - ip)^{-2/-2}$$

$$(1 - 0,05)^{-4/-2} = (1 - ip)^1$$

$$(1 - 0,05)^{-2} = 1 - ip$$

$$(1 - 0,05)^{-2} - 1 = -ip$$

**Caso:** una tasa nominal y una tasa periódica

Ejemplo

Dada la tasa del 28% NTV, => tasa conocida

hallar la tasa equivalente,

efectiva anual.

=> tasa desconocida

Solución:

La tasa nominal se pasa a tasa periódica:

$$28\%/4 = 7\% \text{ p.t}$$

$$(1 + 0,07)^4 = (1 + ip)^1$$

$$(1 + 0,07)^4 = 1 + ip$$

$$(1 + 0,07)^4 - 1 = ip$$

ip=9,75% p.s. anticipada

Ahora se comprobará la equivalencia:

$$\text{Banco A: VF} = \$100(1-0,05)^4 = \$122,77$$

$$\text{Banco B: VF} = \$100(1-0,0975)^2 = \$122,77$$

Luego las dos tasas son equivalentes

p=31,079601% EA

Comprobación:

$$\text{Banco A: VF} = \$100(1+0,07)^4 = \$131,07$$

$$\text{Banco B: VF} = \$100(1+0,31079601)^1 = \$131,07$$

Luego las dos tasas son equivalentes

Caso: una tasa periódica y una tasa nominal

Ejemplo

Dada la tasa del 2,5% p.m.  
hallar la tasa equivalente,  
nominal semestre vencida.

Solución

$$(1 + 0,025)^{12} = (1 + ip)^2$$

$$(1 + 0,025)^{12/2} = (1 + ip)^{2/2}$$

$$(1 + 0,025)^6 = (1 + ip)^1$$

$$(1 + 0,025)^6 = 1 + ip$$

$$(1 + 0,025)^6 - 1 = ip$$

=> tasa conocida

=> tasa desconocida

$$ip = 15,9693418213\% \text{ p.s.}$$

Recuérdese que: nominal = ip \* P

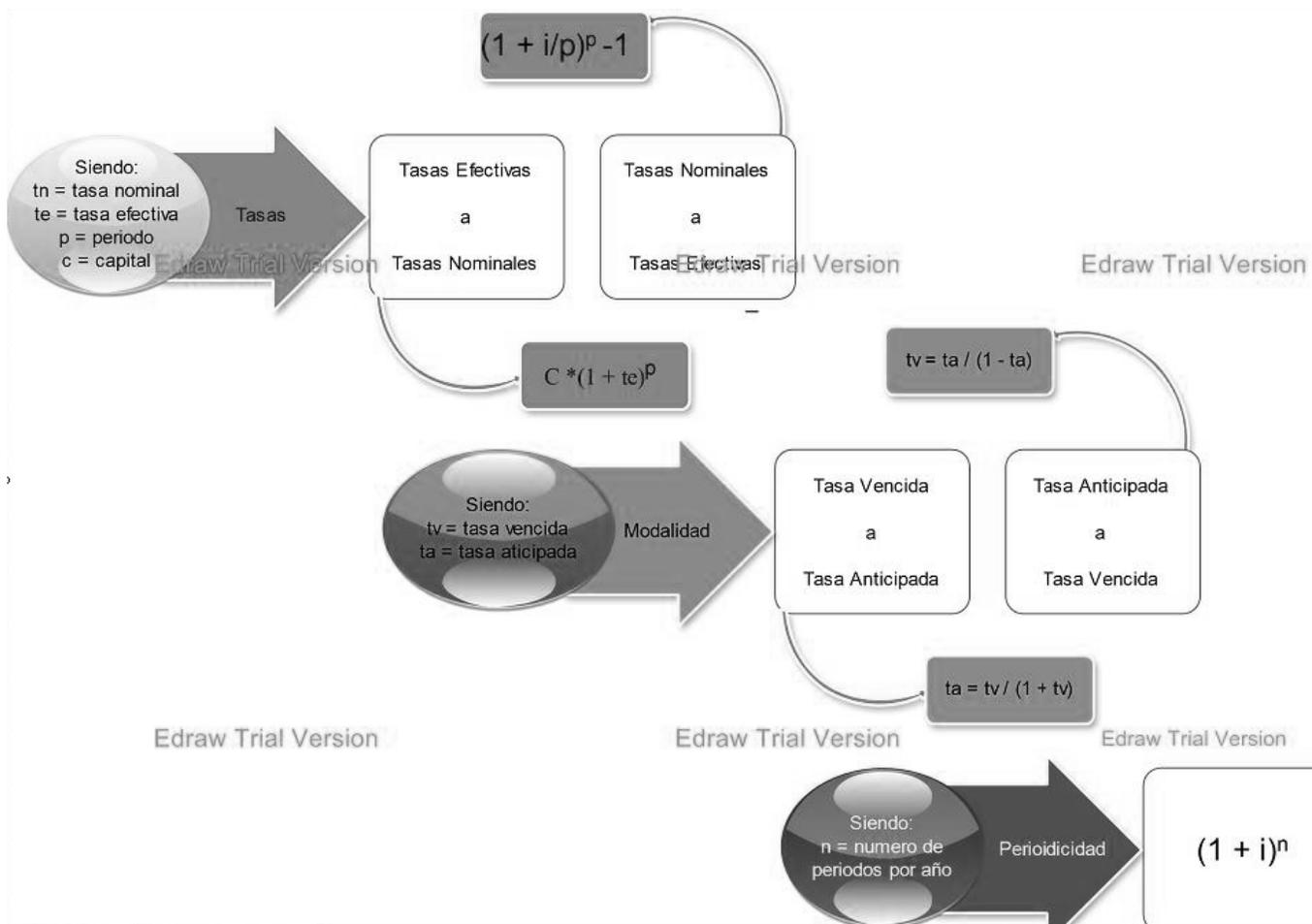
$$\text{Nominal} = 15,9693418213\%$$

$$\text{p.s} * 2 = 31,938683\% \text{ NSV}$$

## Ejemplos, ejercicios o casos de aplicación práctica

1. Una máquina llega al final de su vida dentro de un año y medio y para reemplazarla se comprará otra que cuesta \$800.000. La máquina vieja será recibida como parte de pago en \$150,000. ¿Qué depósito se debe hacer hoy en una cuenta que paga el 28% anual capitalizable trimestralmente, para poder hacer la compra en el momento oportuno?
2. Si un inversionista desea \$50.000 dentro de seis (6) meses, ¿cuánto deberá colocar hoy en una alternativa de inversión que le genera un rendimiento del 30% nominal anual, capitalizado trimestre vencido?
3. ¿A qué tipo de interés nominal anual capitalizado cada trimestre vencido se deben colocar hoy \$26.000.00 para obtener \$30.046.25 dentro de seis (6) meses?
4. ¿Cuánto se debe depositar hoy en una entidad que reconoce el 31% anual convertido mensualmente, si se quiere tener \$500.000 al cabo de un (1) año?
5. Una persona debe pagar dentro de seis (6) meses una letra por \$50.000.00 más intereses del 30% anual capitalizados trimestralmente. Si la letra correspondiente es vendida dos (2) meses antes del vencimiento y el comprador desea ganar en la compra de la letra un interés del 3% mensual capitalizado mensualmente sobre la inversión, ¿cuánto paga como precio de compra por la letra?
6. Una empresa tiene que cancelar dentro de 2 años una obligación de \$5.500.000 y desea liquidarla sustituyéndola por dos pagos iguales en los meses 10 y 22. Si la tasa de interés es del 3% mensual, ¿cuál es el valor de las cuotas?
7. Calcular la tasa de interés mensual compuesta equivalente a una tasa del 6% mensual simple, durante 2.5 años.
8. ¿Cuánto tiempo debe esperar un inversionista para que una inversión de \$500.000 se convierta en \$1.631.018.89, si el rendimiento es del 3% mensual?
9. Una persona debe \$10.000.000 pagaderos dentro de 2 años y \$20.000.000 dentro de 5 años. Pacta con su acreedor efectuar un pago único al final de 3 años a la tasa del 15% semestral. Calcular el valor único de pago.

## Síntesis de cierre del tema



Tomado de: <http://gestionfinancierag1.blogspot.com/>

## Actividades autoevaluativas propuestas al estudiante

1. Si tomamos como base una tasa nominal del 20% trimestre anticipado, la tasa nominal anual semestre vencido equivalente es...
2. Si tomamos como base una tasa efectiva del 1.6% que se paga al final de cada 72 días, se podría afirmar, que la tasa equivalente que se paga al principio de cada 45 días es...
3. Si tomamos como base una tasa efectiva del 1.6% que se paga al principio de cada 20 días, se podría afirmar, que la tasa equivalente que se paga al final de cada 40 días es...
4. Si tomamos como base una tasa efectiva del 1.6% que se paga al final de cada 72 días, se podría afirmar, que la tasa equivalente que se paga al principio de cada 40 días es...
5. Si tomamos como base una tasa efectiva del 1.6% que se paga al principio cada 40 días, se podría afirmar, que la tasa equivalente que se paga al final de cada 72 días es 9. Si tomamos como base una tasa efectiva del 2.0% que se paga al final cada 20 días, se podría afirmar, que la tasa capitalizable por mes anticipado (NAMA) es...
6. Si tomamos como base una tasa efectiva del 2.0% que se paga al comienzo de cada 20 días, se podría afirmar, que la tasa capitalizable por mes anticipado (NAMA) es...
7. Si tomamos como base una tasa efectiva del 2.0% que se paga al final cada 20 días, se podría afirmar, que la tasa capitalizable por bimestre anticipado (NABA) es...
8. Si tomamos como base una tasa efectiva del 2.0% que se paga al comienzo de cada 20 días, se podría afirmar, que la tasa capitalizable por bimestre anticipado (NABA) es...
9. Si tomamos como base una tasa efectiva del 2.0% que se paga al final cada 20 días, se podría afirmar, que la tasa capitalizable por trimestre anticipado (NATA) es...
10. Si tomamos como base una tasa efectiva del 2.0% que se paga al comienzo de cada 20 días, se podría afirmar, que la tasa capitalizable por trimestre anticipado (NATA) es...
11. Si tomamos como base una tasa efectiva del 2.0% que se paga al final cada 20 días, se podría afirmar, que la tasa capitalizable por semestre anticipado (NASA) es...

## Glosario de términos

- **Tasa de interés:** es la expresión del precio en una operación comercial. Es una relación porcentual que permite calcular los intereses (suma de dinero) que causa un capital en un periodo.
- **Tasa efectiva:** es la tasa de interés expresada en términos equivalentes de la tasa de interés que causaría un capital al concluir un periodo de un año. En otras palabras es la tasa de interés que realmente actúa sobre el capital de la operación financiera.
- **Tasa nominal:** es la tasa convenida para una operación financiera. Para el caso de la tasa nominal anual, esta se expresa como el número de periodos en que se causa el interés en el año multiplicado por la tasa de interés del periodo de causación. La tasa nominal anual debe indicar el período de causación y si el interés se causa al inicio (anticipado) o al final del periodo (vencido).

# Bibliografía

- Aguirre, H. (2004). *Matemáticas financieras*. México, Thomson editores.
- Giraldo, J. (2005). *Matemáticas financieras*. Bucaramanga: Editorial SIC.
- Meza, J. (2008). *Matemáticas financieras aplicadas*. Barcelona: Ecœ Ediciones.
- Navarro, E. (2001). *Fundamentos de matemática financiera*. Barcelona, España. Antoni Bosh.
- Villalobos, J. (2006). *Matemáticas financieras*. México: Prentice Hall
- Gustafson, D. (2006). *Álgebra intermedia*. México, D.F. México. Thomson editores.

## Remisión a fuentes complementarias

<http://www.youtube.com/watch?v=u5p8r4g7J8g>

[http://www.youtube.com/watch?v=h6vkqE\\_0ex0](http://www.youtube.com/watch?v=h6vkqE_0ex0)

<http://www.youtube.com/watch?v=aCLY8DDQZio>



# Valor del dinero en el tiempo



**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA  
DEL ÁREA ANDINA**

Personería Jurídica Res. 22215 Mineducación Dic. 9-83

### Introducción

En esta cartilla se aborda el conocimiento teórico y práctico sobre las bases de la matemática financiera a partir del cálculo de los tipos y tasas de interés utilizadas en cualquier ejercicio o problema de carácter financiero.

Es importante leer cuidadosamente el contenido de la cartilla. Al interpretar cada una de las expresiones, le permite comprender los elementos expuestos para así aplicar los contenidos y asimilarlos.

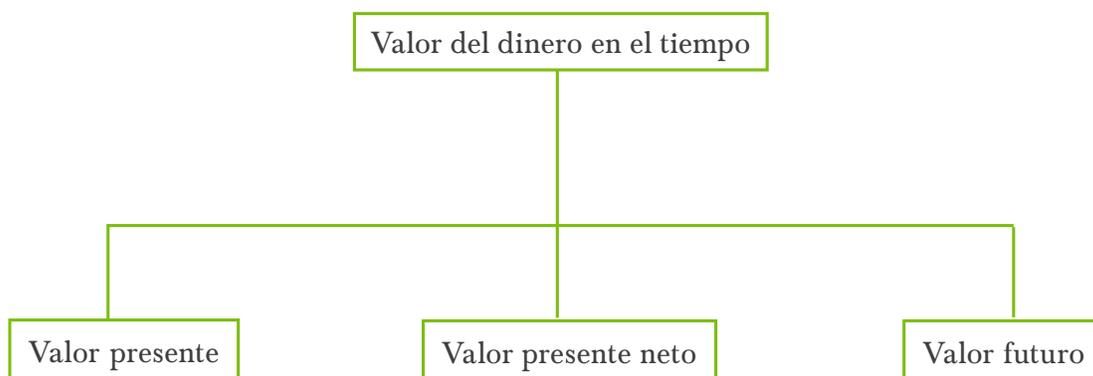
Frecuentemente, para solucionar situaciones cotidianas, se requiere diferenciar los procedimientos de cálculo para resolver las diferentes contextos matemáticos.

## Metodología

El proceso de aprendizaje académico por medio de esta cartilla se desarrolla en tres etapas. La primera etapa es la lectura completa del módulo, realizando la respectiva interpretación, análisis y comprensión del contenido por medio de la revisión de los ejercicios resueltos con el fin de ganar confianza en la solución de ejercicios propuestos. La segunda etapa es el análisis del video y el contenido del mismo. La tercera etapa es la aplicación de los contenidos expuestos a situaciones generales, particulares y específicas.

La segunda etapa puede ser retomada cuantas veces quiera, pero tiene un tiempo limitado para adquirir los conocimientos. Recuerde que debe avanzar con las siguientes cartillas y tener en cuenta las recomendaciones dadas a lo largo del avance del curso.

## Mapa conceptual del módulo



## Objetivo general

Establecer parámetros de medición del valor del dinero en el tiempo.

1. Aprender a identificar los valores del dinero en el tiempo.
2. Relacionar las características de los valores del dinero en el tiempo.
3. Comprender los valores de los plazos de inversión y la rentabilidad del dinero.

# Desarrollo temático

## Componente motivacional

Este tema me sirve para solucionar situaciones reales o ideales de manera eficiente, me aporta herramientas teóricas para identificar apropiadamente los cálculos de interés simple y compuesto con el fin de entender los aspectos básicos de la matemática financiera.

Por ejemplo, identificar las diferencias entre el valor del dinero futuro y presente en el tiempo con el fin de establecer los conceptos prácticos de la solución de ejercicios.

## Recomendaciones académicas

La presente cartilla contiene la fundamentación teórica de los aspectos teóricos y prácticos sobre los tipos y tasas de interés que permite evidenciar la solución de situaciones problemáticas que conduzcan a la comprensión de ejercicios sobre los aspectos esenciales de la matemática financiera.

La matemática financiera es más sencilla de lo que nos parece. Es la utilización y aplicación de normas o leyes denominadas propiedades. Cuando aprendo de manera adecuada estas propiedades, puedo afrontar de manera correcta cada una de las situaciones o ejercicios que nos solicita, por esto la matemática no es difícil, lo difícil es comprender y aplicar las propiedades que orientan el desarrollo de la misma asignatura. Todos, de una manera u otra podemos llegar a manejar, cada día mejor, la matemática, situación que por experiencia les puedo mostrar que es verdad. Se debe profundizar en las características de las inecuaciones y de las ecuaciones, los procedimientos para su solución, sus formas de representación y de las características que cada una de ellas tiene.

## Desarrollo de cada una de las unidades temáticas

Competencia general	Competencia específica
El estudiante constituyen el núcleo de las finanzas, y su propósito es aportar técnicas, métodos y herramientas para el cálculo de operaciones de ahorro, crédito, inversión y riesgo.	El estudiante diferencia las características de los cálculos de interés simple y compuesto.

Competencia general	Competencia específica
El estudiante relaciona las características que contribuyen a la planeación, organización, dirección, coordinación, control y evaluación de cualquier proyecto de inversión.	El estudiante calcula porcentajes que le permite reconocer las posibilidades teóricas y prácticas de la matemática financiera.
El estudiante entiende que la matemática financiera es de uso y aplicación diaria en transacciones comerciales, laborales, bancarias y bursátiles.	El estudiante entiende las características de los tipos de interés y tasas de aplicación de ejercicios de matemática financiera.

## Valor del dinero en el tiempo

Este es tal vez el concepto más importante a tener en cuenta en las finanzas, y es objeto de estudio para las matemáticas financieras. Cuando hablamos del valor del dinero en el tiempo hacemos referencia al valor o al poder adquisitivo de una unidad de dinero “hoy” con respecto del valor de una unidad de dinero en el futuro.

Debemos tener en cuenta una premisa y es que “una unidad de dinero hoy tiene más valor que una unidad de dinero en el futuro, pues el dinero en el tiempo tiene la capacidad de generar más valor”.

Debido a las diferentes dinámicas del mercado, hoy podemos comprar más con cierta cantidad de dinero que en el futuro, dados diferentes factores tales como la inflación y debido a que este mismo dinero que tenemos hoy lo podemos invertir con el objetivo de aumentar su valor nominal en el futuro.

Para ejemplificar, vamos a tener en cuenta las siguientes opciones y elegir una de ellas analizando cual sería la más favorable:

1. Recibir hoy \$20.000.000
2. Recibir en un año \$20.000.000

Entre estas opciones parecería obvio elegir la primera opción, ya que estamos recibiendo el mismo monto hoy que dentro de un año.

3. Recibir hoy \$20.000.000
4. Recibir en un año \$25.000.000

Entre estas dos opciones, la decisión es un poco más complicada ya que por esperar un año estamos obteniendo un 25% más que si recibimos el dinero hoy, por lo que muchos elegirían la cuarta

alternativa. Por otro lado todo depende de lo que cada ente económico piense obtener del dinero, por lo que para algunos pueda ser mucho más conveniente obtener \$20.000.000 hoy.

## Ecuaciones de valor

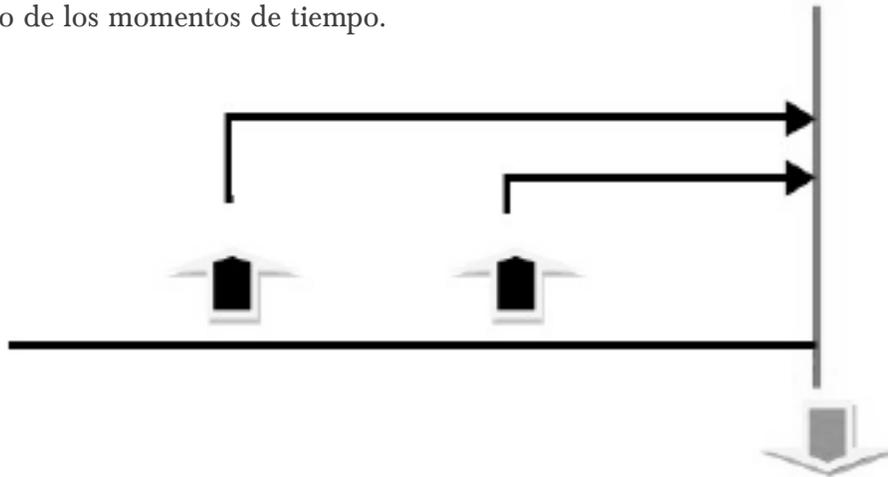
Una ecuación es una igualdad, y en matemáticas financieras esta igualdad se manifiesta como:

La suma de los ingresos es igual a la suma de los egresos en un punto de comparación en el tiempo llamado **fecha focal**.

### Cálculo de un pago

A la tasa de interés que permite desplazar los flujos de efectivo de un periodo a otro periodo se le denomina tasa de rendimiento del dinero.

Cuando se desea representar gráficamente el valor de dinero en el tiempo se pueden utilizar diagramas como el que se presenta a continuación, que permite expresar los valores del dinero en cada uno de los momentos de tiempo.



Ejemplo:

Una persona tiene las siguientes deudas:

- Al banco A le debe \$5.000 con plazo de 6 meses.
- Al banco B le debe \$10.000 con plazo de 12 meses.

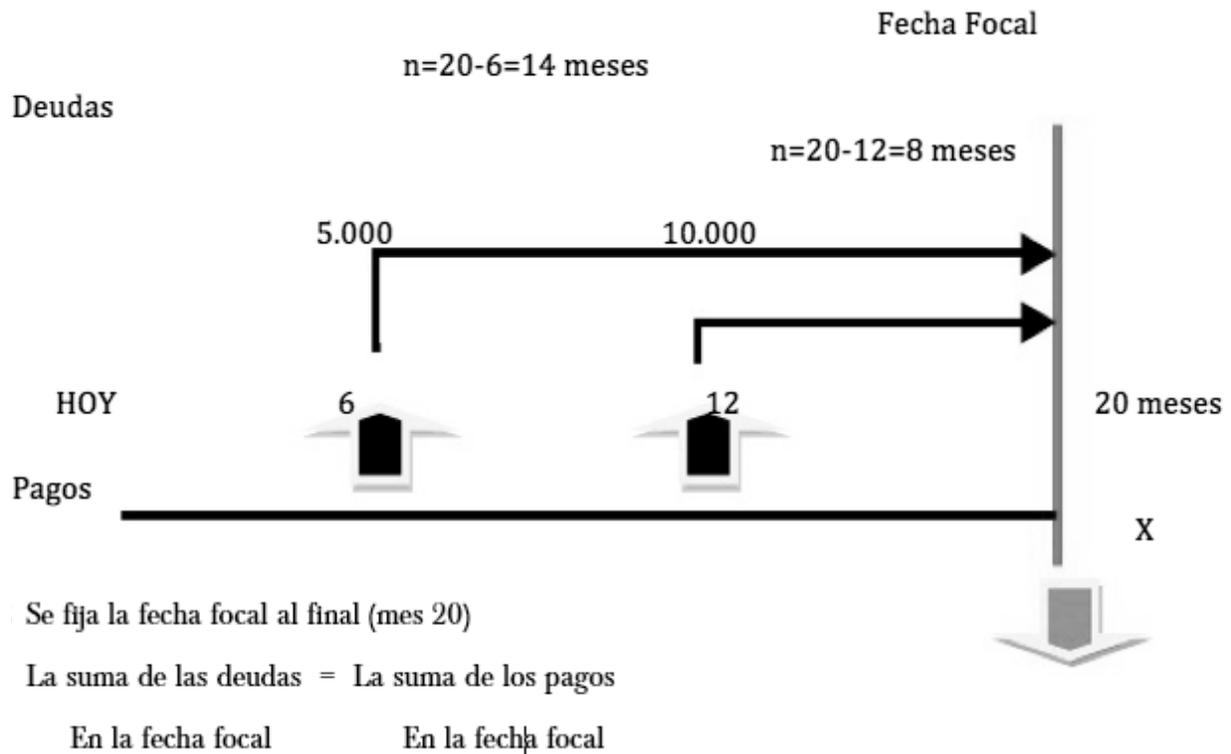
Por problemas de liquidez, la persona acuerda hacer un solo pago en el mes 20, reconociendo un rendimiento del 2% p.m. ¿Cuál es el valor del pago?

Solución incorrecta: Valor a pagar = \$5.000+\$10.000=\$15.000

Se suman pesos de distintos meses. Se desconoce que el dinero tiene un rendimiento en el tiempo que corresponde a la tasa de interés.

Solución:

### Diagrama del Flujo de Caja



$$\text{Deuda 1: VF} = 5.000(1+0,02)^{14} = \$6.597,39 \Rightarrow \text{pesos del mes 20}$$

$$\text{Deuda 2: VF} = 10.000(1+0,02)^8 = \$11.716,59 \Rightarrow \text{pesos del mes 20}$$

---

$$\text{Total a pagar} = \$18.313,98 \Rightarrow \text{pesos del mes 20}$$

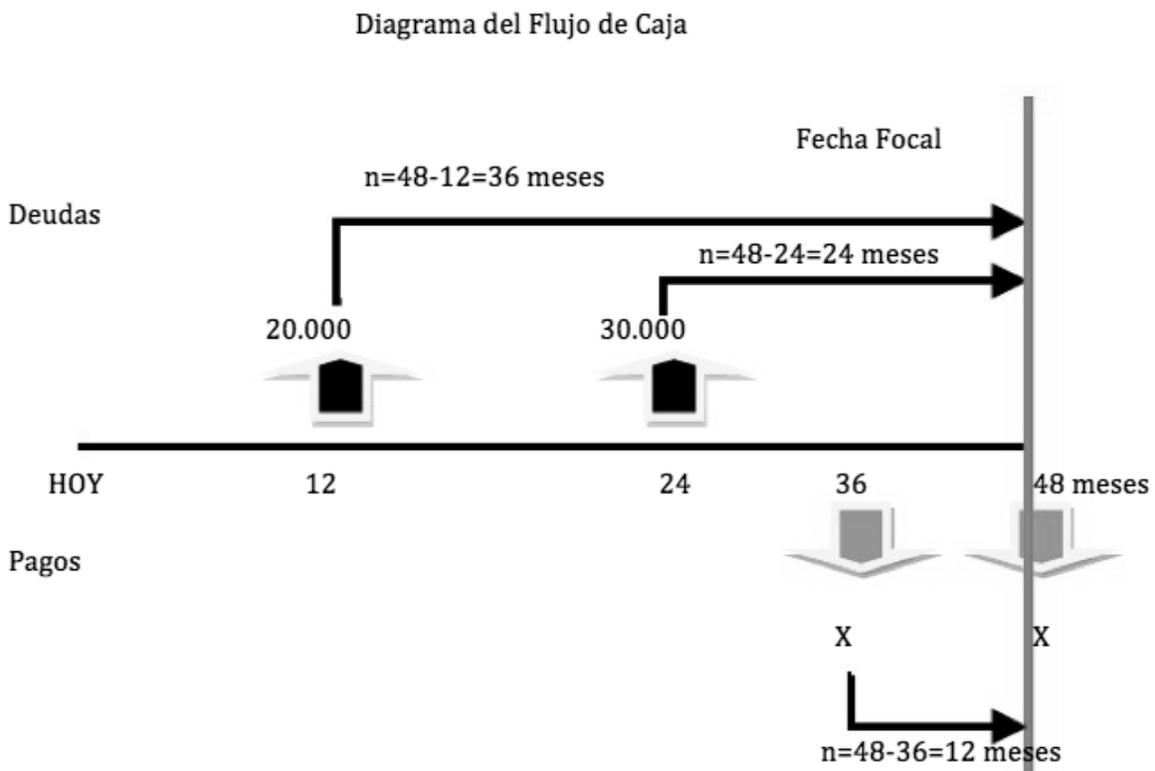
## Ejemplo

Un empresario tiene las siguientes deudas:

- Debe \$20.000 a 12 meses.
- Debe \$30.000 a 24 meses.

Para cancelar esas deudas se compromete a realizar dos pagos iguales de \$X cada uno en los meses 36 y 48, con una tasa de rendimiento del 1% p.m. Determinar el valor de cada pago.

## Solución



X= el valor de cada pago

(los pagos son iguales)

Se fija la fecha focal al final (mes 48)

La suma de las deudas=la suma de los pagos. En la fecha focal:

$$\text{Deuda 1: VF} = 20.000(1+0,01)^{36} = \$28.615,38 \Rightarrow \text{pesos del mes 48}$$

$$\text{Deuda 2: VF} = 30.000(1+0,01)^{24} = \$38.092,04 \Rightarrow \text{pesos del mes 48}$$

$$\text{Pago 1: VF} = X(1+0,01)^{12} \Rightarrow 1,12682503013X \Rightarrow \text{pesos del mes 48}$$

$$\text{Pago 2: VF} = X \Rightarrow \text{pesos del mes 48}$$

La ecuación, en pesos del mes 48, se plantea así:

$$\$28.615,38 + \$38.092,04 = 1,12682503013X + X$$

$$\$66.707,42 = 2,12682503013X$$

De donde

$$\$66.707,42$$

$$X = \frac{\quad}{2,12682503013} = \$31.364,79$$

$$2,12682503013$$

El valor del pago en el mes 48 es de \$31.364,79

Comprobación:

La suma de las deudas=La suma de los pagos

En la fecha focal:

$$\$20.000(1+0,01)^{36} + \$30.000(1+0,01)^{24} = \$31.364,79(1+0,01)^{12} + \$31.364,79$$

Pesos del	Pesos del	Pesos del
Mes 48	Mes 48	Mes 48

$$\$28.615,38 + \$38.092,04 = \$35.342,63 + \$31.364,79$$

$$\$66.707,42 = \$66.707,42$$

Luego es cierto que el valor de cada pago es de \$31.364,79

Cálculo de la tasa de interés

En finanzas es muy común tomar decisiones de inversión, ahorro y crédito, tomando como referente la tasa de interés.

Así por ejemplo, un inversionista no estaría interesado en colocar su capital en una opción que le rente menos del 20% efectivo anual, por cuanto en todos sus negocios él está acostumbrado a ganar una tasa del 20% o más.

Supóngase que le invitan a invertir \$1.000.000 en un negocio y le prometen que recibirá \$800.000 dentro de 6 meses y \$900.000 dentro de 12 meses.

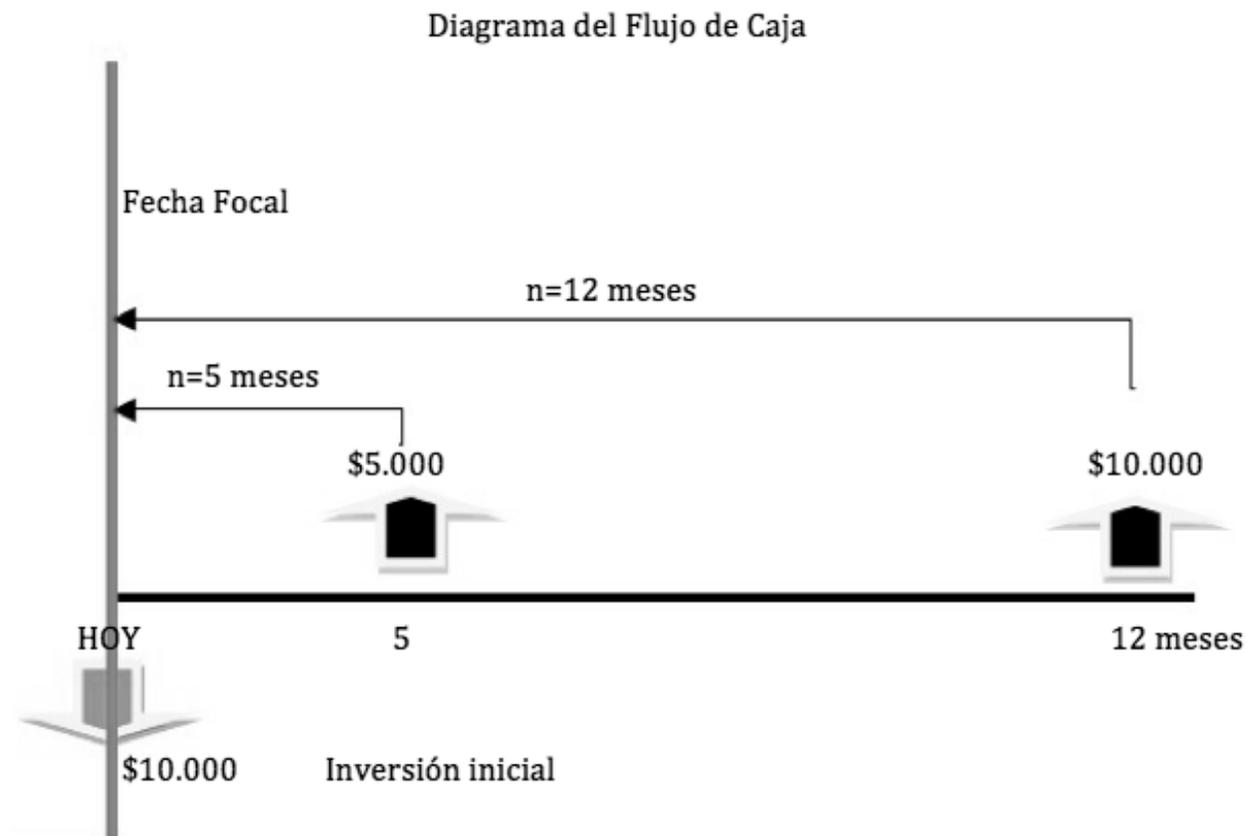
¿Le convendrá al inversionista depositar su dinero? ¿Qué tasa de rentabilidad tiene ese negocio?

El tema es entonces determinar la tasa de interés a fin de tomar la mejor decisión.

Ejemplo:

Una inversión hoy de \$10.000 devuelve \$5.000 dentro de 5 meses y \$10.000 dentro de un año.  
¿Cuál es la tasa de rentabilidad?

Solución:



Se determina la fecha focal (en este caso en el día de hoy).

Luego se plantea la ecuación fundamental:

**La suma de las inversiones = la suma de los ingresos**

**En la fecha focal:**

$$\$10.000 = \$5.000(1+ip)^{-5} + \$10.000(1+ip)^{-12}$$

Pesos de hoy = Pesos de hoy + Pesos de hoy

La ecuación se iguala a cero

$$0 = \$5.000(1+ip)^{-5} + \$10.000(1+ip)^{-12} - \$10.000$$

Tasa interna de retorno (TIR)

Con ello se indica que:

$0 = \text{ingresos} - \text{Egresos}$

Es decir el valor presente neto (VPN)= 0

Valor presente significa que el flujo de caja se expresa en pesos de hoy, neto indica que de los ingresos se restan los egresos y el resultado es una cifra neta (positiva o negativa).

¿Cuál es el valor de la tasa que hace exactamente valor presente neto=0?

La tasa de interés que permite hacer VPN=0 se denomina tasa interna de retorno (TIR).

En otros términos: ¿Cuál es el valor de la tasa interna de retorno (TIR) del proyecto?

Teorema:

$$\text{VPN}(\text{TIR})=0$$

**El valor presente neto calculado con la tasa interna de retorno siempre es igual a cero.**

Para determinar la TIR se hacen hipótesis, toda vez que no se sabe cuál es el valor.

Supuestos:

a) Supongamos que ip asume el valor de 1%.

$$\text{VPN} = \$5.000(1+0,01)^{-5} + \$10.000(1+0,01)^{-12} - \$10.000$$

$$\text{VPN} = +3.631,82$$

con ip=1% se tiene que VPN=\$3.631,82

VPN no es igual a cero

Luego la TIR no es 1%

b) Supongamos que ip asume el valor de 2%

$$\text{VPN} = \$5.000(1+0,02)^{-5} + \$10.000(1+0,02)^{-12} - \$10.000$$

$$\text{VPN} = +2.413,59$$

con ip=2% se tiene que VPN=\$2.413,59

VPN no es igual a cero

Luego la TIR no es 2%

c) Supongamos que ip asume el valor de 3%

$$\text{VPN} = \$5.000(1+0,03)^{-5} + \$10.000(1+0,03)^{-12} - \$10.000$$

$$\text{VPN} = 1.326,84$$

con ip=3% se tiene que VPN=\$1.326,84

VPN no es igual a cero

Luego la TIR no es 3%

d) Supongamos que ip asume el valor de 4%

$$\text{VPN} = \$5.000(1+0,04)^{-5} + \$10.000(1+0,04)^{-12} - \$10.000$$

$$\text{VPN} = 355,60$$

con ip=4% se tiene que VPN=\$355,60

VPN no es igual a cero

Luego la TIR no es 4%

e) Supongamos que ip asume el valor de 5%

$$VPN = \$5.000(1+0,05)^{-5} + \$10.000(1+0,05)^{-12} - \$10.000$$

$$VPN = -514$$

con ip=5% se tiene que VPN=-\$514  
 VPN no es igual a cero  
 Luego la TIR no es 5%

Obsérvese que el valor del VPN cambió de signo (de positivo pasó negativo), por consiguiente, la TIR se encuentra entre el 4% y el 5%.

Supuestos	
ip	Valor presente neto
1%	\$3.631,82
2%	\$2.413,59
3%	\$1.326,84
4%	\$355,60
5%	Menos \$514

En este momento se suspenden los supuestos y se continúa con la aplicación de la fórmula que permite determinar el verdadero valor de la tasa interna de retorno.

$$TIR = ip1 - \frac{VPN1 * (ip2 - ip1)}{VPN2 - VPN1}$$

$$TIR = 0,04 - \frac{355,60 * (0,05 - 0,04)}{-514 - 355,60}$$

$$TIR = 4,40\%$$

Comprobación:

$$VPN = \$5.000(1+0,044)^{-5} + \$10.000(1+0,044)^{-12} - \$10.000$$

$$VPN = 0$$

### Ejemplos, ejercicios o casos de aplicación práctica

1. ¿Cuál es el valor actual de un pago único de 1 millón de dólares recibido dentro de 50 años si la tasa de interés es **(a)** El 6% anual, **(b)** El 10% anual y **(c)** El 20 % anual?
2. Se sabe que por medio de un documento, María Escobar, se comprometió a cancelar después de año y medio un valor de \$2.650.000, a una tasa de interés del 11% semestral. Hallar el valor inicial de la obligación de María.
3. Calcular el valor futuro de \$750.000, con un porcentaje anual de 8% y en un plazo de 9 años.
4. Calcular la cantidad que se pagaría al término de 3 años, con una tasa de interés anual de 14% y una cantidad presente de \$1.350
5. Calcular la cantidad que se pagaría al término de 4 años, con una tasa de interés anual de 15% y una cantidad presente de \$4.100
6. Calcular la cantidad que se pagaría al término de 6 meses, con una tasa de interés anual de 10% y una cantidad presente de \$5.000
7. Sandra Betancur compra una casa por valor de \$95 millones esperando venderlo dentro de un año en \$130 millones, se pide conocer, ¿cuál es la tasa de interés mensual que rinde el dinero invertido?
8. Juan Carlos Sánchez tiene dos cuentas por cobrar, la primera dentro de 2 meses por valor de \$1.000.000 y la segunda por \$2.000.000 dentro de 5 meses. Simultáneamente, tiene que cancelar una deuda con 3 pagos de \$500.000 cada una en los meses 4 y 6. Hallar el valor del saldo dentro de 7 meses, si la tasa de interés es del 1,30% mensual.
9. Sandra Palacio deposita por un año \$10.000 en una cuenta que paga el 18% anual capitalizado trimestralmente de manera vencida. ¿Cuál es la tasa de interés efectiva que le pagaron a Sandra?
10. Si se tiene una tasa de interés efectiva anual del 21.5506% capitalizada trimestralmente, ¿Cuál es la tasa de interés nominal equivalente?

# Síntesis de cierre del tema



Tomado de: [http://danielareyez95.blogspot.com/2012\\_04\\_01\\_archive.html](http://danielareyez95.blogspot.com/2012_04_01_archive.html)

### 6.3.3 Actividades autoevaluativas propuestas al estudiante

1. Se tiene una tasa efectiva anual de 26.8242% que fue capitalizada mensualmente. ¿Cuál es la tasa mensual implícita?
2. Diego López recibe un préstamo de \$10.000 a una tasa de interés del 42% anual, pagadero mes anticipado. Si el préstamo lo paga en un año, ¿Cuál es la tasa de interés efectiva del préstamo?
3. ¿Cuál es la tasa efectiva trimestral equivalente a una tasa trimestral anticipada del 3.85%?
4. Hallar la tasa anticipada de un bimestre equivalente a una tasa bimestre vencida de 2.5%
5. Juan García toma un préstamo por \$800.000 a una tasa del 24% a TA. Juan está interesado en saber cuál es la tasa efectiva mensual que equivalente en este negocio
6. Adriana Gómez invertirá \$5.000.000 en un negocio que pagará una tasa efectiva anual de 28%; ¿Cuál es la tasa efectiva semestral que Adriana obtendrá por su inversión, si se sabe que la capitalización es anticipada?
7. ¿Cuál es la tasa equivalente en pesos de una inversión que renta el 10% anual en dólares, si se espera que la devaluación del peso frente al dólar sea del 18% anual?
8. ¿Cuál es la tasa de interés real de un CDT que paga un 10% anual de interés y la inflación prevista es del 5.5% anual?
9. ¿Cuál es la tasa de interés mensual de un préstamo por el cual se paga una tasa del 1,5% en UVR, si se espera que la UVR incremente su precio a razón de 0.7% mensual?

# Glosario

- **Valor presente (VP).** El valor presente de un ingreso de dinero en el futuro, es aquella cantidad que se debe entregar o invertir hoy para asegurar esa misma suma de dinero en el futuro. Esta suma presente es equivalente al flujo de dinero que se espera recibir en el futuro. En Excel:  $=VA(i;n;C;F;tipo)$  cuando se trata de convertir una serie uniforme  $C$  o una suma futura  $F$  o la combinación de ambas.  $=VNA(i;rango)$  cuando se trata de un flujo de caja libre no uniforme. En este caso hay que tener en cuenta, que el rango debe iniciarse con la celda correspondiente al período 1 y el valor calculado estará expresado en pesos del período 0.
- **Valor presente ajustado.** Metodología propuesta por algunos autores para incluir lo que se llaman externalidades. Por ejemplo, tasas de interés subsidiadas, exenciones de impuestos, etc. Muchas de estas externalidades se pueden incluir en forma directa en el VPN, en muchos casos por medio de un ajuste a la tasa de descuento.
- **Valor presente neto (VPN).** El valor presente neto mide el remanente en pesos de hoy, después de descontar la inversión (o el “préstamo” que le hace el inversionista al proyecto) y el “interés” (calculado a la tasa de descuento) que debe “devolver” el proyecto al inversionista. En otras palabras, es el monto por el cual aumenta la riqueza del decisor (individuo o firma) después de haber llevado a cabo la alternativa que se estudia. El VPN, por lo tanto, permite establecer mecanismos que aumenten o maximicen el valor de la firma. Todo esto implica que a mayor tasa de descuento, menor será el VPN. En Excel:  $=VA(i;n;C;F;tipo)-P$  cuando se trata de calcular el VPN de una serie uniforme  $C$  o una suma futura  $F$  o la combinación de ambas con una inversión  $P$  en el período 0.  $=VNA(i;rango)-P$  cuando se trata de un flujo de caja libre no uniforme, que es el producto de una inversión  $P$  en el período 0. En este caso hay que tener en cuenta que el rango debe iniciarse con la celda correspondiente al período 1 y el valor calculado estará expresado en pesos del período 0, por lo tanto, se puede restar el valor de  $P$ , para obtener el VPN.
- **VF(i;n;C;P;tipo).** Función de Excel que permite calcular el valor futuro de una suma presente, de una serie uniforme de cuotas o de ambos.

# Bibliografía

- Aguirre, H. (2004). *Matemáticas financieras*. México. Thomson editores.
- Giraldo, J. (2005). *Matemáticas financieras*. Bucaramanga: Editorial SIC.
- Meza, J. (2008). *Matemáticas financieras aplicadas*. Barcelona. Ecœ Ediciones.
- Navarro, E. (2001). *Fundamentos de matemática financiera*. Barcelona, España. Antoni Bosh.
- Villalobos, J. (2006). *Matemáticas financieras*. México. Prentice Hall.
- Gustafson, D. (2006). *Algebra intermedia*. México, D.F. México. Thomson editores.

## Remisión a fuentes complementarias

<http://www.youtube.com/watch?v=u5p8r4g7J8g>

[http://www.youtube.com/watch?v=h6vkqE\\_0ex0](http://www.youtube.com/watch?v=h6vkqE_0ex0)

<http://www.youtube.com/watch?v=aCLY8DDQZio>



# Flujos de efectivo



**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA  
DEL ÁREA ANDINA**

Personería Jurídica Res. 22215 Mineducación Dic. 9-83

### Introducción

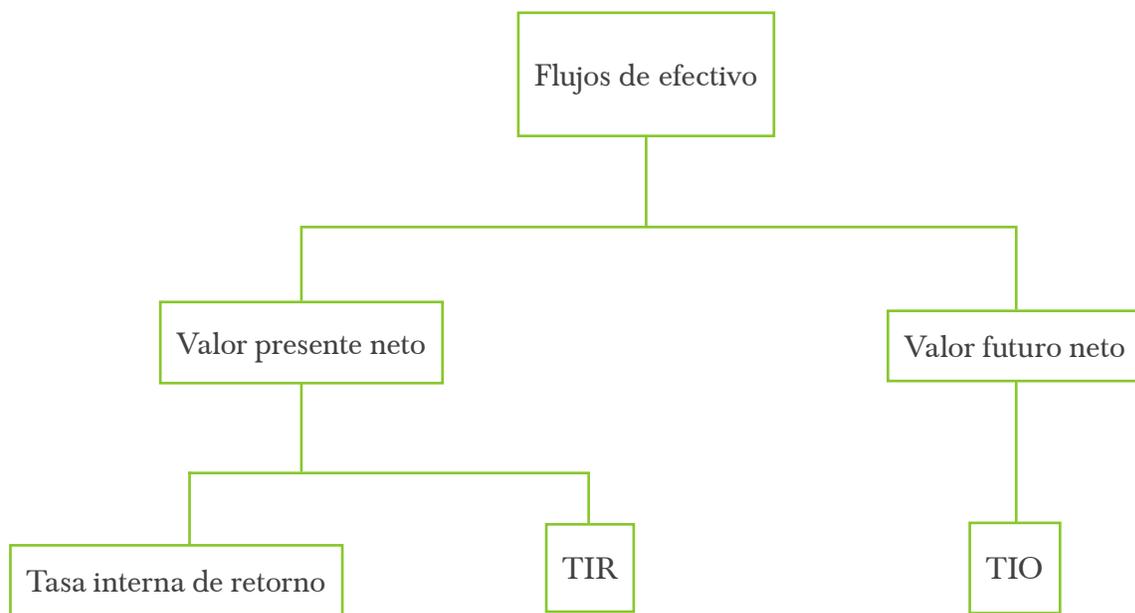
En esta cartilla se definen los referentes de los flujos de caja, la tasa interna de retorno y de oportunidad, ligadas a un ejercicio de análisis financiero, es importante leer cuidadosamente el contenido de la cartilla. Al interpretar cada una de las expresiones, le permite comprender los elementos expuestos para así aplicar los contenidos y asimilarlos.

Frecuentemente, para solucionar situaciones cotidianas, se requiere diferenciar los procedimientos de cálculo para resolver las diferentes contextos matemáticos.

## Metodología

El proceso de aprendizaje académico por medio de esta cartilla se desarrolla en tres etapas. La primera etapa es la lectura completa del módulo, realizando la respectiva interpretación, análisis y comprensión del contenido por medio de la revisión de los ejercicios resueltos con el fin de ganar confianza en la solución de ejercicios propuestos. La segunda etapa es el análisis del video y el contenido del mismo. La tercera etapa es la aplicación de los contenidos expuestos a situaciones generales, particulares y específicas.

# Mapa del módulo



# Objetivos

1. Aprender a identificar y resolver flujos de efectivo.
2. Relacionar las características de los flujos de efectivo y las tasas de interés de retorno.
3. Entender las características de los flujos de efectivo y sus tasas de interés.

# Desarrollo temático

## Componente motivacional

Este tema sirve para solucionar situaciones reales o ideales de manera eficiente, aporta herramientas teóricas para identificar apropiadamente los cálculos de flujos de efectivo y tasas representativas con el fin de entender los aspectos básicos de la matemática financiera.

Por ejemplo, identificar las diferencias entre valor del dinero futuro y presente en el tiempo con el fin de establecer los conceptos prácticos de la solución de ejercicios.

## Recomendaciones académicas

La presente cartilla contiene la fundamentación teórica de los aspectos teóricos y prácticos sobre los tipos y tasas de interés que permite evidenciar la solución de situaciones problemáticas que conduzcan a la comprensión de ejercicios sobre los aspectos esenciales de la matemática financiera.

La matemática financiera es más sencilla de lo que nos parece. Es la utilización y aplicación de normas o leyes denominadas propiedades. Cuando aprendo de manera adecuada estas propiedades, puedo afrontar de manera correcta cada una de las situaciones o ejercicios que nos solicita, por esto la matemática no es difícil, lo difícil es comprender y aplicar las propiedades que orientan el desarrollo de la misma asignatura. Se debe profundizar en las características de las inecuaciones, los procedimientos para su solución, sus formas de representación y de las características que cada una de ellas tiene.

Competencia general	Competencia específica
El estudiante aprende a identificar los flujos de efectivo.	El estudiante diferencia las características de los flujos de efectivo.
El estudiante relaciona las características de los flujos de efectivo y las tasas representativas.	El estudiante aplica las características de los flujos de efectivo.
El estudiante entiende las características de los flujos de efectivo.	El estudiante entiende las características de los flujos de efectivo.

## Flujo de efectivo

El diagrama de tiempo, también es conocido con los nombres de diagrama económico o diagrama de flujo de caja. Es una de las herramientas más útiles para la definición, interpretación y análisis de los problemas financieros. Un diagrama de tiempo, es un eje horizontal que permite visualizar el comportamiento del dinero a medida que transcurren los periodos de tiempo, perpendicular al eje horizontal se colocan flechas que representan las cantidades monetarias, que se han recibido o desembolsado (flujo de fondos o de efectivo). Por convención los ingresos se representan con flechas hacia arriba y los egresos con flechas hacia abajo.

Al diagrama económico o de tiempo, hay que indicarle la tasa de interés (efectiva o periódica) que afecta los flujos de caja, la cual debe ser concordante u homogénea con los periodos de tiempo que se están manejando, es decir; si los periodos de tiempos son mensuales, la tasa de interés debe ser mensual, si los periodos de tiempos son trimestrales, la tasa de interés que se maneja debe ser trimestral; si los periodos de tiempos son semestrales, la tasa de interés debe ser semestrales, y así sucesivamente.

Un diagrama de tiempo tiene un principio y un fin, el principio es conocido como el hoy (ubicado en el cero del diagrama), y allí se encontrará el presente del diagrama (PD), mientras que en el fin, se ubicará el futuro del diagrama económico (FD) y la terminación de la obligación financiera. Hay que tener en cuenta, que un diagrama económico, contempla presentes y futuros intermedios, es decir, un periodo de tiempo puede ser el presente de uno o varios flujos de caja, o un periodo de tiempo podrá ser un futuro de uno o varios flujos de caja, todo depende entonces de la ubicación del periodo

de tiempo versus la ubicación de los flujos de caja.

## Valor presente neto VPN

El VPN del flujo de caja de un proyecto o alternativa de inversión representa el valor, equivalente en pesos de hoy, de la ganancia o pérdida que se obtendrá al llevar a cabo ese proyecto. Así, este índice puede representarse de la siguiente manera:

Si  $VPN > 0$ , significa que al llevar a cabo ese proyecto se obtendrá una utilidad que, medida en pesos de hoy, es igual al valor dado por el VPN de un proyecto.

Si  $VPN < 0$ , ello significa que al llevar a cabo ese proyecto se obtendrá una pérdida que, medida en pesos de hoy, es equivalente al valor dado por el VPN.

Si  $VPN = 0$ , significa que al llevar a cabo ese proyecto no se obtendrá pérdida ni ganancia.

En términos generales, veremos cuáles son los elementos básicos para el cálculo y, posteriormente, aplicaciones del índice del VPN:

- En primer lugar, la construcción del flujo de caja del proyecto, que es el resultado de lo que se conoce como la formulación o elaboración de un proyecto, pues del estudio de mercado, del estudio técnico y del estudio financiero se obtiene la información necesaria para la construcción del flujo de caja. Este tema corresponde a un curso de materia de formulación de proyectos. Es fundamental tener en cuenta que de la precisión en el flujo de caja dependen los resultados de la evaluación del proyecto y, por tanto, el acierto en la decisión final.
- El tiempo de evaluación se debe determinar desde la formulación: el tiempo duran-

te el cual se va a formular y a evaluar el proyecto.

- La tasa de descuento que se va a aplicar al flujo de caja del proyecto, para calcular el valor presente neto. Esta tasa de descuento es comúnmente la tasa de oportunidad del inversionista, cuya determinación es tema de un curso de evaluación financiera de proyectos, pues en esta tasa deben estar presentes, de alguna manera, el factor de riesgo y el de liquidez. En este caso, la tasa de oportunidad, o tasa de interés de oportunidad, estaría dada por la tasa de oportunidad de los recursos propios más un incremento por riesgo y más un incremento por liquidez.
- En todo proyecto debe estar explícito el objetivo de esa actividad, ya sea financiero o de otra índole; por tanto, es posible que el índice del VPN no se utilice acorde con lo expuesto al principio de este numeral. Por ejemplo, un proyecto cuyo objetivo sea adquirir un beneficio no monetario, a pesar de que el valor presente neto nos da un valor negativo; pero si se cumple el objetivo, se decidirá por llevar a cabo ese proyecto.

### **Ejemplo:**

Un proyecto consiste en una inversión hoy por \$3 millones y costos mensuales de \$95.000 el primer mes y aumentarán en \$5.000 cada mes. Los ingresos se estiman en \$245.000 el primer mes y aumentarán en el 4% cada mes. El proyecto tendrá una duración de dos años con un ingreso final de \$1.300.000; si la tasa de oportunidad del inversionista es del 36.07% efectiva anual, determinar, utilizando el índice del VPN, si es rentable o no el proyecto.

**Valor futuro:** es la cantidad de dinero que alcanzará una inversión en alguna fecha futura al ganar intereses a alguna tasa compuesta.

El valor que en cualquier caso calculemos depende de los flujos de caja generados por el activo. Es decir, depende de su tamaño, tiempo y riesgo. También, y muy críticamente, el valor depende del costo de oportunidad, ya que para realizar una valoración se deben tener los flujos que ocurren en distintas oportunidades en el tiempo, con riesgos distintos, en una base comparable.

A modo de ejemplo, si usted hoy deposita \$1.000 en una cuenta que genera una tasa de interés de 10% anual, ¿cuánto tendrá usted al cabo del primer año?

Su valor futuro al final del primer año será de \$1.100, que se calcula como  $\$1.000 \times (1+0,1) = \$1.100$

Si vuelve a depositar íntegramente la cantidad de \$1.100 por un año más., ¿Cuánto tendrá al concluir el año 2?

Durante ese año ganará 10% de interés sobre los \$1.100. Así, el interés ganado será  $0,10 \times \$1.100$ , o sea \$110. Tendrá, pues, \$1.210 al final del año 2 =  $\$1.000 \times 1,1 \times 1,1 = \$1.000 \times 1,12 = \$1.210$

Para entender la naturaleza del concepto del interés compuesto, podemos dividir el valor futuro de \$1.210 obtenido en el ejemplo anterior, en 3 componentes:

- a. Capital original de \$1.000
- b. Interés simple: es el interés sobre el capital original, \$100 en el primer año y otros \$100 en el segundo año (\$200 en el ejemplo).
- c. Interés compuesto: es el interés ganado sobre un interés ya obtenido, existen \$10 de intereses ganados en el segundo año sobre los \$100 de los intereses ganados en el primer año.

En el ejemplo, el Interés total ganado (\$210) es la suma del interés simple (\$200) más el interés compuesto (\$10).

### Tasa TIR y TIO

La tasa a la cual son descontados los flujos de caja de un proyecto de tal forma que los ingresos y los egresos sean iguales. Desde el punto de vista matemático, la tasa interna de retorno de un flujo de caja de un proyecto es aquella tasa que hace el valor presente neto (VPN) igual a cero (p. 248).

Es necesario tener en cuenta que la TIR representa únicamente la rentabilidad o el costo de los recursos que permanecen invertidos en el

proyecto. No toma en cuenta la reinversión de los recursos que libera el proyecto.

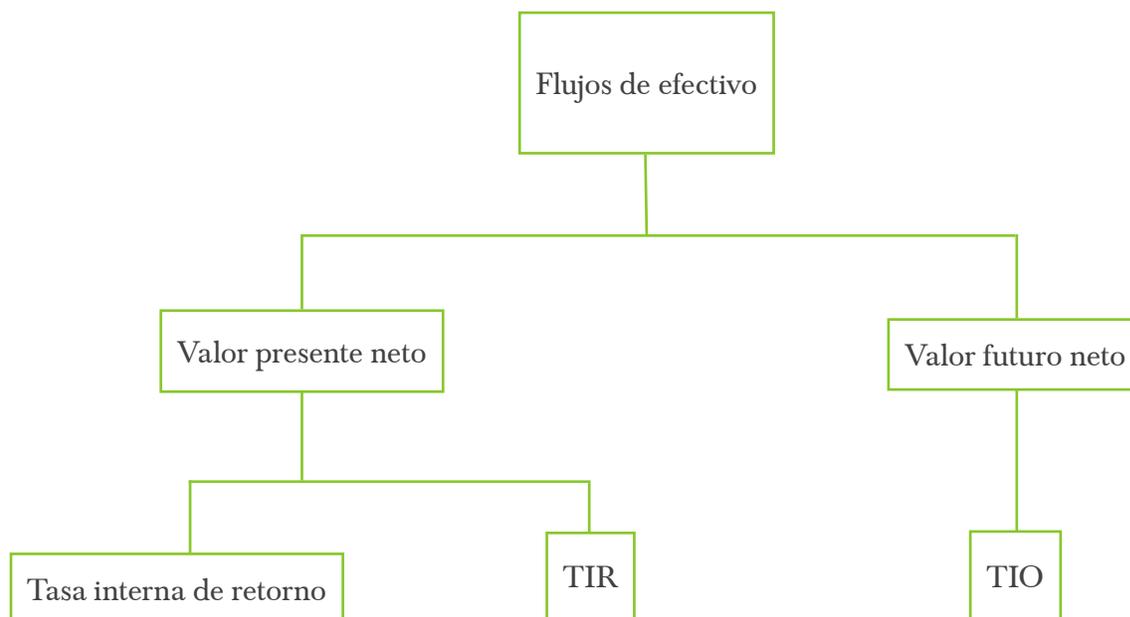
Al momento de evaluar una alternativa de inversión, debemos saber cuál es la tasa de oportunidad del inversionista (TIO) para así compararla con la TIR que arroja el proyecto. De manera que:

**Si  $TIR > TIO \Rightarrow$**  el proyecto es conveniente para el inversionista.

**Si  $TIR < TIO \Rightarrow$**  el proyecto no es conveniente para el inversionista.

**Si  $TIR = TIO \Rightarrow$**  el proyecto es indiferente para el inversionista.

### Síntesis de cierre del tema



# Glosario

- **Tasa de oportunidad financiera.** La menor tasa de interés entre varias alternativas de inversión. Se utiliza para calcular la desventaja financiera.
- **Tasa interna de rentabilidad (TIR).** Todos los ingresos por encima de la inversión, medida en términos porcentuales. Es la tasa de interés que hace equivalentes los ingresos netos con los egresos netos. En Excel se calcula con `=TASA(n;C;P;F;tipo;i semilla)` cuando se trata de calcular la tasa de interés, a partir de una serie uniforme C o una suma futura F o la combinación de ambas y una suma P. `=TIR(rango;i semilla)` cuando se trata de un flujo de caja libre no uniforme.
- **Tasa interna de rentabilidad incremental.** Método obsoleto para eliminar la contradicción entre VPN y TIR. Sirve para detectar cuál es la tasa de interés en la cual la decisión de escogencia entre dos alternativas mutuamente excluyentes, se cambia. El cálculo hay que hacerlo por pares de alternativas.
- **Tasa interna de rentabilidad ponderada.** Método que involucra explícitamente las suposiciones del VPN en el cálculo de rentabilidad. Con este procedimiento se elimina la contradicción entre el VPN y la TIR; así mismo, sirve para eliminar el problema de las múltiples TIR.
- **TASA(n;C;P;F;tipo;i semilla).** Función de Excel que permite calcular la tasa de interés que hace equivalentes sumas negativas con sumas positivas cuando la serie es uniforme.
- **TASA.NOMINAL(tasa de interés efectiva;num. períodos).** Función de Excel que permite calcular la tasa de interés nominal a partir de la tasa de interés efectiva y el número de períodos de liquidación.
- **Tasas de interés equivalentes.** Tasas de interés que son equivalentes entre sí y que tienen en cuenta la forma de liquidación: anticipada, vencida, nominal o efectiva.
- **Tasas de interés no uniformes.** Cuando las tasas de interés cambian -como ocurre en la realidad- de período a período, entonces las funciones financieras de Excel VA, VNA, VF y PAGO no pueden ser utilizadas. Es necesario trabajar con operaciones aritméticas de Excel.
- **Teoría de la utilidad cardinal.** Teoría propuesta por Von Neuman y Morgersten en los años 40, para explicar por qué la

gente no se guía por el valor esperado monetario. La gente, dice la teoría, trata de maximizar el valor esperado de algún tipo de utilidad y no el valor esperado monetario.

- **TIR(rango;i semilla).** Función de Excel que permite calcular la tasa de interés que hace equivalentes sumas negativas con sumas positivas cuando la serie no es uniforme.
- **TIR.NO.PER.(valores;fechas;estimar).** Función de Excel que permite calcular la tasa interna de rentabilidad (TIR) cuando los movimientos de dinero ocurren a intervalos no uniformes. El resultado es una tasa de interés anual.

# Bibliografía

- **Aguirre, H. (2004).** *Matemáticas financieras*. México. Thomson editores.
- **Giraldo, J. (2005).** *Matemáticas financieras*. Bucaramanga. Editorial SIC.
- **Meza, J. (2008).** *Matemáticas financieras aplicadas*. Barcelona. Ecoe Ediciones.
- **Navarro, E. (2001).** *Fundamentos de matemática financiera*. Barcelona, España. Antoni Bosh.
- **Villalobos, J. (2006).** *Matemáticas financieras*. México. Prentice Hall.
- **Gustafson, D. (2006).** *Álgebra intermedia*. México, D.F. México. Thomson editores.

## Remisión a fuentes complementarias

<http://www.youtube.com/watch?v=ZL7Ji45q53g>

<http://www.youtube.com/watch?v=si3QaATdlh4>

<http://www.youtube.com/watch?v=6VsBlyGpGmI>

3  
UNIDAD

# Anualidades



**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA  
DEL ÁREA ANDINA**

Personería Jurídica Res. 22215 Mineducación Dic. 9-83

### Introducción

En esta cartilla se aborda los contenidos relacionados con el concepto de anualidades.

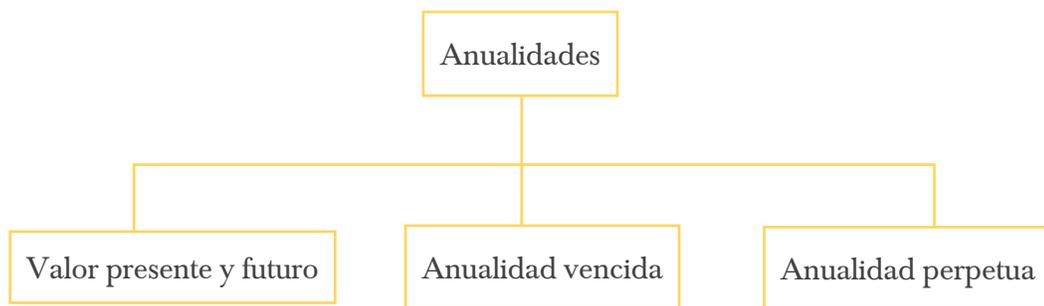
Las funciones matemáticas aportan herramientas para interpretar situaciones cotidianas, para aprender estos elementos teóricos se deben leer los contenidos del módulo, comprender sus procedimientos y manejar estos contenidos en la aplicación.

# Metodología

El proceso de aprendizaje académico por medio de la cartilla se desarrolla en tres etapas. La primera hace referencia a la lectura completa del módulo, realizando la respectiva interpretación, análisis y comprensión del contenido. La segunda etapa es el análisis del video y el contenido del mismo. Y la tercera etapa es la aplicación de los contenidos expuestos a situaciones generales, particulares y específicas.

La segunda etapa puede ser retomada cuantas veces quiera, pero tiene un tiempo limitado para adquirir los conocimientos. Recuerde que debe avanzar con las restantes cartillas y con ello los módulos.

# Mapa del módulo



# Objetivo

Comprender el concepto de anualidades en matemática financiera.

1. Aprender a identificar los resultados de las anualidades en cualquier contexto financiero.
2. Relacionar las características de las anualidades en un contexto financiero.
3. Entender las características de anualidades en contexto financieros.

# Desarrollo temático

## Componente motivacional

La construcción del concepto de anualidad es muy importante en el desarrollo matemático de cualquier profesional, en especial cuando se trata de áreas del conocimiento como en la que usted está preparándose.

Es de relevante importancia identificar las características de las funciones en los reales para interpretar y comprender sus relaciones.

## Recomendaciones académicas

La presente cartilla contiene elementos fundamentales sobre las anualidades y sus fundamentos teóricos con el fin de entender los cambios de la cantidad de dinero a través del tiempo y en la relación numérica con los valores de las tasas de interés simple y compuesto.

Competencia general	Competencia específica
El estudiante aprende a identificar las características de las anualidades.	El estudiante diferencia las características de las anualidades.
El estudiante relaciona las características de las anualidades.	El estudiante interpreta las características de las anualidades.

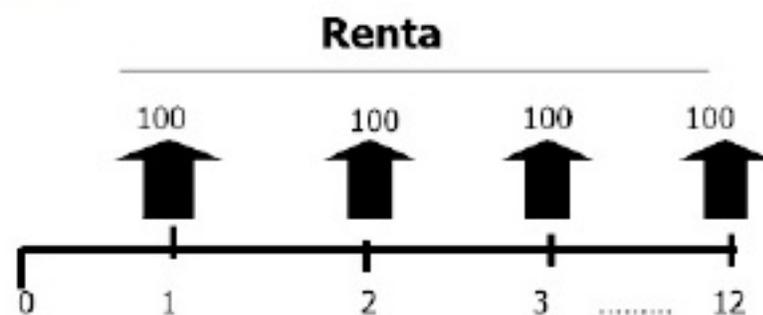
## Anualidades o series uniformes

Una anualidad es una serie uniforme de pagos. Son características de una anualidad: **todos** los pagos son iguales. Los pagos son hechos en iguales intervalos de tiempo. La tasa de interés es la misma por periodo de pago.

### Anualidad vencida

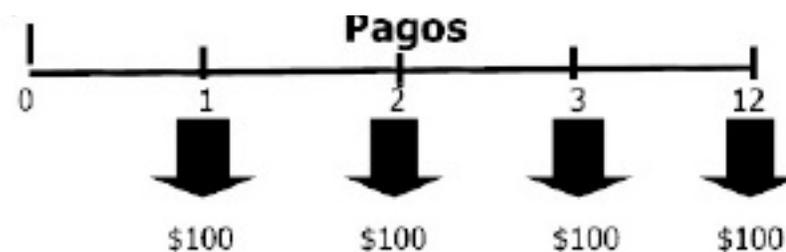
Si los pagos son efectuados al final de cada periodo, se habla de anualidad vencida.

### Flujo de caja



Ejemplos:

- Se recibe cada mes el Interés (Cupón) de un Bono
- Se recibe cada mes el Dividendo de una Acción



Ejemplos:

- Amortización de un crédito por el sistema de **cuota fija**.
- **Pago** del salario **fijo** mensual, durante un año.
- **Pago fijo** de un electrodoméstico adquirido a crédito.

En la anualidad vencida se puede hallar:

- El valor presente (VP).
- El valor final (VF).
- El valor del pago o cuota (C).
- La tasa de interés se halla por ensayo y error y aplica la formula.

Fórmulas para operaciones con valor presente:

$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right]$$

$$n = \frac{\log C - \log(C - VP * ip)}{\log(1 + ip)}$$

$$C = \frac{VP}{\left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right]}$$

Fórmulas para operaciones con valor final:

$$VF = C \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right]$$

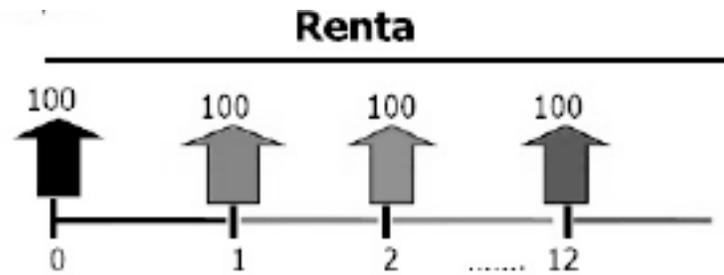
$$n = \frac{\log(VF * ip) - \log C}{\log(1 + ip)}$$

$$C = \frac{VF}{\left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right]}$$

## Anualidad anticipada

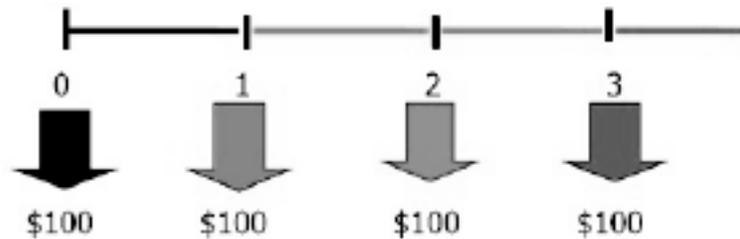
Si los pagos son efectuados al principio de cada periodo, se habla de anualidad anticipada.

Flujo de caja:



Ejemplos:

- Suscripción de televisión por cable
- Planes de capitalización



Ejemplos:

- El canon de arriendo de un inmueble.
- El pago de la matrícula.
- El pago de la póliza del seguro.

Fórmulas para operaciones con valor presente:

$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] (1 + ip)$$

$$C = \frac{VP}{\left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] (1 + ip)}$$

$$n = \frac{\text{Log} \left[ 1 - \frac{VP * ip}{C(1 + ip)} \right]}{\text{Log}(1 + ip)}$$

Fórmulas para operaciones con valor final:

$$VF = C \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right] (1 + ip)$$

$$n = \frac{\text{Log} \left[ \frac{VF * ip}{C(1 + ip)} + 1 \right]}{\text{Log}(1 + ip)}$$

$$C = \frac{VF}{\left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right] (1 + ip)}$$

### Anualidades generales

Son anualidades generales aquellas series uniformes cuya característica se encuentra en el enunciado del ejercicio. Esta particularidad consiste en expresar las variables en distintas magnitudes de tiempo. Así por ejemplo, la tasa de interés, el tiempo y la cuota requieren que se escriban en un mismo periodo.

### Ejemplo

Halle el valor presente de una serie de pagos mensuales, iguales y vencidos de \$1.000 cada uno, durante un semestre a la tasa de interés del 20% efectivo anual.

(Obsérvese la incompatibilidad del tiempo de cada variable)

## Solución

Básicamente, la solución consiste en trabajar tasas equivalentes.

VP= ?

C=\$1.000 mensuales

n= 1 semestres => n=6 meses

ip=20%=> ip=1,5309% p. mensual

(El tiempo se expresa en meses y la tasa de interés se convierte en periódica mensual, puesto que el pago está enunciado en meses).

$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right]$$

$$VP = 1.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,05309)^{-6}}{0,05309} \right]$$

## Anualidades diferidas

Su característica consiste en registrar el primer pago, luego de transcurridos varios periodos.

El ejemplo clásico de este tipo de serie uniforme es el pago con tarjeta de crédito. Los periodos en los cuales NO se registran pagos se conoce como periodo de gracia (PG).

## Ejemplo

Se adquiere a crédito un activo por valor de \$10.000 y se conviene en efectuar tres pagos iguales, mensuales y vencidos. El primer pago se realizará después de 4 meses de realizada la compra. Si la tasa de interés es del 1% p.m., determinar el valor de la cuota fija mensual.

## Solución

El valor presente de la anualidad se debe trasladar a la fecha en la cual se hizo la compra.

VP=\$10.000

n=3 meses (periodos de la anualidad)

PG= 4 meses (Periodos de gracia)

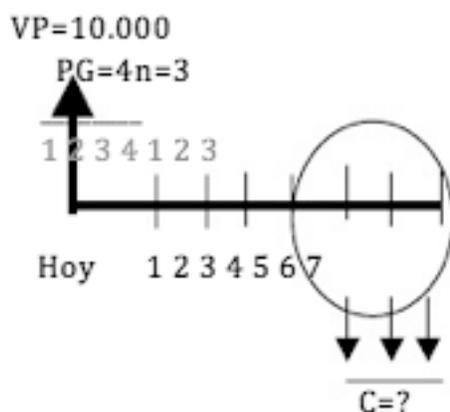
ip=1% p.m.

C=?

Fecha

Focal

ip=1% p.m.



$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] (1 + ip)^{-PG}$$

$$10.000 = C \left[ \frac{1 - (1 + 0,01)^{-3}}{0,01} \right] (1 + 0,01)^{-4}$$

C=\$3.538,28

## Anualidad infinita (perpetua o indefinida)

Tal como se indica, la duración de este tipo de serie uniforme es indeterminada.

Ejemplo de estos casos, son los proyectos de exploración, extracción y venta de recursos naturales (minas, pozo de petróleo, etc., en los cuales es prácticamente imposible establecer una vida útil o duración).

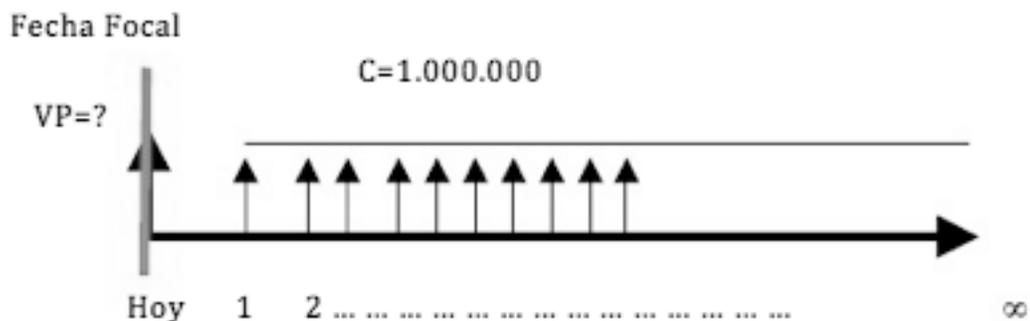
### Ejemplo

Hallar el valor presente de un pozo de gas natural, cuya renta mensual se estima en \$1.000.000

La tasa de interés es del 2% p.m.

### Solución

Fecha focal



$$VP = \frac{C}{ip}$$

$$VP = \frac{1.000.000}{0,01}$$

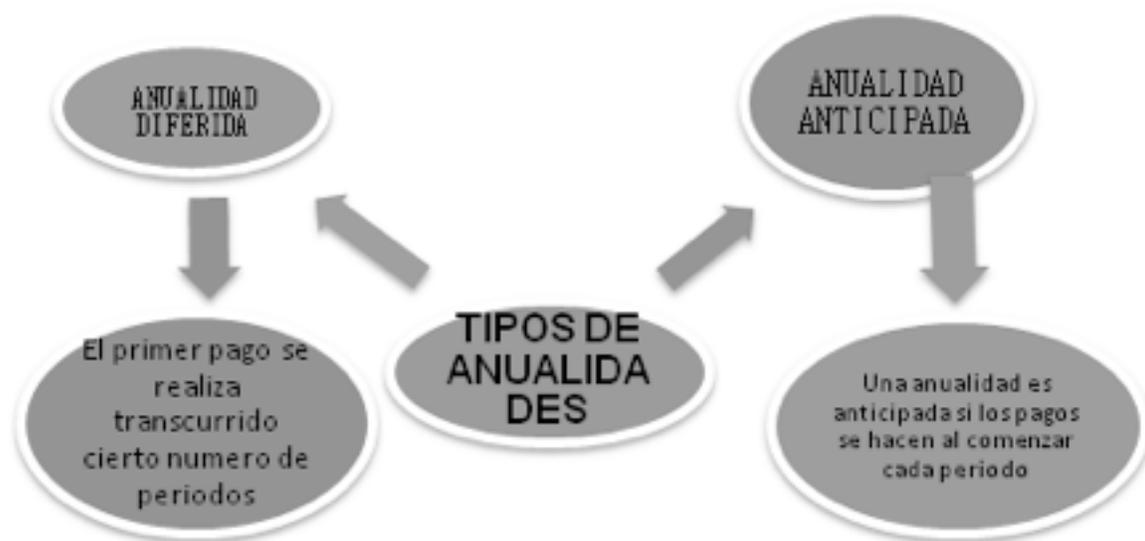
$$VP = \$100.000.000$$

Obsérvese que si la renta es mensual, entonces, la tasa de interés debe ser también mensual.

## Ejemplos, ejercicios o casos de aplicación práctica

1. Calcular el valor de contado de una propiedad vendida en las siguientes condiciones: \$20.000 de contado; \$1.000 por mensualidades vencidas durante 2 años y 6 meses y un último pago de \$2.500 un mes después de pagada la última mensualidad. Para el cálculo, utilizar el 9% con capitalización mensual.
2. ¿Cuál es el valor de contado de un equipo comprado con el siguiente plan: \$14.000 de cuota inicial; \$1.600 mensuales durante 2 años, 6 meses con un último pago de \$2.500, si se carga el 12% con capitalización mensual?
3. Una mina en explotación tiene una producción anual de \$8.000.000 y se estima que se agotará en 10 años.
4. Hallar el valor presente de la producción, si el rendimiento del dinero es del 8%.
5. En el momento de nacer su hija, un señor depositó \$1.500 en una cuenta que abona el 8%; dicha cantidad la consigna cada cumpleaños. Al cumplir 12 años, aumento sus consignaciones a \$3.000. Calcular la suma que tendrá a disposición de ella a los 18 años.
6. Una persona deposita \$100 al final de cada mes en una cuenta que abona el 6% de interés, capitalizable mensualmente. Calcular su saldo en la cuenta, al cabo de 20 años.
7. De cuanto se tendría que depositar semanalmente para obtener un monto de 1221.8674 si se considera una tasa del 38% cap. Mensualmente y los depósitos se harán durante 6 meses.
8. Se depositan \$100 quincenales en una cuenta que ofrece un 62% capitalizable semanalmente ¿Cuánto tendrá dentro de 8 quincenas?
9. Cuánto debe depositar mensualmente durante 8 semanas en una cuenta que ofrece el 85% capitalizable diariamente si desea tener \$1.000 al final del periodo.
10. Calcular el valor de contado de una propiedad vendida a 15 años de plazo, con pagos de \$3.000 mensuales por mes anticipado, si la tasa de interés es del 12% convertible mensualmente.

## Síntesis de cierre del tema<sup>1</sup>



<sup>1</sup>Tomado de: <http://memoriasmatefinanciera.blogspot.com/2013/02/9anualidades-series-uniformes-o-rentas.html>

## Actividades autoevaluativas propuestas al estudiante

1. Una persona recibe tres ofertas para la compra de su propiedad: (a) \$400.000 de contado; (b) \$190.000 de contado y \$50.000 semestrales, durante 2 años (c) \$20.000 por trimestre anticipado durante 3 años y un pago de \$250.000, al finalizar el cuarto año. ¿Qué oferta debe escoger si la tasa de interés es del 8% anual?
2. ¿Cuál es el valor presente de una renta de \$500 depositada a principio de cada mes, durante 15 años en una cuenta de ahorros que gana el 9%, convertible mensualmente?
3. ¿Qué suma debe depositarse a principio de cada año, en un fondo que abona el 6% para proveer la sustitución de los equipos de una compañía cuyo costo es de \$2.000.000 y con una vida útil de 5 años, si el valor de salvamento se estima en el 10% del costo?
4. Un empleado consigna \$300 al principio de cada mes en una cuenta de ahorros que paga el 8%, convertible mensualmente. ¿En cuánto tiempo logrará ahorrar \$30.000?
5. Deposita \$75 semanales empezando el día de hoy, a una tasa del 40% capitalizable semanalmente ¿Cuánto tendrá dentro de 6 semanas?
6. ¿Cuánto requeriría el día de hoy para hacer los pagos de \$75 semanales empezando hoy, durante 6 semanas, considerando un 40% capitalizable semanalmente?
7. Cuánto se requeriría depositar semanalmente empezando hoy para juntar un monto de \$459.48 si se considera una tasa del 40% capitalizable semanalmente y si los depósitos se van a hacer durante 6 semanas.
8. En cuanto tiempo obtendrá un monto de \$459.48 haciendo depósitos semanales de \$75 al 40% capitalizable semanalmente.
9. Una persona deposita en una cuenta de ahorros \$50 al principio de cada mes. Si la cuenta le paga un 3% mensual de interés. ¿Cuánto habrá ahorrado durante el primer pago?
10. Cuanto tendrá que depositar mensualmente durante un año empezando hoy para juntar \$730.8895224 si se considera una tasa interés de 3% capitalizable mensualmente.
11. ¿Qué tiempo ocupará para juntar \$730.8895224 si deposita \$50 mensuales con un interés de 3% capitalizable mensualmente.
12. Se obtuvo un monto de \$730.8895224 en pagos mensuales de \$50 durante un año ¿Qué tasa de interés se aplicó?
13. Una compañía adquiere unos yacimientos de mineral; los estudios de ingeniería muestran que los trabajos preparatorios y vías de acceso demoraran 6 años. Se estima que los yacimientos en explotación rendirán una ganancia anual de \$2.400.000. suponiendo que la tasa comercial es del 8% y que los yacimientos se agotarán después de 15 años continuos de explotación, hállese el valor futuro de la renta que espera obtenerse.
14. Una compañía frutera sembró cítricos que empezarán a producir dentro de 5 años. La producción anual se estima en \$400.000 y ese rendimiento se mantendrá por espacio de 20 años. Hallar con la tasas del 6% el valor presente de la producción.
15. Alguien deposita \$100.000 en un banco, con la intención de que dentro de 10 años se pague, a él o a sus herederos, una renta de \$2.500, a principio de cada mes. ¿Durante cuántos años se pagará esta renta, si el banco abona el 6% convertible mensualmente?

## Glosario <sup>2</sup>

- **Anualidad:** las anualidades son pagos iguales efectuados a intervalos iguales de tiempo (generalmente de un año) que se llaman intervalos de pago.

Cuando el pago de la anualidad se efectúa al final del intervalo de pago, se llama anualidad ordinaria; y si se efectúa al principio del intervalo de pago, se llama anualidad anticipada.

- **Anualidad diferida:** una anualidad diferida, principalmente diseñada para acumular activos para objetivos financieros a largo plazo, permite postergar o diferir el comienzo de los pagos de sus ingresos hasta una determinada fecha futura en que usted comenzará a recibir dichos pagos.
- **Anualidad fija:** en general, se garantiza una tasa de interés fija que, habitualmente, no se modifica durante la vigencia del contrato; no obstante, las anualidades fijas pueden devengar una tasa de interés más alta que la garantía.
- **Anualidad indexada:** las anualidades indexadas ofrecen la posibilidad de superar a las anualidades tradicionales de tasa fija y evitan el riesgo negativo de invertir en el mercado de valores. Esto ocurre porque el interés devengado en las anualidades indexadas se basa en el desempeño de índices comúnmente utilizados, como el S&P 500 Index®\* o el Dow Jones 30 index®\*\*, y se garantiza que este interés nunca

caerá por debajo de cero. El resultado es el potencial de mayor rendimiento sin el riesgo negativo.

- **Anualidad inmediata:** este tipo de anualidad está diseñada para que usted reciba pagos poco tiempo después de que se realice el pago de la suma total de la prima. El flujo de ingresos se paga periódicamente a partir del pago de la prima y de los intereses acumulados sobre dicha prima.
- **Anualidad ordinaria:** en una anualidad ordinaria simple, los pagos se efectúan periódicamente según un cierto intervalo de pago que coincide con los periodos de interés y, además, cada pago se realiza al final del primer intervalo, el segundo al final del segundo intervalo, etc.
- **Anualidad vencida:** es aquella en la cual el pago se hace al final del período.

---

<sup>2</sup> Tomado de: <http://www.planesderetiro.net/nuestros-servicios/nuestros-profesionales/anualidades.html>

3  
UNIDAD

# Amortizaciones



**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA  
DEL ÁREA ANDINA**

Personería Jurídica Res. 22215 Mineducación Dic. 9-83

### Introducción

En esta cartilla se presentan los conceptos básicos de las amortizaciones, teniendo en cuenta los contextos financieros y la composición de pagos y períodos y formas de amortización de dinero.

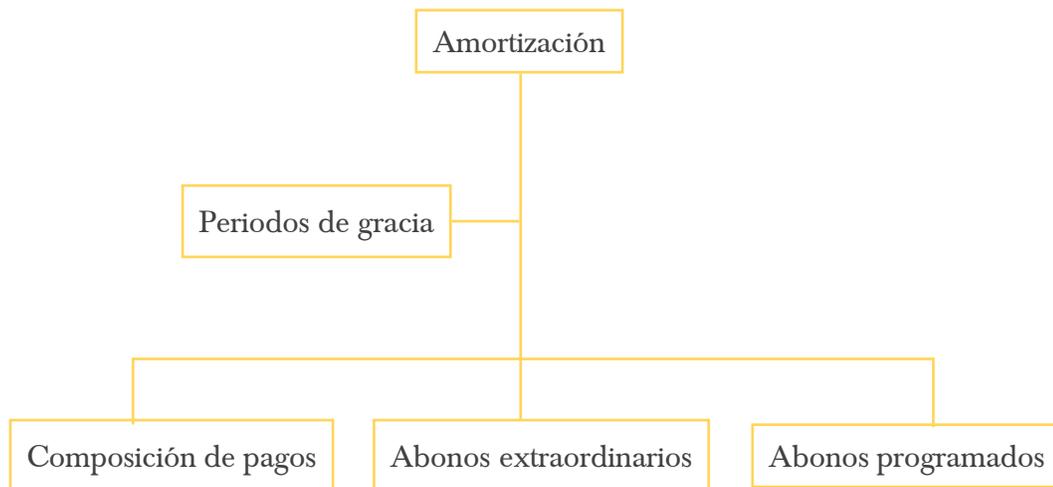
Se debe leer detenidamente los contenidos, interpretar los procedimientos y reconstruir paso a paso los procesos que se desarrollan en los contenidos. Estos contenidos permiten avances notables en la construcción de procesos interpretativos, analíticos y comprensivos de la matemática financiera.

# Metodología

El proceso de aprendizaje académico por medio de la cartilla se desarrolla en tres etapas. La primera hace referencia a la lectura completa del módulo, realizando la respectiva interpretación, análisis y comprensión del contenido. La segunda etapa es el análisis del video y el contenido del mismo. Y la tercera etapa es la aplicación de los contenidos expuestos a situaciones generales, particulares y específicas.

La segunda etapa puede ser retomada cuantas veces quiera, pero tiene un tiempo limitado para adquirir los conocimientos. Recuerde que debe avanzar con las restantes cartillas y con ello los módulos.

# Mapa del módulo



# Objetivo

Comprender el manejo de las amortizaciones de dinero dependiendo del contexto financiero.

1. Aprender la representación de las amortizaciones a partir de la solución de contextos reales.
2. Manipular las características de las amortizaciones a través de la solución de contextos.
3. Integrar las características de las amortizaciones a partir de la solución de contextos.

# Desarrollo temático

## Componente motivacional

Los contenidos planteados en esta cartilla como formas de representar amortizaciones que permiten solucionar situaciones de la cotidianidad, son fundamentales en la construcción de procesos mentales que posteriormente se utilizan en contenidos más avanzados.

Estos contenidos permiten avances notables en la construcción de procesos interpretativos, analíticos y comprensivos de la matemática, base fundamental para la matemática avanzada.

## Recomendaciones académicas

En esta cartilla se presentan formas de amortización como modelos matemáticos que permiten solucionar situaciones de la cotidianidad.

Se debe leer detenidamente los contenidos interpretar los procedimientos y haciéndose necesario reconstruir paso a paso los procesos que se desarrollan en los contenidos.

Competencia general	Competencia específica
El estudiante representa amortizaciones por medio de situaciones cotidianas	El estudiante diferencia las características de las amortizaciones en contextos financieros
El estudiante manipula las características de las amortizaciones por medio del análisis de situaciones cotidianas	El estudiante manipula las características de las amortizaciones por medio del análisis de situaciones cotidianas.

## Radientes o series variables

Un **gradiente** es una serie de pagos no constante, es decir, pagos que se caracterizan por ser **variables** (crecientes o decrecientes).

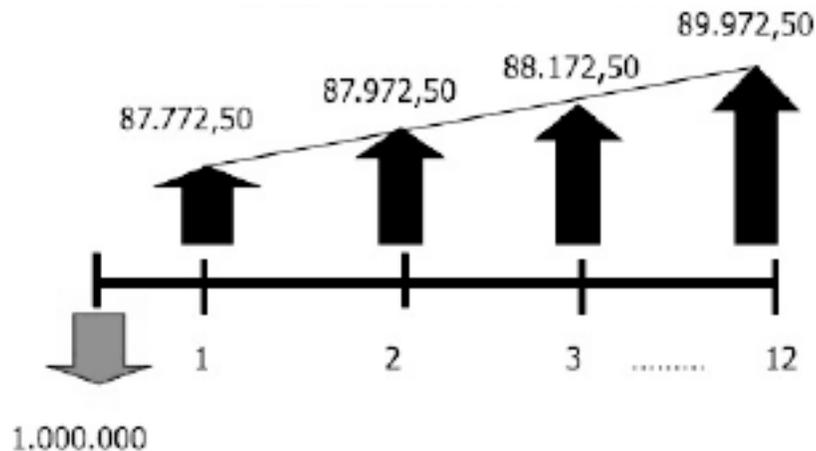
Son características de un gradiente:

- Todos los pagos o son crecientes o son decrecientes.
- Los pagos crecen o decrecen en una misma cantidad monetaria ò en un mismo porcentaje.
- Los pagos son hechos en iguales intervalo de tiempo.
- La tasa de interés es la misma por periodo de pago.

Los gradientes se clasifican en:

- Gradiente lineal=> si la variación es en **pesos**.
- Gradiente geométrico => si la variación en un **porcentaje**.

### Gradiente lineal



Características de este flujo de caja:

VP=\$1.000.000

C1 = Cuota 1 = Valor del primer pago = \$87.772,50

L = Crecimiento lineal = \$ 200

n= Número de periodos = 12 meses

ip= 1% periódico mensual

### Fórmulas del gradiente lineal

$C_n = C_1 + (n - 1)L$  Para determinar el valor del enésimo pago

$$VP = C_1 \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] + \frac{L}{ip} \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} - n(1 + ip)^{-n} \right]$$

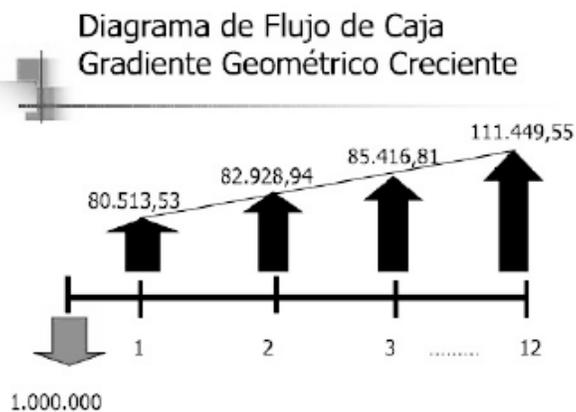
$$VF = C_1 \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right] + \frac{L}{ip} \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} - n \right]$$

$$VP = \frac{C_1}{ip} + \frac{L}{ip^2}$$

Si el gradiente es infinito

Gradiente geométrico:

Caso G es no es igual a ip



Características de este flujo de caja:

VP=\$1.000.000

C1 = Cuota 1 = Valor del primer Pago = \$80.513,53

G = Crecimiento Geométrico = 3%

n= Número de periodos = 12 meses

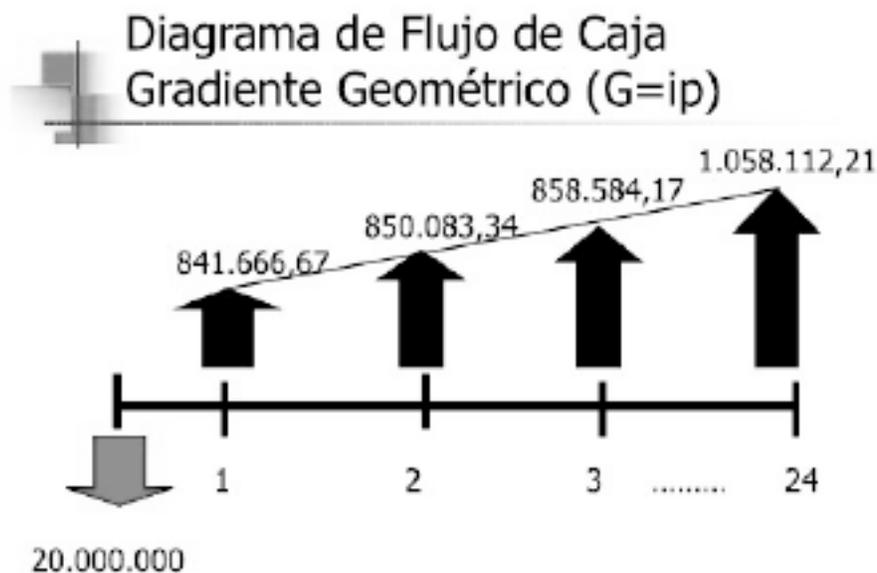
ip= 2% periódico mensual

Atención:

En este caso  $G = ip$

La tasa de crecimiento de las cuotas mensuales NO es igual a la tasa periódica.

Caso G es igual a ip



Caso G es igual a ip

Características de este flujo de caja:

VP=\$20.000.000

C1 = Cuota 1 = Valor del primer pago = \$841.666,67

G = Crecimiento geométrico = 1%

n= Número de periodos = 12 meses

ip= 1% periódico mensual

Atención:

En este caso  $G = ip$

La tasa de crecimiento de las cuotas mensuales SI es igual a la tasa periódica.

## Fórmulas del gradiente geométrico

Si se desea conocer el valor de la enésima cuota:

$$C_n = C_1(1 + G)^{n-1}$$

Si el gradiente es geométrico infinito:

$$VP = \frac{C_1}{ip - G}$$

Si  $G=ip$

$$VP = \frac{C_1(n)}{1 + ip} \quad VF = C_1(n)(1 + ip)^{n-1}$$

Si  $G \neq ip$

$$VP = C_1 \left[ \frac{(1 + G)^n (1 + ip)^{-n} - 1}{G - ip} \right] \quad VF = C_1 \left[ \frac{(1 + G)^n - (1 + ip)^n}{G - ip} \right]$$

## Sistemas de amortización

Amortizar significa pagar una deuda.

Existen dos formas de cancelar un crédito o préstamo:

- Con pagos o cuotas.
- Mediante abonos a la deuda.

Sistemas de amortización con pagos o cuotas (más comunes):

- Pago único al final.
- Cuota fija.
- Cuota fija y cuota extraordinaria pactada.
- Cuota fija y periodo de gracia sin pago de intereses.
- Cuota fija y periodo de gracia con pago de intereses.

- Cuota variable lineal.
- Cuota variable geométrica.
- Cuota escalonada lineal.
- Cuota escalonada geométrica.
- Crédito contratado en moneda extranjera y pagos equivalente monetario de pesos colombianos.
- Unidad de valor real -UVR-.

### **Sistemas de amortización mediante abonos a la deuda**

- Abonos constantes con pago de intereses vencidos.
- Abonos constantes con pago de intereses anticipados.

### **Tablas de amortización**

Una tabla de amortización enseña la forma como evoluciona una deuda, desde cuando se crea la obligación y hasta cuando el compromiso se cancela en su totalidad.

Se debe tener en cuenta que cuando se gira un cheque para cancelar la cuota de un periodo, ese valor se descompone en dos partes: intereses que se pagan por el crédito y el abono a la deuda o sea el dinero que se devuelve a capital.

Variables a tener en cuenta:

El valor de la cuota es lo primero a calcular y esta depende del sistema de amortización que se haya acordado.

La tasa de interés se debe conocer desde un comienzo.

Cuota = interés + abono

luego

Abono = cuota – interés

A su vez, el interés que se causa se determina aplicando la tasa de interés al saldo pendiente aún por pagar.

Interés = Saldo insoluto \* tasa periódica

El saldo insoluto disminuye en la medida que se realizan abonos a la deuda.

Saldo actual = saldo anterior – abono

## Cómo se elabora una tabla de amortización

Ejemplo

Elaborar una tabla de amortización para un préstamo de \$1.000, con plazo de 3 meses y tasa de financiación del 1% periódica mensual. El sistema de amortización acordado es cuota fija (anualidad).

VP=\$1.000

n=3 meses

ip=1% p.mes

C=?

$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right]$$

$$\$1.000 = C \left[ \frac{1 - (1 + 0,01)^{-3}}{0,01} \right]$$

De donde se obtiene que C=\$340. Cada mes el valor del pago es de \$340

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340				1%
2	340				1%
3	340				1%

Análisis para el primer mes:

Intereses causados y pagados para el primer mes:

Interés = Saldo \* Tasa periódica

Interés = \$1.000 \* 1%

Interés = \$10

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340	10			1%
2	340				1%
3	340				1%

El Abono a la deuda del primer mes se calcula así:

Abono = cuota – interés

Abono = 340 – 10

Abono = 330

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340	10	330		
2	340				
3	340				

El Saldo de la deuda al final del primer mes, es:

Saldo actual = saldo anterior – abono

Saldo actual = \$1.000 - \$ 330

Saldo actual = \$ 670

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340	10	330	670	1%
2	340	7			1%
3	340				1%

Análisis para el segundo mes:

Intereses causados y pagados para el segundo mes:

Interés = saldo \* tasa periódica

Interés = \$670 \* 1%

Interés = \$ 7

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340	10	330	670	1%
2	340	7			1%
3	340				1%

El abono a la deuda del segundo mes se calcula así:

Abono = cuota – interés

Abono = 340 – 7

Abono = 333

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340	10	330	670	1%
2	340	7	333		1%
3	340				1%

El saldo de la deuda al final del segundo mes, es:

Saldo actual = saldo anterior – abono

Saldo actual = \$ 670 - \$ 333

Saldo actual = \$ 337

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340	10	330	670	1%
2	340	7	333	337	1%
3	340				1%

Análisis para el tercer mes:

Intereses causados y pagados para el tercer mes:

Interés = saldo \* tasa periódica

Interés =  $\$337 * 1\%$

Interés =  $\$ 3$

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340	10	330	670	1%
2	340	7	273	337	1%
3	340	3			1%

El abono a la deuda del tercer mes se calcula así:

Abono = cuota – interés

Abono =  $340 - 3$

Abono = 337

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1000	1%
1	340	10	330	670	1%
2	340	7	273	337	1%
3	340	3			1%

El Saldo de la deuda al final del tercer mes, es:

Saldo actual = saldo anterior – abono

Saldo actual = \$ 337 - \$ 337

Saldo actual = \$ 0

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340	10	330	670	1%
2	340	7	273	337	1%
3	340	3	337	0	1%

Observaciones:

- Las fracciones monetarias se redondean al valor más inmediato (“los centavos ya no se usan”).
- La sumatoria de los intereses es de \$20.
- La sumatoria de los abono es de \$1.000.
- Luego el préstamo inicial se cancela en su totalidad.

## Tablas de capitalización

Capitalizar significa acumular, ahorrar.

Como tal, el propósito es mostrar la forma como el dinero crece y permite cumplir el objetivo de alcanzar determinado monto.

### Ejemplo

Elaborar una tabla para capitalizar \$5.000 en tres meses, en una cuenta de ahorro que reconoce el 1% periódico mensual. El sistema decapitalización es depósitos fijos (anualidad).

### Variables a tener en cuenta:

El valor de la cuota o valor del depósito (ahorro) es lo primero a calcular y este depende del sistema de amortización que se haya acordado.

La tasa de interés se debe conocer desde un comienzo.

Interés ganado = saldo acumulado \* tasa periódica

A su vez, el interés que se gana se determina aplicando la tasa de interés sobre el saldo acumulado.

Crecimiento de la cuenta de ahorro = depósito + interés

La cuenta reconoce intereses los cuales sumados con el depósito, permite que la cuenta vaya creciendo.

Saldo acumulado = saldo acumulado anterior + crecimiento cuenta de ahorro

El saldo acumulado aumenta en la medida que se crece la cuenta al efectuar depósitos y ganar intereses.

Solución

VF=5.000

N=3 meses

Ip=1% p.m.

C=?

$$VF = C \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right]$$

$$5.000 = C \left[ \frac{(1 + 0,01)^3 - 1}{0,01} \right]$$

C=\$1.650

(se recomienda trabajar con cifra enteras)

### Tabla de capitalización

Mes	Depósito	Interés fijo ganado	Crecimiento cuota de ahorro	Saldo acumulado	Tasa periódica
1	1650				1%
2	1650				1%
3	1650				1%

### Análisis para el primer mes

Se realiza el primer ahorro y este valor representa el valor del crecimiento de la cuenta y es el saldo acumulado que se tiene en ese momento.

Mes	Depósito	Interés fijo ganado	Crecimiento cuota de ahorro	Saldo acumulado	Tasa periódica
1	1650		0	1650	1%
2	1650				1%
3	1650				1%

### Análisis para el segundo mes

Mes	Depósito	Interés fijo ganado	Crecimiento cuota de ahorro	Saldo acumulado	Tasa periódica
1	1650	1%	1650	1650	1%
2	1650	17%	1667	3317	1%
3	1650				1%

Sobre el saldo acumulado del mes 1 (\$1.650) se liquidan intereses al 1% mensual ( $\$1.650 \cdot 1\% = \$17$ ) Estos intereses ganados junto con el depósito fijo, hacen crecer la cuenta de ahorro ( $\$1.650 + \$17 = \$1667$ ).

El saldo que se traía del mes 1 más el crecimiento de la cuenta, permiten obtener al final la suma de \$3.317.

### Análisis para el tercer mes

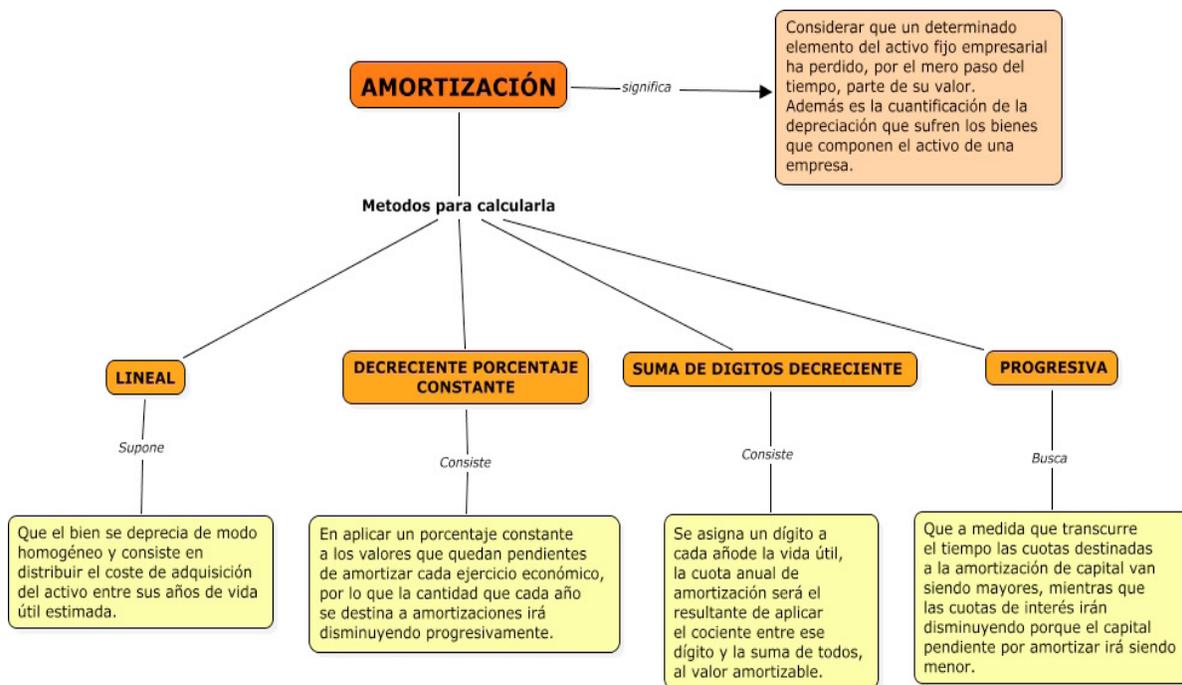
Mes	Depósito	Interés fijo ganado	Crecimiento cuota de ahorro	Saldo acumulado	Tasa periódica
1	1650	1%	1650	1650	1%
2	1650	17%	1667	3317	1%
3	1650	33%	1683	5000	1%

Sobre el saldo acumulado del mes 2 (\$3.317) se liquidan intereses al 1% mensual ( $\$3.317 \cdot 1\% = \$33$ ) Estos intereses ganados junto con el depósito fijo, hacen crecer la cuenta de ahorro ( $\$3.317 + \$33 = \$3.647$ ).

## Ejemplos, ejercicios o casos de aplicación práctica

1. Don Juan Luis desea obtener un préstamo por \$800.000, el cual desea pagar en seis cuotas mensuales iguales y vencidas. El banco BCI le ofrece el crédito a una tasa del 15% anual capitalizable mensualmente. Elabore el cuadro de amortización de acuerdo al método francés. Determine el monto del prepago una vez cancelada la cuarta cuota.
2. Se otorga un crédito de \$ 800.000, el cual será amortizado en 12 cuotas mensuales iguales y vencidas. La tasa empleada en la operación es de 1,4% mensual. Se pide que elabore el cuadro de amortización para las primeras cuatro cuotas.
3. Un préstamo de \$420.000 se amortiza según el método francés en 30 cuotas iguales y vencidas a una tasa de interés de 16,8% anual capitalizable mensualmente. Se pide elaborar el cuadro de amortización para la cuota N° 20.
4. Una empresa solicita con fecha 15 de junio de 2007, un crédito por \$9.000.000. La modalidad de pago considera amortización sólo de intereses los días 5 cada mes y el pago del total del préstamo mediante una única cuota el día 5 de octubre del presente año. Elabore el cuadro de amortización, considere una tasa de interés del 1,7 % mensual.
5. Calcule los pagos y elabore la tabla de amortización para un préstamo de \$1.000.000 que se amortiza en tres cuotas mensuales, cuyas cuotas de amortización de capital son: \$300.000, \$300.000 y \$400.000 respectivamente. La tasa de interés efectiva mensual aplicada es del 2%.
6. Una pequeña empresa acuerda con el Banco Medellín un préstamo por \$100 millones para ser cancelado en 20 cuotas trimestrales, con cuotas de amortización de capital iguales. El banco aplica una tasa de interés del 20% N-t. Elaborar la tabla de amortización.
7. Una pequeña empresa acuerda con el Banco Medellín un préstamo por \$100 millones para ser cancelado en 12 cuotas mensuales iguales; y una cuota extraordinaria en el mes 6 por valor de \$30.000.000. El banco aplica una tasa de interés del 1,2% EM. Elaborar la tabla de amortización.
8. Una pequeña empresa acuerda con el Banco Medellín un préstamo por \$100 millones para ser cancelado en 24 cuotas mensuales iguales; y cuotas extraordinaria cada seis meses por valor de \$5.000.000. El banco aplica una tasa de interés del 1,5% EM. Elaborar la tabla de amortización.
9. Una pequeña empresa acuerda con el Banco Medellín un préstamo por \$200 millones para ser cancelado en 24 cuotas mensuales iguales; si al momento de realizar el pago 10 se efectúa un abono no pactado de \$40.000.000, se pide elaborar la tabla de amortización re liquidando la cuota. El banco aplica una tasa de interés del 1.4% EM.

## Síntesis de cierre del tema <sup>1</sup>



<sup>1</sup> Tomado de: <http://cmapspublic.ihmc.us/rid=1LZVMWZW2-1G9V9N7-PW/Mapa%20conceptual%20amortizaci%C3%B3n.cmap>

## Actividades autoevaluativas propuestas al estudiante

1. Una pequeña empresa acuerda con el Banco Medellín un préstamo por \$200 millones para ser cancelado en 24 cuotas mensuales iguales; si al momento de realizar el pago 10 se efectúa un abono no pactado de \$40.000.000, se pide elaborar la tabla de amortización sin reliquidación de la cuota. El banco aplica una tasa de interés del 1.4% EM.
2. Una pequeña empresa acuerda con el Banco Medellín un préstamo por \$400 millones para ser cancelado en 36 cuotas mensuales iguales; adicionalmente se pacta un periodo de gracia muerto de 6 meses; se pide elaborar la tabla de amortización para todo el periodo de duración de la deuda. El banco aplica una tasa de interés del 1.2% EM.
3. Una pequeña empresa acuerda con el Banco Medellín un préstamo por \$50 millones para ser cancelado en 12 cuotas mensuales iguales; adicionalmente se pacta un periodo de gracia con pagos reducidos por seis meses; se pide elaborar la tabla de amortización para todo el periodo de duración de la deuda. El banco aplica una tasa de interés del 1.5% EM.
4. Una pequeña empresa acuerda con el Banco Medellín un préstamo por \$100 millones para ser cancelado en 12 cuotas mensuales crecientes en un 20%; se pide elaborar la tabla de amortización de la deuda, considerando que el banco aplica una tasa de interés del 1,6% EM.
5. Se contrae una deuda de \$20.000 amortizable en 6 cuotas mensuales, iguales y vencidas, con una tasa de interés de 0,15 anual.
  - a. Determine el importe de la cuota.
  - b. Construya el cuadro de amortización.
6. Dada una deuda de \$5.500 amortizable en cinco pagos mensuales constantes y vencidos y a una tasa de interés del 0,36 nominal anual, construya el cuadro de amortización.
7. En un préstamo pactado en 7 cuotas mensuales, vencidas y variables con amortización constante de \$600, a una tasa de 0,40 nominal anual. Calcular:
  - a. El importe del préstamo solicitado.
  - b. Construir el cuadro de amortización.
8. Un banco del medio da en préstamo \$1.000 a pagar en cinco cuotas mensuales y vencidas e iguales, cobrando un interés del 5% mensual.
  - a. Determine el valor de la cuota.
  - b. Construya el cuadro de amortización.
9. Un negocio de electrodomésticos vende un televisor al contado en \$1.450 y se financia de la siguiente forma: entrega inicial \$100 y el resto en nueve cuotas mensuales y vencidas, con amortización constante a un interés del 15% nominal anual. Determinar:
  - a. El importe de la primera cuota.
  - b. Construir el cuadro de amortización
10. Se contrae una deuda de \$20.000 amortizable en 6 cuotas mensuales, iguales y vencidas, con una tasa de interés de 0,15 anual.
  - a. Determine el importe de la cuota.
  - b. Construya el cuadro de amortización.

## Glosario<sup>2</sup>

■ **Amortización:** son reducciones en el valor de los activos o pasivos para reflejar en el sistema de contabilidad cambios en el precio del mercado u otras reducciones de valor.

Con las amortizaciones, los costes de hacer una inversión se dividen entre todos los años de uso de esa inversión.

■ **Período de gracia:** consisten en un determinado período de tiempo que se le concede al prestatario(a), en el primero, para iniciar el pago de su cuota mensual, luego de que concluye su período de estudios y en el segundo para reiniciar el pago de su cuota mensual en una fecha posterior a la que le correspondía según su plan de pagos; en aquellas situaciones en que se demuestre la dificultad o imposibilidad de hacer el pago de la cuota mensual por motivos de desempleo, estudios, salud física o emocional, económicos. El periodo de gracia sólo se puede solicitar cuando el deudor no ha cancelado ninguna cuota y la prórroga de pago cuando tiene una o más cuotas mensuales canceladas.

■ **Período muerto:** el lapso de tiempo durante el cual acreedor o quien legalmente haga sus veces, unilateralmente o por expreso acuerdo entre las partes difiere en el tiempo el cumplimiento de alguna obligación, tal como el pago de intereses del capital para el caso de amortización parcial o el total de la obligación objeto de el mismo.

<sup>2</sup> Tomado de: [http://www.conape.go.cr/main.php?action=&artid=504&catid=166&template=art\\_list.tpl](http://www.conape.go.cr/main.php?action=&artid=504&catid=166&template=art_list.tpl)

# Bibliografía

- **Aguirre, H.** (2004). *Matemáticas financieras*. México,: Thomson editores.
- **Giraldo, J.** (2005). *Matemáticas financieras*. Bucaramanga: Editorial SIC.
- **Meza, J.** (2008). *Matemáticas financieras aplicadas*. Barcelona: Ecoe Ediciones.
- **Navarro, E.** (2001). *Fundamentos de matemática financiera*. Barcelona, España. Antoni Bosh.
- **Villalobos, J.** (2006). *Matemáticas financieras*. México: Prentice Hall
- **Gustafson, D.** (2006). *Algebra intermedia*. México, D.F. México. Thomson editores.

## Remisión a fuentes complementarias

<http://www.youtube.com/watch?v=zEN5YjkL0is>

<http://www.youtube.com/watch?v=mpwNfSxnKRw>

<http://www.youtube.com/watch?v=y3KwTQwDs0Y>



# Títulos de valor



**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA  
DEL ÁREA ANDINA**

Personería Jurídica Res. 22215 Mineducación Dic. 9-83

### Introducción

En esta cartilla se realiza el estudio de los modelos de título valor, además de la aplicación de estos modelos a situaciones cotidianas.

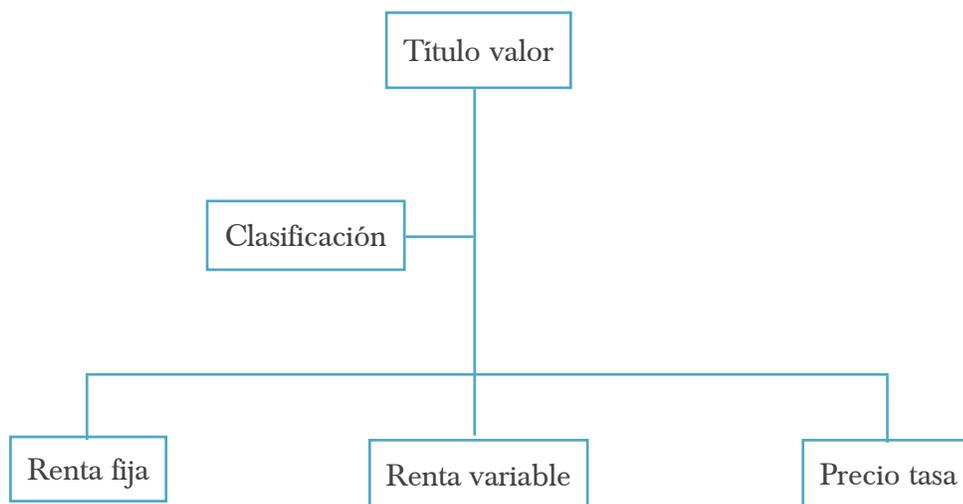
Estos modelos matemáticos pueden aportar herramientas para interpretar situaciones cotidianas, para aprender estos elementos teóricos se debe leer los contenidos del módulo, comprender sus procedimientos y manejar estos contenidos en la aplicación.

# Metodología

El proceso de aprendizaje académico por medio de la cartilla se desarrolla en tres etapas. La primera hace referencia a la lectura completa del módulo, realizando la respectiva interpretación, análisis y comprensión del contenido. La segunda etapa es el análisis del video y el contenido del mismo. Y la tercera etapa es la aplicación de los contenidos expuestos a situaciones generales, particulares y específicas.

La segunda etapa puede ser retomada cuantas veces quiera, pero tiene un tiempo limitado para adquirir los conocimientos. Recuerde que debe avanzar con las restantes cartillas y con ello los módulos.

# Mapa conceptual del módulo



# Objetivo

Comprender los modelos de títulos valor teniendo en cuenta las características de renta fija y variable.

- Aprender las características y la aplicación de los títulos valor.
- Aplicar los modelos de título valor y sus características.
- Evaluar la interpretación y la aplicación de los modelos de título valor.

# Desarrollo temático

## Componente motivacional

La modelación de un título valor con su respectiva aplicación es fundamental en el desarrollo del conocimiento matemático en cualquier profesión, en especial cuando se trata de áreas del conocimiento como en la que usted está preparándose.

Es de relevante importancia la construcción de modelos lineales para la interpretación y solución de situaciones de la cotidianidad.

## Recomendaciones académicas

La presente cartilla contiene elementos fundamentales sobre los títulos valor y su clasificación.

Es fundamental el aprender a modelar apropiadamente los tipos de título valor para permitir la interpretación y comprensión de situaciones de la cotidianidad. Es fundamental la lectura comprensiva de los contenidos, interpretar los procedimientos y realizar las actividades durante la semana para que usted no se atrase en el proceso.

## Desarrollo de cada una de las unidades temáticas

### Los títulos-valores

#### **Función económica de los títulos valores**

La expresión títulos-valores, designa una serie de documentos mercantiles distintos pero con una característica común: contienen la declaración unilateral de una persona que se obliga a realizar una prestación determinada a favor de otra identificada por la tenencia legítima del documento.

Desde el punto de vista comercial, los mecanismos previstos para el desarrollo del tráfico patrimonial son lentos y burocráticos. La circulación de los derechos exige la notificación de transferencia al deudor. El derecho común introduce un elemento de inseguridad, ya que al quedar apoyada una operación en la novación subjetiva pierden solidad determinadas garantías accesorias. Por otra parte el ejercicio de los derechos se realiza con procedimientos judiciales complejos, dificultosos y lentos.

Estos inconvenientes son los que dan lugar a la aparición de los títulos-valores. La clave de su operatividad descansa en la incorporación de los derechos de crédito a un soporte documental que delimita sus características y permi-

te transmitir el derecho incorporado mediante la simple circulación del documento. De esta forma se produce una relación entre el título (cosa corporal) y el derecho que refleja (cosa incorporal). El poseedor del documento está legitimado para ejercitar el derecho incorporado. Además como el título refleja la fisonomía del derecho documental, la actividad probatoria necesaria para su ejercicio se simplifica bastante, reduciéndose a la presentación del título. Los procedimientos declarativos ordinarios se sustituyen por los procedimientos ejecutivos, más rápidos.

### Concepto de título-valor

Se denomina título-valor a todo documento necesario para el ejercicio del derecho reflejado en él. Para el cumplimiento de la prestación reflejada en el título-valor es necesaria su presentación. Esto se debe a la conexión entre derecho y título. Es lo que gráficamente se denomina incorporación del derecho al título, por cuya virtud la circulación y el ejercicio del derecho cartularizado queda ligada a la posesión del documento.

Las propiedades normativas de esta categoría jurídica son: la autonomía, la literalidad y la función legitimadora.

**a. Autonomía:** el adquirente del documento adquiere la titularidad de los derechos que incorpora de tal manera que su posición jurídica es independiente de la que tenía su transmitente, es decir se adquiere a título originario (se dice a título derivativo cuando la posición jurídica del adquirente depende de la del transmitente). La autonomía facilita mucho la circulación del título, ya que protege incluso a quien hubiera adquirido el título de quien no fuera su legítimo dueño (adquisición a *non domino*).

**b. Literalidad:** las menciones contenidas en el título son absolutamente decisivas para determinar el contenido del derecho documentado. El derecho se adquiere en los términos indicados en el documento. La literalidad beneficia al titular del derecho dejándola inmune frente a cualquier excepción que el deudor pudiera oponer. Esta propiedad no aparece por igual en todos los títulos; es más fuerte en los títulos completos y menos en los incompletos. La literalidad también se denomina a veces abstracción.

**c. Función legitimadora:** únicamente el poseedor del título puede transmitir y exigir el derecho documentado. Identifica la persona del acreedor eximiéndole de la prueba de su derecho. Esta posición lleva aparejada la obligación del deudor de cumplir la prestación que se le exige. La propiedad normativa juega sobre la base de la apariencia jurídica.

### Clasificación de los títulos-valores

#### ■ Atendiendo a la ley de circulación.

Se refiere a la forma en que se legitima el poseedor del título-valor en orden al ejercicio de los derechos incorporados al papel. Desde este punto de vista hay tres clases de títulos.

1. Títulos nominativos (títulos directos): designan como titular a una persona determinada. Para el ejercicio del derecho es necesaria la posesión del título, pero no es suficiente, es necesario que el poseedor acredite su identidad. Estos títulos son transmisibles pero su régimen legal es complejo. La ley exige que la transmisión se ponga en conocimiento del deudor. Cuando los títulos hayan sido emitidos en masa la notificación de cesión deber realizarse a la entidad emisora para que la anote en el libro registro.

2. Título a la orden: son títulos nominativos en los que el titular del derecho puede ser sustituido por otro titular sin necesidad de comunicación al deudor. Para acreditar el derecho basta que la persona poseedora del título demuestre ser la persona designada por el primer titular. Esto es así porque para transmitir los títulos a la orden es suficiente con que el titular (transmitente) ordene al deudor que pague a quien el designe (endoso). Los títulos a la orden están concebidos para circular (letra de cambio).
3. Títulos al portador: la cláusula al portador significa simplemente que el poseedor (tenedor) está facultado para exigir al deudor el cumplimiento de la obligación. Es la forma traslativa más sencilla y eficaz. El deudor está obligado a realizar la prestación a quien acredite la posesión del título. Para transmitir los títulos es suficiente la propia entrega. Cuando son títulos al portador emitidos en masa es precisa la intervención del fedatario público. La solidez de estos títulos tiene un destacado reflejo en el principio de irreivindicabilidad. Significa que el legítimo dueño del título no podrá entablar reclamación frente a quien hubiera adquirido su posesión de buena fe. El tenedor de un título al portador goza de acción ejecutiva frente al obligado al pago desde el momento en que la obligación esta vencida.

#### ■ Otras clasificaciones

1. Desde el punto de vista del nacimiento del derecho incorporado hay títulos constitutivos (la emisión determina el nacimiento del derecho encartado) y títulos declarativos (el derecho ha nacido con anterioridad a la emisión del documento).
2. Desde el punto de vista de la forma de emisión hay títulos emitidos individualmente (se emiten de manera aislada) y títulos emitidos en serie o en masa (una declaración de emisión pone en circulación una serie de títulos).
3. Según la naturaleza del documento hay 3 grupos diferentes.
  - Títulos cambiarios: incorporan un derecho de crédito de carácter pecuniario.
  - Títulos de participación: atribuyen a su dueño una serie de derechos, deberes y obligaciones en el ámbito de una organización social.
  - Títulos de tradición: o títulos representativos de mercancías cuyo contenido funcional viene expresado por tres propiedades:
    - La transmisión del documento tiene la misma eficacia que la entrega material de las mercancías que representan (tiradito).
    - La posesión atribuye a su tenedor la posesión de la mercancía (posesión mediata).
    - La posesión atribuye a su tenedor un derecho de disposición sobre la mercancía.

#### La desincorporación

La gran aceptación social de los títulos-valores ha traído como consecuencia su masificación. La gran cantidad de papel que existe en la actividad económica diaria hace difícil su manejo. Estas dificultades están siendo superadas por los intermediarios financieros mediante el recurso a las técnicas contables y las modernas tecnologías. Se intenta reemplazar el papel valor por otros mecanismos de mayor agilidad. Para ello, en primer lugar se busca la posibilidad de transmitir el derecho incorporado al título aunque este permanezca inmovilizado (truncamiento) evitando así las dificultades de la manipulación física. Posteriormente se bus-

can mecanismos que transmitan los derechos no solo inmovilizando el papel, sino tratando de eliminar la necesidad de su emisión.

La técnica de la anotación contable informatizada permite desplegar la función económica típica de los títulos valores sin necesidad de generar enormes cantidades de papel. Estas anotaciones contables sirven de medio de prueba de la titularidad del derecho anotado.

Por ello se empieza a hablar de la desincorporación del derecho al título, o de la desmaterialización del valor que lleva incorporado. Los primeros indicios de ruptura entre derecho y título se dan con el decreto 25 de abril de 1974 sobre liquidación y compensación de operaciones bursátiles y se consagra con la ley 24/1988, de 28 de julio, del Mercado de Valores y en el Real Decreto 116/1992 sobre representación de valores por medio de anotaciones en cuenta.

Esta tendencia explica las orientaciones doctrinales que impulsan la evolución del derecho de los títulos valores hacia un redel del valor, desarrollándose la idea del valor sin título (se empieza a utilizar el término *bit* valor)

### Las tarjetas de crédito

Las tarjetas de crédito no pueden clasificarse de títulos-valores, porque aunque llevan la función legitimadora, no tienen las propiedades de literalidad y autonomía. Son un mero título de legitimación nominativa, intransferible y de duración limitada.

Su función económica se despliega en tres planos:

- Actúa como medio de pago.
- Actúa como instrumento de garantía ya que las facturas son abonadas al vendedor por el emisor.

- Es un instrumento de crédito. El banco financia las operaciones realizadas con la tarjeta.

En las tarjetas aparecen tres sujetos distintos: el emisor, el titular, y el establecimiento asociado. Estos tres sujetos aparecen ligados de diferentes formas.

#### a. Relación entre el emisor y el titular:

La tarjeta presupone la existencia de un contrato, llamado contrato de tarjeta de crédito. Es un contrato de adhesión. El emisor se compromete a pagar las facturas que presenten las entidades asociadas por cuenta del titular y a entregarle una tarjeta y una lista de establecimientos asociados.

#### b. Relación entre el emisor y el establecimiento asociado.

Hay una relación contractual entre emisor y establecimiento asociado. El establecimiento asociado asume la obligación de aceptar la tarjeta aplicando los mismos precios que al resto de clientes. También se obliga a comprobar la identidad del titular y la coincidencia de la firma, así como que la tarjeta esté vigente. El emisor se obliga a satisfacer las facturas que presente el establecimiento asociado.

### La letra de cambio

- Concepto.

Es un título. Valor por cuya virtud la persona que la emite (librador) asume de manera incondicionada la obligación de que una segunda persona (librado) pague a un tercero (tomador) una cantidad determinada de dinero en el lugar y fecha indicada en el propio título. Aparecen tres posiciones jurídicas distintas:

- a.** El librador. Es quien emite el título. Se hace responsable de que quien recibe la orden de pago cumplirá frente al beneficiario. Es decir responde del pago cuando el destinatario lo desatienda.
- b.** El librado. Es a quien se dirige la orden de pago. Es preciso que acepte la obligación cambiaria aceptando la orden de pago. Una vez aceptada pasa a ser aceptante. Mientras que el librado carece de responsabilidad en el plano cambiario, el librado aceptante es el obligado principal y directo.
- c.** Tomador. Es el beneficiario de la orden de pago incondicionada.

La letra de cambio se regula en la ley 19/1985 Cambiaria y del Cheque.

#### ■ Caracteres

- a.** Es un título valor. Tiene autonomía, literalidad y función legitimadora.
- b.** Es un título valor a la orden. El tomador puede transmitir la letra mediante endoso. Si el librador escribe “no a la orden” ya no será endosable sino transmisible de acuerdo a una cesión ordinaria.
- c.** Es un título-valor completo. Se refleja la literalidad. Todas las circunstancias que la determinan están escritas en la propia letra.
- d.** Es un título-valor abstracto. Presume la existencia de relaciones jurídicas previas. Esta operación económica previa recibe el nombre de relación causal subyacente o relación de provisión de fondos. La particularidad de la letra de cambio es que la relación causal no tiene incidencia alguna en la relación cambiaria

- e.** Es un título formal. Su validez está condicionada a la observancia de rigurosos requisitos.
- f.** Es un título ejecutivo. Si resulta impagada el acreedor, cumplidas ciertas formalidades, podrá instar la acción ejecutiva.

#### ■ Función económica.

La letra de cambio es un instrumento de enorme importancia en la vida económica. Aunque en ocasiones se habla de crisis por el elevado número de impagos que se producen, no es tanto una crisis cambiaria como una crisis que coincide con periodos de recesión. La función clave de la letra de cambio tiene una doble orientación.

Por un lado es un medio de pago, tiene un valor patrimonial susceptible de ser utilizado. Pero también es un medio de crédito, la interposición de un periodo de tiempo entre la entrega de una cosa y la satisfacción del importe es una operación de financiación.

#### Régimen jurídico de la letra

##### **a.** Emisión

La emisión es la declaración cambiaria original y determina el nacimiento de la letra de cambio. El libramiento surge como consecuencia de operaciones económicas previas.

##### **b.** Forma

Para poner en circulación la letra han de observarse una serie de formalidades.

■ Requisitos esenciales no suplidos: cuya omisión en la letra hacen que esta no tenga valor.

- La denominación letra de cambio. Esta identificación debe contenerse en la propia letra. Deberá expresarse en el

mismo idioma utilizado para redactar el documento.

- La orden incondicionada de pagar una suma determinada. Es decir la orden de pago no está sometida a condición alguna. Si el importe figura en letra y número y ambos son divergentes será válida la cantidad escrita en letra. Si el importe figurase escrito varias veces por suma diferente sea en letra o número será válido el importe menor.
  - El nombre del librado. Sin embargo el librado no asume obligación alguna hasta que declare cambiariamente su voluntad de aceptación.
  - El nombre del tomador. Es el acreedor cambiario, legitimado por la posesión. Es el tenedor.
  - La fecha de libramiento. Es requisito esencial porque sirve para concretar el vencimiento cambiario en determinados supuestos.
  - La firma del librador. Ha de ser autógrafa y legible.
- **Requisitos esenciales suplidos:** son requisitos formales indispensables para que la letra tenga valor. La diferencia con los no suplidos es que su ausencia no conlleva la nulidad de la letra, sino que son suplidos por Ley.
- La indicación del vencimiento. Ha de ajustarse a alguna de las modalidades de vencimiento del derecho español. Si no hay ninguna modalidad se entiende que vence a la vista. Si el vencimiento se determina por meses su cómputo se hace de fecha a fecha. No se excluyen los días inhábiles.
  - Indicación del lugar de pago. Si no se especifica se entenderá que es el domicilio del librado.

- Indicación del lugar de libramiento. Si no se especifica se entenderá en el domicilio del librador.

■ **Requisitos meramente potestativos:** son menciones no exigidas. La ausencia de ellas no invalida la letra.

### c. Aceptación

La única forma de obligar al librado cambiariamente es la declaración de aceptación de la orden de pago que recibe. La aceptación es aquella declaración cambiaria del librado contenida en la letra en virtud de la cual asume la obligación de hacer efectivo el pago. La falta de aceptación no deja indefenso al tenedor, ya que el librador será el responsable de la letra en caso de impago. La aceptación debe escribirse en la letra de cambio.

### d. El endoso

Endoso es una declaración contenida en la letra y firmada por el tenedor actual (endosante) por la que este ordena al deudor que realice el pago a favor de otra persona (endosatario). La ley admite el endoso en blanco, que consiste en la firma del endosante y se estampe al dorso del documento. También es endoso en blanco aquel en el que figura al portador.

### e. El aval

Es una declaración cambiaria por la cual el emitente (avalista) garantiza el pago total o parcial de la letra, obligándose a responder de igual manera que el otro obligado cambiario (avalado). El aval ha de reflejarse en la letra (por aval) junto con la firma del avalista. Corresponde al avalista indicar la identidad del obligado cambiario avalado.

#### **f.** Acciones cambiarias

Si la letra resulta impagada se pueden ejercitar dos acciones.

- La acción cambiaria directa. Puede ser ejercitada por el tenedor contra los obligados en vía directa (aceptante y avalista). Para ello es suficiente acreditar la falta de pago sin protesto ni otra formalidad, pudiendo reclamar intereses y gastos. Esta acción tiene un plazo de prescripción de 3 años desde la fecha de vencimiento.
- La acción cambiaria de regreso. Puede ejercitarla el tenedor contra los obligados. En este caso la falta de aceptación o pago deberá acreditarse mediante protesto notarial o declaración equivalente firmada y fechada por el librado o por la cámara de compensación.

Ambas acciones pueden ejercitarse conjuntamente.

#### **g.** Excepciones cambiarias

Son las causas de oposición que puede esgrimir el deudor cambiario en su defensa.

- Excepciones personales. Son aquellas que no pueden oponerse frente a cualquier acreedor sino únicamente frente a algunos acreedores. Son excepciones derivadas de las relaciones personales existentes entre acreedor y deudor.
- Excepciones reales. Tienen su causa en el derecho de crédito incorporado a la letra. Por ello son oponibles por el deudor frente a cualquier tenedor de la letra de cambio. La ley enumera tres:
  - Inexistencia o falta de validez de la declaración cambiaria del deudor.
  - Falta de legitimación del tenedor o la falta de formalidades necesarias.

- Extinción del crédito cambiario cuyo cumplimiento exige el demandado.

### **El cheque y el pagare**

#### ■ El cheque

Es un título valor por el cual una persona ordena incondicionalmente a un banco que pague a la vista una cantidad. El régimen jurídico del cheque presenta muchas similitudes con el de la letra de cambio. La diferencia está en que el cheque es solo medio de pago. Las características básicas del cheque son:

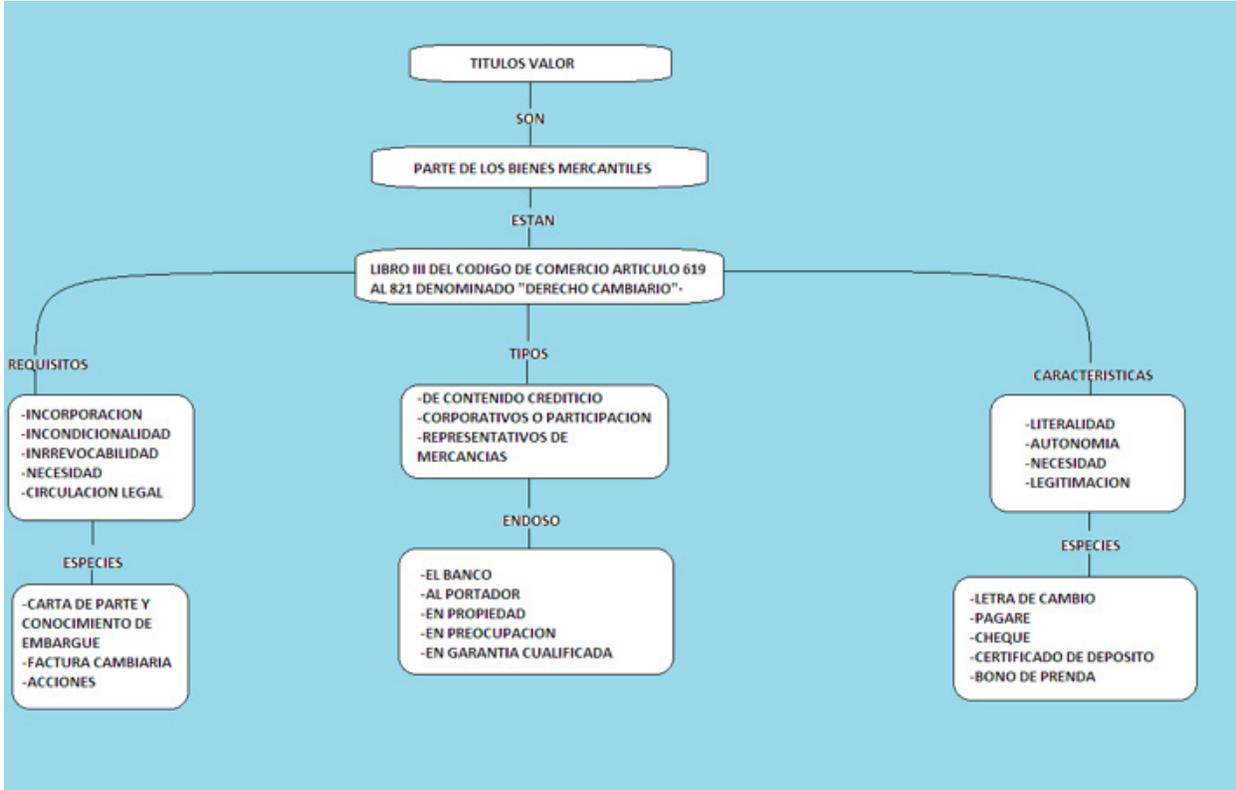
- a. En el texto habrá de figurar la denominación de cheque en el idioma expresado para su redacción.
- b. El cheque es medio de pago por lo que vence a la vista.
- c. El librado debe ser necesariamente un banco.
- d. El banco no asume ninguna posición de obligado cambiario.
- e. A falta de indicación especial se reputará lugar de pago el designado junto al banco.
- f. Si no aparece lugar de libramiento se entenderá el del librador.
- g. Solo puede coincidir librado y librador cuando el cheque se ponga en circulación entre distintos establecimientos de un mismo librado.
- h. Si en el cheque figurara cláusula de intereses se tendrá por no escrita.
- i. La orden de pago es irrevocable mientras no

transcurra el plazo fijado para la presentación.

#### ■ El pagare

Es un título valor por cuya virtud una persona (firmante) se obliga a pagar a otra (beneficiario) una cantidad determinada de dinero en la fecha y lugar indicados en el título. El pagare no contiene mandato de pago de ningún tipo, solo promesa de pago realizada por el propio firmante de la cual responde personal y directamente. Habrá de identificarse en el título y deberá llevar la firma original de quien promete el pago.

Síntesis de cierre del tema<sup>1</sup>



<sup>1</sup> Tomado de: <http://julianlogar.blogspot.com/2010/11/blog-post.html>

### Actividades autoevaluativas propuestas al estudiante

1. Una persona debe pagar \$5.000.000 dentro de 2 años. El acreedor acepta un pago hoy de \$2.000.000 y un nuevo pagaré a 3 años. Hallar el valor del nuevo pagaré con la tasa de interés del 2% mensual.
2. Un televisor tiene un valor de contado de \$1.300.000 y se debe financiar en tres pagos así: \$500.000 dentro de tres meses y los otros dos pagos iguales a 8 y 12 meses. Hallar el valor de estos pagos si la tasa de interés que se paga por la financiación es del 4% mensual.
3. Sustituir dos pagarés, uno de \$380.000 y otro de \$220.000 con vencimientos a tres cinco meses respectivamente, por dos pagos iguales para los meses 4 y 6, suponiendo una tasa de interés del 3% mensual.
4. El señor Pablo recibe en el día de hoy tres ofertas por un lote que tiene en venta. ¿Cuál es la mejor oferta, si la tasa de interés es del 23% anual? a. \$ 6.500.000 hoy y un pagaré para dentro de 167 días por valor de \$3.500.600. b. \$ 3.000.000 a 120 días y \$6.300.500 a 180 días, c. \$ 2.000.000 hoy y un pagaré por \$7.500.000 4 meses.

# Glosario<sup>1</sup>

- **Acción:** título valor de carácter negociable que representa un porcentaje de participación en la propiedad de la compañía emisora del título.
- **Acción al portador:** acción que no indica el nombre de su propietario. Pertenece a quien la tiene en su poder. El cambio de propiedad se realiza por la simple entrega.
- **Acción de goce o industrial:** es la que se entrega para compensar las aportaciones de servicios, trabajo, conocimientos tecnológicos, secretos industriales o comerciales y en general, toda obligación de hacer a cargo del aportante.
- **Acción nominativa:** acción a través de la cual se identifica el nombre del propietario. Este tipo de títulos cuenta con un instrumento **libro de registro** que mantiene los cambios en las transferencias y se lleva en el interior de la empresa emisora.
- **Acción ordinaria:** tipo de acción que se emite con mayor preferencia, incluye derecho a dividendos de acuerdo al nivel de utilidades registrado por la empresa emisora y derecho al voto en la Asamblea General de la compañía.
- **Acción preferencial:** título accionario que otorga prioridades extraordinarias al propietario de la acción con respecto al pago de dividendos y en el caso de disolución de la compañía, el reembolso del capital. No otorga el derecho de voto en la Asamblea General; sus prerrogativas son netamente de carácter económico.
- **Acciones en circulación:** el número de acciones emitidas por una sociedad, que pueden ser libremente transadas en el mercado.
- **Accionista:** persona propietaria de una o más acciones de una sociedad anónima o encomandita por acciones.
- **Aceptación bancaria:** documento que respalda las operaciones de financiamiento comercial a nivel nacional e internacional. Título que entrega el comprador de los bienes en cuestión al vendedor de los mismos; dicho título está respaldado o avalado por un banco comercial el cual a su vez adquiere una comisión por convertirse en garante de la operación crediticia.
- **Activo financiero:** cualquier título de contenido patrimonial.
- **Administrador de la emisión:** intermediario financiero que se responsabiliza de los procesos relacionados con la emisión, colocación y redención de las emisiones de títulos valores.

<sup>1</sup> Tomado de: <http://www.geldanlage-infos.com/glosario.php>

- **ADR:** *American depositary receipts*. Certificados negociables que se cotizan en uno o más mercados accionarios, diferentes del mercado de origen de la emisión y constituyen la propiedad de un número determinado de acciones. Fueron creados por Morgan Bank en 1927 con el fin de incentivar la colocación de títulos extranjeros en Estados Unidos. Cuando la negociación se va a realizar en dicho país se constituyen American Depositary Receipts-ADR- y cuando se pretende su transacción fuera de los Estados Unidos, se establecen programas de Global Depositary Receipts-GDR.
- **Ahorro privado:** parte del ingreso de las unidades familiares y de las empresas que no se dedican al consumo.
- **Ahorro público:** es la diferencia entre los ingresos y los gastos del gobierno.
- **Amortización:** una amortización se constituye en el momento en que la deuda se disminuye a través de pagos periódicos al capital solicitado en crédito.
- **Asamblea general ordinaria:** reunión de accionistas con el quorum y en las condiciones previstas en los estatutos cuyos fines principales son la verificación de los resultados, lecturas de informes financieros, discusión y votación de los mismos, elección de directores, distribución de utilidades y formación de reservas.
- **Asamblea general extraordinaria:** es la reunión de accionistas, convocada e instalada en la forma establecida por la ley y los estatutos, cuando lo exijan las necesidades imprevistas o urgentes de la compañía, por convocatoria de la Junta Directiva, del Representante Legal o del Revisor Fiscal.
- **Aumento de capital:** incorporación al capital de la empresa de reservas y/o nuevos recursos, el que se efectúa, por lo general, mediante derechos de suscripción para los accionistas o aumentando el valor nominal de la acción.
- **Balance:** estado demostrativo de la confrontación del activo y del pasivo para averiguar la situación económica-financiera de una empresa en un momento determinado.
- **Banca de inversión:** actividad desarrollada por un intermediario financiero que puede incluir el diagnóstico de empresas, la organización de potenciales compradores, la asesoría de inversionistas en la creación de nuevas empresas e inclusive la consecución de recursos para tales operaciones.
- **Beneficiario:** persona a la cual se transfiere un activo financiero o a favor de quien se emite un título.
- **Beneficiario real:** es cualquier persona que, directa o indirectamente, por sí misma o a través de interpuesta persona, por virtud de contrato, convenio o de cualquier otra manera, tenga, respecto de una acción de una sociedad, capacidad decisoria.
- **Bolsa:** el vocablo Bolsa parece que se aplicó durante el siglo XIII en la ciudad de Brujas (Bélgica), a una casa de cierta familia noble o patricia, que tenía tres bolsas en su escudo de armas, frente a la cual se reunían diariamente los comerciantes con el fin de practicar el cambio y tráfico de los productos de la tierra y la industria. Por el año de 1460 en Amberes y Narbona se cita la palabra bolsa para indicar el intercambio comercial en un lugar determinado. Durante los siglos XV y XVI con motivo de los grandes descubrimientos, se enfrentan precipitadamente en el comercio antiguo y el moderno. Para poder hacer frente al comercio que la ampliación del mundo económico imponía, eran necesarias fuertes sumas de dinero que los comerciantes individualmente considerados estaban en la imposibilidad de conseguir. Esta situación originó los primeros mercados de títulos mobiliarios en las principales ciudades de Europa. Con el correr del tiempo, las personas que habitualmente se dedicaban a invertir dineros particulares en títulos representativos de de-

rechos en compañías y a colocar emisiones de títulos del Estado o de empréstitos para las sociedades privadas, empezaron a reunirse en sitios determinados y bajo normas y reglamentos especiales, lo que dio origen a las actuales Bolsas de Valores.

- **Bolsa de valores:** institución privada que al permitir la compra y venta, por intercambio de las Sociedades Comisionistas que la conforman, de acciones de sociedades anónimas, bonos, certificados y demás títulos valores, fomenta el ahorro y el mercado de capitales, contribuyendo al desarrollo económico y social de un país.
- **Bonos:** título representativo de deuda, emitido por una entidad privada o pública, con el objetivo de captar recursos, pagar intereses y devolver dichos recursos a los inversionistas al final de la madurez del bono, la que es de varios años.
- **Bonos de garantía general:** aquellos que generalmente se encuentran respaldados por las hipotecas y demás rubros mobiliarios de la entidad emisora.
- **Bonos obligatoriamente convertibles en acciones “BOCAS”:** títulos valores emitidos por sociedades anónimas abiertas que en un período determinado (al vencimiento), deben convertirse obligatoriamente en acciones de la compañía.
- **Bonos ordinarios:** son aquellos que confieren a sus tenedores los mismos derechos, de acuerdo con el respectivo contrato de emisión y están garantizados con todos los bienes de la entidad emisora, sean presentes o futuros.
- **Certificados de ahorro de valor constante (CAVC):** depósitos a término expedidos en unidades de poder adquisitivo contante (UPAC) como instrumento de captación de recursos de las Corporaciones de Ahorro y Vivienda y/o Bancos Hipotecarios, con un plazo no inferior a 30 días.
- **Certificados de depósito a término (CDT):** certificados de la constitución de depósito que constituyen obligaciones de las instituciones financieras que los emiten. Son transferibles mediante endoso y carta de traspaso del depositante, pueden ser nominativos o a la orden.
- **Certificado de reembolso tributario (CERT):** también llamado Certificado de Abono Tributario. Título al portador emitido por el Banco de la República, creado con el propósito de incentivar y diversificar las exportaciones menores. Pueden ser utilizados para el pago de impuestos por su valor nominal o negociados en el mercado secundario.
- **Certificado de cambio:** título expedido por el Banco de la República por el reintegro de divisas provenientes de algunas exportaciones. A partir de la Resolución No. 25 de Abril 13 de 1977 son utilizados como instrumento de control monetario y por tanto, las condiciones de emisión de este título son modificadas por el Banco Emisor de acuerdo con el ritmo de actividades económicas y en especial la oferta monetaria y los medios de pago.
- **Certificado de desarrollo turístico:** título de deuda creado para fomentar la industria Hotelera Turística.
- **Certificado eléctrico valorizable:** título emitido por la Financiera Energética Nacional con el propósito de financiar los proyectos de electrificación del país y atender las demandas de crédito del sector.
- **Colocación:** venta de acciones o títulos valores entre el público.
- **Comisión:** retribución que recibe un comisionista por ejecutar una orden de compra o de venta de valores negociables en Bolsa, por sesoría en la misma o por administrar valores.

# Bibliografía

1. **Aguirre, H.** (2004). *Matemáticas financieras*. México. Thomson editores.
2. **Giraldo, J.** (2005). *Matemáticas financieras*. Bucaramanga: Editorial SIC.
3. **Meza, J.** (2008). *Matemáticas financieras aplicadas*. Barcelona. Ecoe Ediciones.
4. **Navarro, E.** (2001). *Fundamentos de matemática financiera*. Barcelona, España. Antoni Bosh.
5. **Villalobos, J.** (2006). *Matemáticas financieras*. México: Prentice Hall.
6. **Gustafson, D.** (2006). *Álgebra intermedia*. México, D.F. México. Thomson editores.

## Remisión a fuentes complementarias

<http://www.youtube.com/watch?v=KlZJ6RatIkw>

<http://www.youtube.com/watch?v=zXBknSubk4w>

<http://www.youtube.com/watch?v=ipCX8CiaGOc>



# Evaluación de proyectos



**FUNDACIÓN UNIVERSITARIA  
DEL ÁREA ANDINA**

Personería Jurídica Res. 22215 Mineducación Dic. 9-83

### Introducción

En esta cartilla se presentan los contenidos necesarios de la evaluación de un proyecto, teniendo en cuenta el análisis de la realización de un proyecto y la definición de los diferentes valores comerciales.

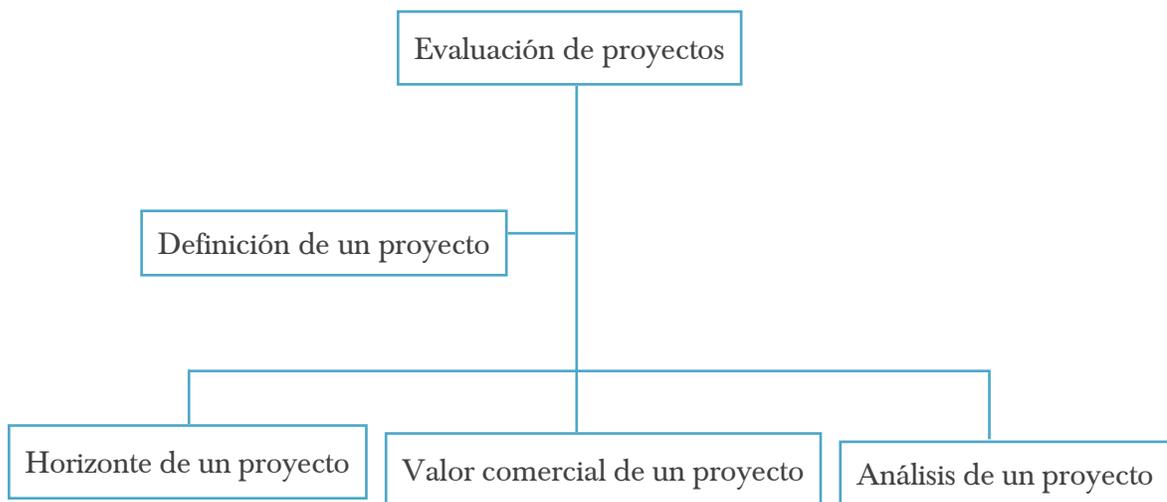
Estos modelos matemáticos pueden aportar herramientas para interpretar situaciones cotidianas, para aprender estos elementos teóricos se deben leer los contenidos del módulo, comprender sus procedimientos y manejar estos contenidos en la aplicación.

# Metodología

El proceso de aprendizaje académico por medio de la cartilla se desarrolla en tres etapas. La primera hace referencia a la lectura completa del módulo, realizando la respectiva interpretación, análisis y comprensión del contenido. La segunda etapa es el análisis del video y el contenido del mismo. Y la tercera etapa es la aplicación de los contenidos expuestos a situaciones generales, particulares y específicas.

La segunda etapa puede ser retomada cuantas veces quiera, pero tiene un tiempo limitado para adquirir los conocimientos. Recuerde que debe avanzar con las restantes cartillas y con ello los módulos.

# Mapa conceptual del módulo



# Objetivo

- Aprender las características y la aplicación de los proyectos.
- Aplicar los modelos de evaluación de proyectos teniendo en cuenta su definición básica.
- Evaluar la interpretación y la aplicación de la evaluación de proyectos.

# Desarrollo temático

## Componente motivacional

La evaluación de proyectos con su respectiva aplicación es fundamental en el desarrollo del conocimiento de la matemática financiera en cualquier profesión, en especial cuando se trata de áreas del conocimiento como en la que usted está preparándose.

Es de relevante importancia la construcción de evaluación de proyectos para la interpretación y solución de situaciones de la cotidianidad.

## Recomendaciones académicas

La presente cartilla contiene elementos fundamentales sobre la evaluación de proyectos, su horizonte y su definición.

Es fundamental el aprender a modelar apropiadamente la evaluación de proyectos para permitir la interpretación y comprensión de situaciones de la cotidianidad. Es fundamental la lectura comprensiva de los contenidos, interpretar los procedimientos y realizar las actividades durante la semana para que usted no se atrase en el proceso.

## Definiciones de proyecto

Existen varias definiciones al término proyecto, entre las cuales se pueden enumerar las siguientes:

Las Naciones Unidas, en su Manual de Proyectos de Desarrollo Económico, expresa: *“Un proyecto es el conjunto de antecedentes que permite estimar las ventajas y desventajas económicas que se derivan de asignar ciertos recursos de un país para la producción de determinados bienes o servicios”*

La definición indica que si los resultados económicos esperados son favorables el proyecto debe llevarse hasta finalizarlo, dando especial consideración a las diferentes etapas que lo conforman.

El Banco Mundial define proyecto de la siguiente manera:

*“El proyecto es, en un caso ideal, una serie óptima de actividades orientadas hacia la inversión fundadas en una planificación sectorial completa y coherente, mediante la cual se espera que un conjunto específico de recursos humanos y materiales produzca un grado determinado de desarrollo económico y social”.*

El Instituto Latinoamericano y del Caribe de Planificación Económica y Social, Ipes, en su documento *Guía para la presentación de proyectos* proporciona la siguiente definición:

*“En su significado básico, el proyecto es el plan prospectivo de una unidad de acción capaz de materializar algún aspecto del desarrollo económico o social. Esto implica, desde el punto de vista económico, proponer la producción de algún bien o la prestación de algún servicio, con el empleo de una cierta técnica y con miras a obtener u determinado resultado o ventaja, económico o social.*

*Como plan de acción, el proyecto supone también la indicación de los medios necesarios para su realización y la adecuación de esos medios a los resultados que se persiguen. El análisis de estas cuestiones se hace en los proyectos no sólo del punto de vista económico, sino también técnico y financiero, administrativo e institucional”.*

En la forma más simple un proyecto se puede definir como la búsqueda de una solución inteligente al planteamiento de un problema para resolver, entre muchas, una necesidad humana.

Un proyecto de inversión es un plan, que si se le asigna determinado monto de capital y se le proporciona insumos de diferentes tipos, podrá producir un bien o un servicio, útil al ser humano o a la sociedad en general.

### **Inversiones**

Las inversiones son la asignación de recursos en los diferentes departamentos de una organización, con las cuales se logran los objetivos trazados en cada uno de ellos. Las inversiones deben ser evaluadas cuidadosamente a fin de determinar su aceptación o rechazo y establecer su grado de prioridad dentro de los planes estratégicos de la empresa. Los errores cometidos en las decisiones de inversión no sólo tienen consecuencias negativas en los resultados

de las operaciones, sino que también impactan las estrategias de la empresa. Las inversiones pueden clasificarse de acuerdo con varios criterios y desde diferentes puntos de vista. En este libro en primera instancia, se clasificarán por el tipo de función que desempeñan dentro de la empresa:

- a.** Inversiones de renovación: se realizan cuando se van a sustituir equipos, instalaciones o edificaciones obsoletas o desgastadas físicamente por nuevos elementos productivos. Se invierte en renovar las operaciones existentes.
- b.** Inversiones de modernización: comprenden todas las inversiones que se efectúan para mejorar la eficiencia de la empresa, tanto en la fase productiva, como en la comercialización de los productos. Se invierte para mejorar la eficiencia operacional.
- c.** Inversiones de expansión: son las inversiones que se realizan para satisfacer una demanda creciente de los productos de la empresa.
- d.** Inversiones estratégicas: son las que afectan la esencia misma de la empresa, ya que tomadas en conjunto definen el sistema de actividades de la misma. Estas inversiones se derivan del análisis de la estrategia de la empresa y su impacto en el sistema de actividades es contundente. Los casos más típicos son las inversiones para diversificación, la cobertura de nuevos mercados, las inversiones asociadas con nuevos desarrollos tecnológicos y las derivadas de las decisiones de integración vertical u horizontal en la empresa.

Atendiendo a la relación de dependencia o independencia económica de las inversiones,

estas se pueden clasificar en mutuamente excluyentes, independientes y complementarias.

**Mutuamente excluyentes:** cuando por su naturaleza solo se puede ejecutar una de ellas, pues sería redundante o contraria a la política de la organización, hay que tener en cuenta, que las inversiones mutuamente excluyentes están vinculadas a la solución de un mismo problema, por eso, hay que seleccionar la mejor de todas.

**Inversiones independientes:** son aquellas que no guardan relación o dependencia económica entre sí, por tal motivo, la realización de una de ellas no impide la ejecución de otra u otras inversiones. La única limitante para la organización, es la disponibilidad de los recursos para cada una de las inversiones.

El proceso decisorio se orienta a identificar una combinación de inversiones, factibles de ejecutar en función de la disponibilidad de recursos, que es la que genera los mejores resultados.

**Inversiones complementarias:** son las inversiones que tienen un alto grado de dependencia económica entre sí, que en algunos de los casos al realizarse simultáneamente, interactúan reforzando o atenuando las características de ellas. Esto da como resultado que, en algunas combinaciones se presente el fenómeno de sinergismo y que en tal sentido, haya que determinar el efecto sinérgico de la combinación. El proceso decisorio está orientado a identificar una mezcla de combinaciones o alternativas individuales, factibles de realizar en función de la disponibilidad de recursos, y que es la que produce los mejores resultados.

Las inversiones también, se clasifican en función del sector de la economía en que se ejecutan, por lo tanto, habrán inversiones en empre-

sas del sector privado y en el sector público.

**Inversiones en el sector privado:** son inversiones preparadas y ejecutadas por personas naturales y jurídicas, con recursos privados y de crédito, se deben aceptar cuando se esperan incrementos en los beneficios de las empresas (crean valor) y por consiguiente se espera que aumente el patrimonio de los accionistas. No obstante, en algunas ocasiones hay inversiones de carácter estratégico que no generan los rendimientos mínimos exigidos por la empresa, pero que se aceptan por completar el sistema de actividades escogido por la estrategia de la empresa.

**Inversiones en el sector público:** son inversiones desarrolladas por entidades del gobierno y con presupuestos de inversión pública. Generalmente apuntan al mejoramiento de la salud, la educación, la vivienda, el transporte, la seguridad, etc.

Estas inversiones se realizan con base en los planes y programas de desarrollo económico y social que se preparan en los diferentes niveles de la administración pública.

En las inversiones del sector público se deben valorar aspectos cuantitativos y cualitativos de beneficio económico y social, y su objetivo primordial es aumentar el bienestar social.

### **Proceso de toma de decisiones**

La toma de decisiones es la selección de un curso de acción entre varias alternativas planteadas en una organización y el núcleo de la planeación, también es una actividad cotidiana en las organizaciones, cada problema o situación se tiene que resolver, por lo cual surgirá la necesidad de tomar una decisión. Por lo tanto, es recomendable disponer de un procedimiento sistémico para la solución de los problemas, que se puede señalar de la siguiente manera:

1. **Definir el problema:** se trata de identificar en forma clara el problema y realizar su formulación de manera concreta y precisa, definiendo los objetivos buscados. La importancia de este punto es vital en el proceso de toma de decisiones, y es recomendable dedicarle todo el tiempo que se necesite, para lograr una clara y adecuada definición, porque de lo contrario se corre el riesgo de dar solución a un problema inexistente. Debe quedar claro que los problemas en la vida cotidiana o real, están enunciados de manera muy general, por lo cual, es indispensable identificarlos y definirlos exactamente, en relación con sus objetivos como en los métodos de análisis que se seguirán.

La importancia de definir con claridad y precisión el problema radica en el hecho conocido de que es preferible no resolver el problema, antes que resolver el problema que no es, por eso se dice que la definición del problema es la parte más crítica de todo proceso de toma de decisiones, debido a que una equivocada identificación traerá como consecuencia la toma de una decisión igualmente errada.

De una premisa equivocada siempre la conclusión será equivocada.

La importancia del proceso de identificación del problema, se traduce en el pensamiento de Albert Einstein: “Si se me concediese sólo una hora para resolver un problema del que dependiese mi propia vida, yo dedicaría 40 minutos a estudiarlo, 15 minutos a revisarlo y 5 minutos a solucionarlo”.

En este sentido, se recomienda agotar los mejores esfuerzos y recursos de la organi-

zación en la identificación de la problemática. Deben realizarse reuniones, tormentas de ideas y trabajos de grupo para la consecución de una visión clara y precisa de la situación que se deberá enfrentar.

2. **Analizar el problema:** una vez se haya definido en forma concreta el problema, se procede a discriminar todos los hechos que lo han originado o tienen relación con él. Es indispensable que dentro del análisis, se realice una reseña de las decisiones tomadas en el pasado, en relación con el problema definido; porque muchas veces el problema surgido, tiene que ver con las decisiones que se han tomado con anterioridad en el tiempo. También, es conveniente y necesario analizar las restricciones que se presentan al momento de dar solución a los problemas, y ellas pueden ser reales y ficticias.

Las restricciones reales son las que verdaderamente existen al momento de formular el problema, pueden ser: tecnológicas, de recursos, de tiempo, sociopolíticas, de seguridad, administrativas, etc. Estas restricciones, son necesarias tenerlas en cuenta al momento de seleccionar la solución al problema.

Las restricciones ficticias son las que no están o no existen contenidas en el problema que se ha definido; generalmente surgen de manera inconscientemente por el criterio de la persona que está realizando el análisis, y pueden ser: hábitos, temores, inhibiciones, timidez. Hay que tener en cuenta, que hay personas que se restringen ficticiamente más que otras, afectando en forma negativa la creatividad y dificultad la solución de los problemas o los convierte en imposibles de solucionarlos.

**3. Generación de alternativas de soluciones:** una vez que el problema se ha definido y analizado, se debe proceder a generar posibles soluciones y/o alternativas para ser aplicadas. Un *brainstorming* (tormenta de ideas), es un buen comienzo para la generación de soluciones. En el proceso de generación de soluciones, se recomienda reunir todas aquellas personas que tengan que ver o conozcan el problema e inducir las al planteamiento de soluciones, no sin antes tener en cuenta los siguientes elementos:

- a. Evitar resaltar las diferencias jerárquicas de los asistentes.
- b. Buscar la participación del directivo más importante hasta el obrero más humilde de la organización.
- c. No subestimar ninguna solución sugerida.
- d. No permitir burlas a las soluciones planteadas.
- e. No hacer comentarios negativos sobre las soluciones sugeridas.
- f. Motivar e inducir permanentemente a las personas para que sugieran soluciones.

En caso que la decisión competa a una sola persona y esta no tenga los medios para consultar con otros, es indispensable que se presenten distintas alternativas para que cada una sea evaluada individualmente.

**4. Evaluación de alternativas:** el proceso de generación de alternativas de solu-

ciones tendría poca importancia si las mismas no son analizadas y comparadas entre sí, de manera tal que se pueda determinar cuál es la más conveniente.

Mediante la evaluación de las alternativas se conocerá, cuál de ellas es la más rentable, cuál tendrá más posibilidad de realización, cuál apoyará los intereses generales de la compañía, así como también cuál de las posibles soluciones será más acorde con la visión y misión de la organización. Igualmente se considerarán las estrategias de la organización a corto, mediano y largo plazo.

Cuando se estima la conveniencia de una solución debe tomarse en cuenta la rentabilidad que produce, asociada al riesgo que conlleva. Adicionalmente, debe considerarse que el beneficio económico a corto plazo puede quedar relegado en aras de una estrategia superior de la empresa.

Es necesario que una vez se seleccione la alternativa que dará solución al problema, se le comunique a las personas de la organización encargadas de dar la aprobación final. De la presentación de la solución depende que se lleve a la práctica, por ello es importante estar seguros de los beneficios de dicha solución y llevar a cabo la sustentación con seguridad, demostrando clara y concretamente cuales son las ventajas de la solución propuesta. Es conveniente presentar soluciones a corto, mediano y largo plazo.

**5. Implementar la solución:** la selección de la decisión no hace finalizar el proceso de toma de decisiones; por el contrario, una vez seleccionada la alternativa, se debe buscar su implementación, teniendo en cuenta factores tales como tiempo, recursos humanos, tecnológicos, financieros, etc. También es de suma importancia con-

siderar la capacidad de entendimiento de la decisión por parte de la persona responsable de ejecutarle, así como su grado de compromiso.

En muchas ocasiones una determinada decisión pasará por diferentes áreas de la organización y probablemente el compromiso no sea el mismo en cada una de ellas. Por otro lado, es probable que el entendimiento de la decisión no sea compartido por igual, por lo cual se deberán tomar en cuenta estas consideraciones al momento de implementar la decisión.

Implementar una decisión exige en muchos casos todo un proceso de planificación y de distribución de recursos que garanticen su éxito. Una decisión podría fracasar por no contar con los recursos adecuados o con el compromiso y entendimiento de los miembros de la organización.

- 6. Evaluar los resultados de la decisión:** a través de un análisis de los resultados obtenidos por la puesta en práctica de una decisión tomada, se podrán tomar medidas para asegurar la optimización de los resultados. Es así como mediante la evaluación de estos se pueden tomar las acciones necesarias para corregir cualquier desviación en los resultados inicialmente planificados. Adicionalmente, se puede descubrir la necesidad de incluir nuevos recursos en el proceso: humanos, financiero o de otra clase. También, se puede llegar a la conclusión de que la decisión tomada no fue la correcta y así adoptar las medidas necesarias para enmendar esa equivocación.

#### **Aspectos básicos de un análisis de inversiones**

Para la correcta realización de un estudio de

las matemáticas financieras, se requieren básicamente analizar las siguientes etapas:

- a) Análisis técnico
- b) Análisis económico
- c) Análisis financiero
- d) Análisis de intangibles
- e) Análisis del mercado
- f) Análisis administrativo
- g) Análisis social
- h) Análisis sensorial

**Análisis técnico:** se refiere a la factibilidad operacional del proyecto o alternativa, es decir, se define la viabilidad técnica del proyecto. En este análisis, se definirá las especificaciones técnicas de los insumos necesarios para ejecutar el proyecto en relación con: tipo y cantidad de materia prima e insumos, nivel de calificación del recurso humano requerido, la maquinaria y los equipos necesarios para el proyecto y un programa de las inversiones iniciales y de reposición, así como también, los calendarios de mantenimiento.

**Análisis económico:** se refiere a la factibilidad económica de la alternativa o proyecto (si es rentable o no). Es importante, pues es la que al final permite decidir la implantación del proyecto.

**Análisis financiero:** se refiere a la disponibilidad y origen de los fondos necesarios para realizar el proyecto. En otras palabras, se refiere a la identificación de las fuentes de financiación del proyecto internas y externas, permite adicionalmente establecer criterios para el manejo de excedentes e identificar las necesida-

des de liquidez, para construir y negociar el plan de financiamiento del proyecto.

**Análisis de intangibles:** se refiere a considerar los efectos no cuantificables de un proyecto: Aspectos como: imagen corporativa, opinión pública, nombre, factores ecológicos y ambientales, leyes cambiantes, situación política, etc. El estudio de las leyes, debe llevarse a cabo en las etapas iniciales de la formulación y preparación, ya que un proyecto supremamente rentable, puede resultar no factible por una norma legal. En análisis de los factores ecológicos y ambientales, es necesario determinar el impacto del proyecto sobre el medio ambiente en el corto, mediano y largo plazo y el efecto del entorno sobre el proyecto.

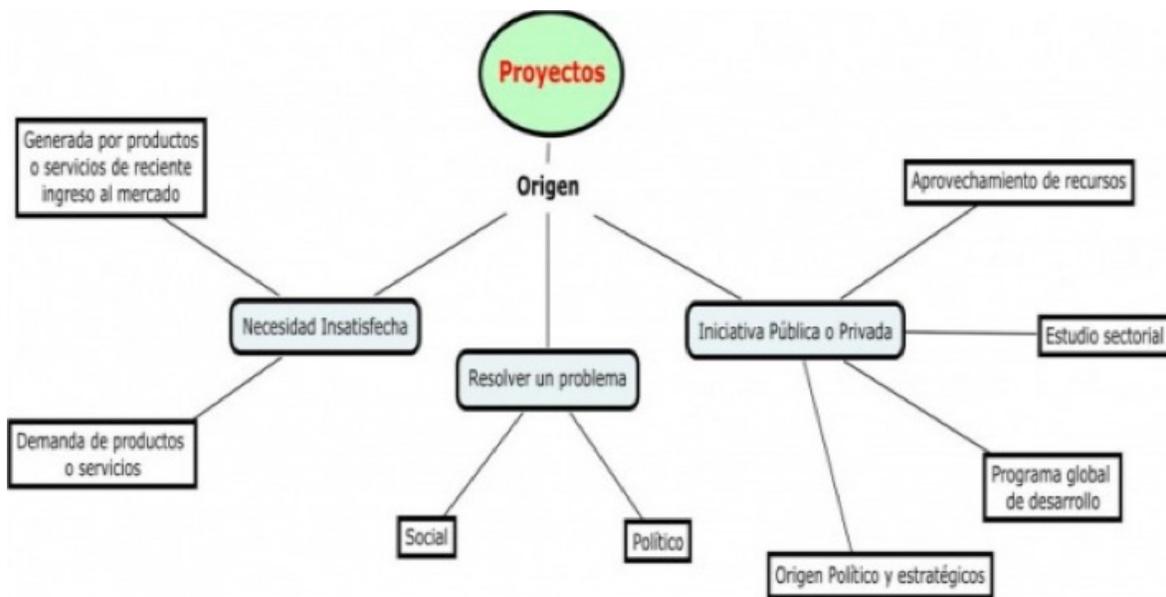
**Análisis del mercado:** en el cual se determinan ventas y clientes potenciales para los bienes y servicios que van a producirse. Además, de estudiar la demanda, es necesario tener en cuenta la oferta y precios, tanto de los productos como de los insumos de un proyecto. En la demanda de los productos, se analiza el volumen presente y futuro y las variables relevantes para su proyección como: población objetivo o segmento de mercado, niveles de ingresos esperados, productos complementarios y sustitutos que ya estén o que en el futuro entrarán al mercado. Es importante tener en cuenta el mercado local, regional, nacional y el internacional.

**Análisis administrativo:** es un diseño que muestra la estructura organizacional y define la necesidades de personal del proyecto, además genera la información sobre las necesidades de infraestructura para el normal desarrollo de las actividades de las diferentes áreas que conforman el proyecto como son: planeación, personal, finanzas, cobranzas, etc. En este análisis, también se señala los equipos y dotación de insumos requeridos para el adecuado funcionamiento administrativo.

**Análisis social:** determina la incidencia que el proyecto tiene en la comunidad y la manera de evitar las incidencias negativas del proyecto. En concreto el análisis está dirigido a identificar y caracterizar con precisión los diferentes grupos de la población implicados por el proyecto, desde el punto de vista de los beneficios y los costos.

**Análisis sensorial:** trata de fijar la posición personal del empresario en aspectos legales, éticos, morales y de gusto personal, con relación a la actividad en sí misma o a las condiciones que el proyecto exige.

## Síntesis de cierre del tema<sup>1</sup>



<sup>1</sup> Tomado de: <http://proyectos-est.weebly.com/mapa-conceptual.html>

## Glosario<sup>2</sup>

- **Actividades:** se define como el conjunto de acciones que conducen a la obtención de un resultado. Se refiere tanto a las actividades propias del proyecto, realizadas con el fin de cumplir con los objetivos específicos planteados, como a aquellas actividades de control y seguimiento del proyecto, como lo son los informes de avance, reuniones de seguimiento, visitas de campo, entre otras.
- **Antecedentes:** se debe explicar brevemente el proceso de formulación del proyecto: integrantes del equipo de trabajo que lo formuló, planificación al interior de la organización y respecto a otras entidades locales y nacionales, fuentes consultadas, breve descripción de la metodología utilizada, origen de la idea y otros elementos que se consideren relevantes. A su vez, se debe explicar de forma resumida las principales características del espacio territorial, organizacional, ambiental, económico, social y política en el que se ejecutará el proyecto. Se recomienda mencionar:
  - Alcance del problema, sus causas y la forma en que se pretende resolver.
  - Institución u organización solicitante instancia ejecutadora y/o administradora así como su experiencia en la ejecución de proyectos similares.
  - Prioridad del proyecto en función de lo determinado en el plan nacional de desarrollo vigente, así como la relación del proyecto con las políticas públicas prioritarias del espacio territorial donde se realiza el proyecto.
- Proporcionar antecedentes sobre otras iniciativas de desarrollo con cooperación internacional que esté relacionada con el proyecto a desarrollar.
- **Aspecto legal:** se refiere a los documentos legales existentes entre el país y el cooperante, pueden ser un Convenio Marco, Convenio Subsidiario, Convenio de inmuebles y privilegio de expertos, Acuerdos ejecutivos, pronunciamientos de la Asamblea Legislativa, entre otros.
- **Capacitaciones:** son actividades realizadas con la población beneficiada y que forman parte de las actividades planteadas. En las capacitaciones se les brindan conocimientos que serán de utilidad para el aprovechamiento al máximo del proyecto, sin tener que desplazarse fuera de su comunidad.
- **Contrapartida:** es el monto que será aportado por la institución que presentó el proyecto para su realización.

<sup>2</sup> Tomado de: [matfinadm.files.wordpress.com/2011/08/matematicas-financieras\\_g.pdf](http://matfinadm.files.wordpress.com/2011/08/matematicas-financieras_g.pdf)

- **Costo:** es un cálculo estimado de la inversión monetaria que se debe realizar para cumplir con lo establecido en el proyecto. Este cálculo estimado se realiza a partir del costo de cada una de las actividades que el proyecto contemple.
- **Cronograma de barras:** representación gráfica de las actividades en tiempo. Se caracteriza por el uso de colores para diferenciar una actividad de otra.
- **Cuadro resumen del proyecto:** es un cuadro en el cual se articulan los diferentes elementos de un proyecto. Toma en consideración al objetivo general, los objetivos específicos, los resultados y las actividades del proyecto. Se rige por una lógica vertical a partir de la cual se establecen indicadores verificables, según cantidad, calidad, tiempo, grupo social y espacio geográfico, para cada uno de los objetivos, actividades y resultados. Estos indicadores tendrán fuentes de verificación, las que se elaboran según su fiabilidad, costo y obtención. Esta matriz incluye una columna de hipótesis, en la cual se deben plasmar los elementos del entorno que son importantes para el proyecto, pero cuya condición no se puede asegurar.
- **Descripción:** mención resumida las principales características del proyecto así como también los resultados que pretende alcanzar por medio de cada actividad a ejecutar.
- **Efecto:** cambio que la población meta percibe de manera inmediata al finalizar el proyecto.
- **Fuente de verificación:** cada indicador generado necesita una fuente de verificación. Al formularlas se debe tener en cuenta su fiabilidad, costo y obtención de las mismas. Pueden ser internas o externas.
- **Indicador:** es la expresión cuantitativa de los objetivos y productos de un proyecto. No puede dar lugar a interpretaciones. Deben expresar de forma nítida la cantidad, calidad, tiempo, grupo social y espacio geográfico.
- **Insumos:** son los materiales necesarios para la realización de las actividades planteadas, pueden ser humanos, materiales y financieros, nacionales e internacionales. Debe presentarse por separado los insumos que aportan las fuentes cooperantes y las contrapartes, o sea, las instituciones u organizaciones nacionales.
- **Introducción de proyecto:** consta de un resumen ejecutivo del proyecto, en el cual se deben mencionar muy brevemente los antecedentes, la justificación, la problemática central y los resultados esperados una vez que se concluya el proyecto, y la población meta que se verá beneficiada con la implementación del proyecto
- **Justificación:** tiene por objeto explicar la necesidad de plantear el proyecto, su enfoque y metodología. Debe incluir:
  - Descripción exacta del problema y sus causas.
  - Las necesidades que se vendrían a satisfacer con la ejecución del proyecto y quiénes han de obtener los beneficios (población meta) y cómo se integrarán en la ejecución del proyecto.
  - Localización geográfica de la población meta, variación demográfica del grupo, organización social, rol de los sexos e influencia en el proyecto, grupos más vulnerables dentro de la población meta, número de beneficiarios totales.
  - Estrategia particular y procedimientos de ejecución del proyecto, razones por las cuales se recomienda sobre otras estrategias y procedimientos posibles.
  - En caso de ser muy compleja, se recomienda agregar al documento de proyecto un anexo con una descripción más detallada de la misma y su metodología para el abordaje.
  - Razones de la institución solicitante para recurrir a la cooperación interna

cional para llevar a cabo el proyecto, debe indicarse si se analizaron otras opciones de recursos internos en el país o en el espacio territorial y por qué fueron desechadas.

- Capacidad de la institución que presenta el proyecto para proporcionar los recursos humanos, materiales y financieros y el apoyo político, institucional u organizacional necesario para que el proyecto funcione con eficiencia y pueda mantener los resultados generados y buscados por el proyecto una vez que este haya terminado.
  - Relación con otros programas o proyectos.
- **Metas:** es la forma como se operativizan los objetivos específicos. Se caracterizan por ser cuantificables y factibles de verificación.
  - **Misiones de seguimiento y evaluación de proyectos:** tienen como objetivo dar seguimiento y evaluar los proyectos ejecutados o que están en proceso de ejecución.
  - **Nombre:** es el nombre del proyecto que lo identificará y diferenciará de cualquier otro. Su cobertura temática debe coincidir directamente con el proyecto: ni más amplio ni más restringido.
  - **Objetivo general:** es el planteamiento del cambio en la situación que se pretende lograr con la ejecución del proyecto. Su redacción debe ser en futuro, en infinitivo, en primera persona y responder a un qué, para qué y cómo. Debe ser claro, conciso y no puede sobrepasar los 10 renglones.
  - **Objetivos específicos:** son el elemento clave del documento porque a través de ellos se operativiza el objetivo general. A partir de ellos fluye la definición de las metas, actividades, resultados esperados, insumos requeridos, estructura y funciona-

miento del proyecto. Deben ser definidos en términos de cambios específicos de conducta, situación o condición que el proyecto pretende producir, y deben contribuir al logro del objetivo general.

- **Obligaciones previas:** son aquellas acciones que el ejecutor del proyecto tiene que tomar en consideración como precondition para la aprobación del proyecto. Son acciones que no constituyen una precondition para asistencia, pero que son necesarias para asegurar una buena ejecución del proyecto, tales como carta de manifestación de interés, acuerdo institucional, asignación presupuestaria de contrapartida, disponibilidad de recursos humanos capacitados, entre otros.
- **Organización para la ejecución:** se refiere a la institución u organización que se encargará de ejecutar el proyecto una vez que este se haya aprobado.
- **Pasantías:** son cursos cortos en los cuales la persona seleccionada se traslada a otra localidad, en el cual aprenderá sobre distintos aspectos relacionados con el proyecto. Los conocimientos asimilados los llevará de vuelta a su comunidad una vez que el período de intercambio haya concluido.
- **Perfil de proyecto:** es una propuesta que describe de manera resumida un conjunto de acciones, tareas o actividades estructuradas y encadenadas en un orden lógico, las cuales se realizan para cumplir un fin específico en un tiempo determinado y finito, a partir de una situación actual, lo cual permite articular los recursos humanos, materiales y de infraestructura, mediante un presupuesto que grafica el costo de este.
- **Población meta / población beneficiada:** es el grupo de personas o comunidad que se verá impactada positivamente con los resultados del proyecto.

- **Prerrequisitos:** son aquellas acciones que el ente financiero que apoye el proyecto deberá tomar en consideración como precondition para la aprobación del proyecto. Son acciones que no constituyen una precondition a cumplir por el ejecutor del proyecto, pero que son indispensables para que la fuente pueda suministrar los recursos, tales como la aprobación del convenio por parte de las instancias de máxima jerarquía de la fuente; designación de la contraparte técnica de la fuente cooperante, entre otros.
- **Presupuesto:** es el resultado de la estimación del costo de todos los insumos del proyecto. Se debe elaborar un presupuesto total, con un desglose en los aportes de cada institución y/u organización nacional y local y de cada cooperante. Para cada tipo de insumo se debe anotar el costo unitario, las cantidades requeridas y el costo total. Tanto el aporte nacional como el aporte externo deben ser expresados en dólares americanos.
- **Producto del proyecto:** son los productos individuales que generará el proyecto. De cada objetivo específico se desprenderá cierto número de resultados. El cumplimiento de todos los productos del proyecto deberá contribuir al logro de metas, objetivos específicos y generales.
- **Proyecto:** es una propuesta que describe un conjunto de acciones, actividades o tareas estructuradas y encadenadas en un orden lógico que se realizan, para cumplir un fin específico en un tiempo determinado y finito, a partir de una situación actual, lo cual permite articular los recursos humanos, materiales y de infraestructura, mediante un presupuesto que grafica el costo de éste.
- **Seguimiento y evaluación:** el seguimiento implica la definición de criterios, parámetros e indicadores de línea base que sirven para ir valorando y ajustando el proceso de ejecución y para hacer las evaluaciones del proyecto. Asimismo, implica definir los instrumentos y los medios que permitan ir verificando el cumplimiento de los resultados, así como la frecuencia y la fase en que se debe hacer uso de los mismos.
- **Sostenibilidad:** se refiere a los aspectos a través de los cuales se puede garantizar la permanencia en el tiempo y las capacidades para independizar la gestión del proyecto, una vez que este concluya.
- **Temática del proyecto:** consta de una descripción de la problemática principal que el proyecto pretende solucionar o coadyuvar a su solución futura.
- **Viabilidad:** se refiere al juego de los intereses que se manejan alrededor del proyecto y que afectan sus posibilidades de ejecución y de éxito. Implica la identificación de los actores y su posición frente al proyecto, vinculándolos a sus intereses y a los factores que podrían distorsionar la buena marcha del mismo.

# Bibliografía

1. **Aguirre, H.** (2004). *Matemáticas financieras*. México. Thomson editores.
2. **Giraldo, J.** (2005). *Matemáticas financieras*. Bucaramanga: Editorial SIC.
3. **Meza, J.** (2008). *Matemáticas financieras aplicadas*. Barcelona. Ecoe Ediciones.
4. **Navarro, E.** (2001). *Fundamentos de matemática financiera*. Barcelona, España. Antoni Bosh.
5. **Villalobos, J.** (2006). *Matemáticas financieras*. México: Prentice Hall.
6. **Gustafson, D.** (2006). *Álgebra intermedia*. México, D.F. México. Thomson editores.

## Remisión a fuentes complementarias

<http://www.youtube.com/watch?v=KlZJ6RatIkw>

<http://www.youtube.com/watch?v=zXBknSubk4w>

<http://www.youtube.com/watch?v=ipCX8CiaGOc>

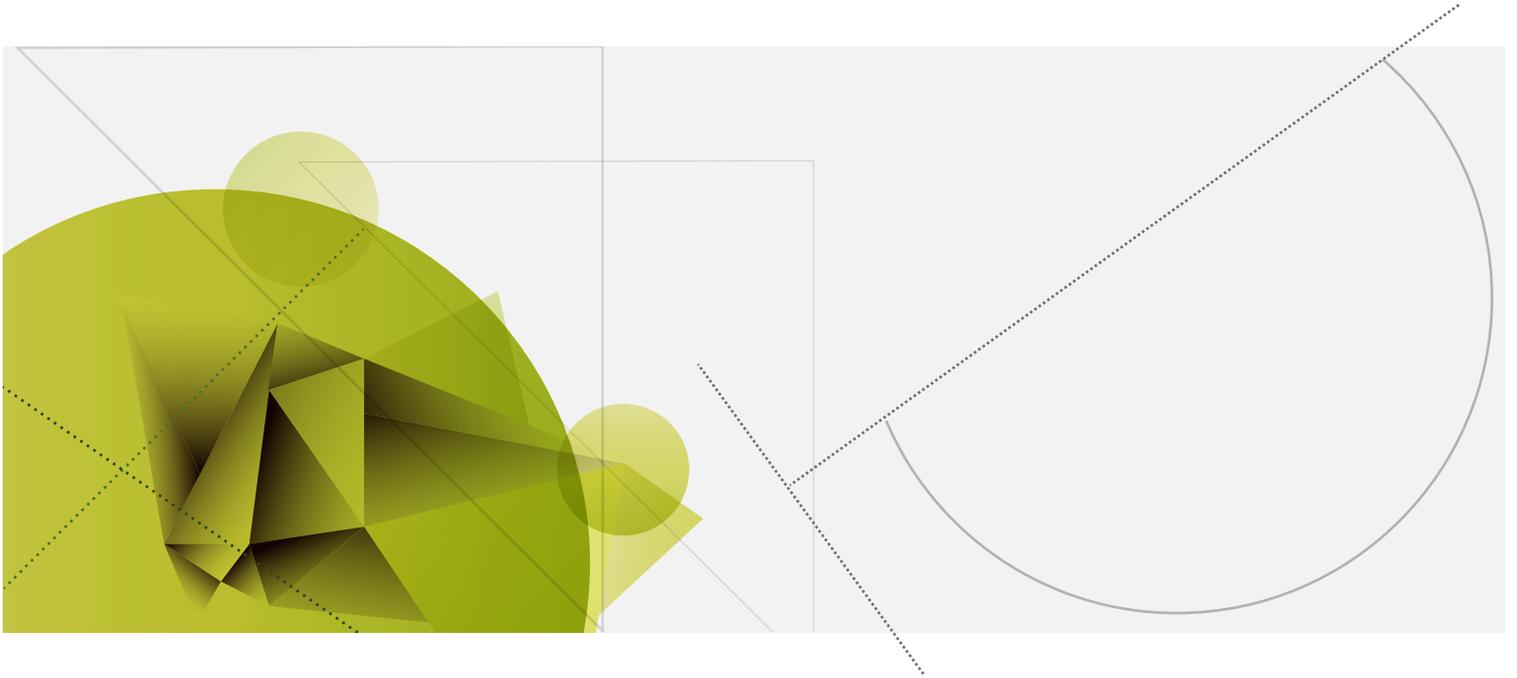
# Bibliografía

- Aguirre, H. (2004).** *Matemáticas financieras*. México, Thomson.
- Álvarez, Á. (2005).** *Matemáticas financieras*. Bogotá, Mc Graw Hill.
- Ayra, J. (2002).** *Matemáticas aplicadas a la administración y la economía*. México: Prentice Hall.
- Giraldo, J. (2005).** *Matemáticas financieras*. Bucaramanga: Editorial SIC.
- Meza, J. (2008).** *Matemáticas financieras aplicadas*. Barcelona: Ecoe Ediciones.
- Navarro, E. (2001).** *Fundamentos de matemática financiera*. Barcelona, España. Antoni Bosh.
- Villalobos, J. (2006).** *Matemáticas financiera*. México: Prentice Hall.

## Webgrafía

- [https://www.youtube.com/watch?v=6IcHB22DFqs&list=PL1k5I8U2UJr7pG85rVpNvJx\\_EbqBvuv8\\_](https://www.youtube.com/watch?v=6IcHB22DFqs&list=PL1k5I8U2UJr7pG85rVpNvJx_EbqBvuv8_)
- <https://www.youtube.com/watch?v=yD7wZddGp6g>
- <https://www.youtube.com/watch?v=YLVIDEGuPWY>
- <https://www.youtube.com/watch?v=u5p8r4g7J8g>
- <https://www.youtube.com/watch?v=3BuMpWdEmV8>
- <https://www.youtube.com/watch?v=EyztVi4BaXk>
- <https://www.youtube.com/watch?v=13PmSi8e3NU>
- <https://www.youtube.com/watch?v=eEGAFGtOS9U>
- <https://www.youtube.com/watch?v=o6nzxyM2Y0g>
- <https://www.youtube.com/watch?v=BFpx7kFt7fM>
- <https://www.youtube.com/watch?v=FrUWeh6yOWI>
- [https://www.slideshare.net/tharimarti/matematicas-financieras-15646768?from\\_search=4](https://www.slideshare.net/tharimarti/matematicas-financieras-15646768?from_search=4)
- [https://www.slideshare.net/Jhosy1992/matematica-financiera-13610125?from\\_search=8](https://www.slideshare.net/Jhosy1992/matematica-financiera-13610125?from_search=8)
- [https://www.slideshare.net/juanjose4974/matematicas-financieras-26591293?from\\_search=13](https://www.slideshare.net/juanjose4974/matematicas-financieras-26591293?from_search=13)

Esta obra se terminó de editar en el mes de noviembre  
Tipografía Myriad Pro 12 puntos  
Bogotá D.C.,-Colombia.



**AREANDINA**  
Fundación Universitaria del Área Andina

MIEMBRO DE LA RED  
**ILUMNO**